পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ প্রণীত

গণিত

(সপ্তম শ্রেণী)

পাটীগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ প্রণীত

গণিত

(সপ্তম শ্রেণীর জন্য)

পাটীগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি

সমস্ত অনুমোদিত বিদ্যালয়ের জন্য সপ্তম শ্রেণীর গণিতের একমাত্র পাঠ্যপুস্তক

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ
৭৭/২, পার্ক স্ট্রীট
কলিকাতা-১৬

First Edition	1982
Second Print	1983
Third Print	1984
Fourth Print	1986
Revised Ediction	1987
Reprint	1988
Revised Edition	1989
Reprint	**1991**
Reprint	**1992**
Reprint	**1993**
Reprint	*1994*
Reprint —	1995
Reprint	**1997**

Printed at Ganashakti Printers Private Limited, 33 Alimuddin Street, Calcutta- 700 016 and Published by Prof. Ujjwal Basu, Secretary, West Bengal Board of Secondary Education. 77/2, Park Street, Calcutta- 700 016

ভূমিকা

গত ১৯৮১ সালের শিক্ষাবর্ষে ষষ্ঠ শ্রেণীতে গণিতের পরিবর্তিত পাঠ্যসূচী প্রবর্তিত হয়েছে। এ বছর (১৯৮২) সপ্তম শ্রেণীতে এবং পরবর্তী বছরগুলিতে পর্যায়ক্রমে অষ্টম, নবম ও দশম শ্রেণীতে নূতন পাঠ্যসূচী প্রবর্তিত হবে। এই পাঠ্যসূচী রচনায় অংশগ্রহণ করেছিলেন মাধ্যমিক বিদ্যালয়, মহাবিদ্যালয়, শিক্ষক-শিক্ষণ মহাবিদ্যালয় ও বিশ্ববিদ্যালয় স্তরের শিক্ষক ও কয়েকজন লব্ধপ্রতিষ্ঠ গণিত বিশেষজ্ঞ। পাঠ্যসূচী রচনাকালে সাধারণভাবে অনুভূত হয় যে, পর্ষদের নিজস্ব উদ্যোগে গণিত বই রচিত হওয়া প্রয়োজন। পর্ষৎ তাঁদের এই অভিমতের গুরুত্ব উপলব্ধি করেই নিজস্ব উদ্যোগে গণিত বই রচনার সিদ্ধান্ত নেন। পর্ষদের এই সিদ্ধান্ত পশ্চিমবঙ্গ সরকারের অনুমোদন লাভ করে। ফলে, পর্ষৎ বিভিন্ন স্তরে গণিত শিক্ষার সঙ্গে যুক্ত গণিতবিদদের উপর পুস্তক রচনার দায়িত্ব দেন।

পর্ষৎ প্রণীত ষষ্ঠ শ্রেণীর গণিত বইটি পশ্চিমবঙ্গ সরকার ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করে মাধ্যমিক স্তরে বিনামূল্যে বই দেওয়ার শুভ প্রচেষ্টার সূচনা করলেন। রাজ্য সরকারের এই উদ্যোগ অভিনন্দনযোগ্য। পর্ষৎ আনন্দের সঙ্গে লক্ষ্য করেছে যে, ষষ্ঠ শ্রেণীর গণিত বইটি শিক্ষক, শিক্ষাবিদ ও গণিতজ্ঞদের কাছ থেকে বিশেষ স্বীকৃতি পেয়েছে।

এবারে সপ্তম শ্রেণীর গণিত বইটি প্রকাশিত হল। এই বইটিতেও রচয়িতারা পাঠ্যসূচীর বিষয়গুলির সহজবোধ্য ব্যাখ্যা দেওয়ার চেষ্টা করেছেন। তাঁরা লক্ষ রেখেছেন অংক কষার নিয়মগুলি ছাত্র-ছাত্রীদের কাছে যাতে যান্ত্রিকতা মুক্ত ও চিত্তাকর্ষ হয়। তাঁরা বিষয়সূচীকে বিভিন্ন সমস্যার মধ্য দিয়ে জীবনের সঙ্গে যুক্ত করারও চেষ্টা করেছেন। এর ফলে ছাত্র-ছাত্রীর গণিত শিক্ষার আগ্রহ বাড়বে।

বইটি রচনার সময় ছাত্র-ছাত্রীদের মানসিক বিকাশের স্তরের দিকে দৃষ্টি রাখা হয়েছে। পর্ষৎ মনে করে, পাঠ্যসূচীর মূল তাৎপর্য বইটিতে সঠিকভাবে প্রতিফলিত হয়েছে।

গণিত শিক্ষক, শিক্ষাবিদ ও শিক্ষানুরাগী সকলের কাছে পর্ষদের আবেদন, তাঁরা যেন বইটির ত্রুটি-বিচ্যুতি পর্ষদের নজরে আনেন এবং গঠনমূলক পরামর্শ দেন।

সপ্তম শ্রেণীর বইটি পর্ষদের পক্ষে ম্যাকমিলান ইণ্ডিয়া লিমিটেড প্রকাশ করেছেন। ছাত্র-ছাত্রীদের আর্থিক অবস্থার দিকে লক্ষ রেখে বইটির দাম যতটা সম্ভব কম করা হয়েছে। সর্বশেষে, যে সব শিক্ষক সংগঠন ও গণিত বিশেষজ্ঞ পাঠ্যসূচী প্রণয়নে এবং পাঠ্যপুস্তকের পাণ্ডুলিপি রচনায় সহায়তা করেছেন, পর্ষদের পক্ষ থেকে তাঁদের সকলকে আন্তরিক কৃতজ্ঞতা জানাচ্ছি এবং আশা করছি পর্ষৎ প্রকাশিত গণিত বইগুলি গণিতকে ছাত্র-ছাত্রীদের কাছে আকর্ষণীয় করে তুলবে এবং গণিত শিক্ষার মান উন্নত করবে।

শ্রীভবেশ মৈত্র
সভাপতি
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ

৩০শে ডিসেম্বর, ১৯৮১
কলিকাতা

সপ্তম শ্রেণীর গণিত পুস্তকের প্রথম সংস্করণে কিছু মুদ্রণ প্রমাদ ও ত্রুটি ছিল। এই পুনর্মুদ্রিত সংস্করণে তা যথাসম্ভব দূর করার চেষ্টা হয়েছে। বইটি শিক্ষক ও ছাত্র সমাজে বিশেষ উৎসাহের সঙ্গে গৃহীত হয়েছে দেখে আনন্দ বোধ করছি।

শ্রীরঞ্জুগোপাল মুখোপাধ্যায়
সভাপতি
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ

৩১শে ডিসেম্বর, ১৯৮৬
কলিকাতা

Revised Syllabus in Mathematics for Class VII (Vide West Bengal Board of Secondary Education Notification No. Syll./79/19 dt. 23. 11. 79 & Syll./80/9 dt. 12. 8. 80)

CLASS VII—1982

Arithmetic 35 Marks

1. Revision of previous work only through exercises on topics introduced in earlier Classes.
2. Conversion of decimals (terminating and recurring) into fractions. Approximate value of fractions correct upto three places of decimals.
3. H.C.F. and L.C.M. of fractions and decimals. Applications to simple problems.
4. Square root by division. Applications to simple problems.
5. Application of Unitary method to simple problems relating to Time and Distance, and Simple Interest.
   (Problems should be direct and properly graded).
6. Problems on square measures.

Algebra 35 Marks

1. The use of symbols to generalise simple arithmetical problems, without formally introducing equations.
2. Integral numbers : positive and negative. Basic operation : addition, subtraction, multiplication, and division.
3. Laws : Commutative, Distributive, and Associative.
4. Polynomials (with integral and fractional coefficients), their additions, and subtractions. Multiplication of two Polynomials, each with two terms. Division of Polynomials with a single term divisor.
5. The following fomulae and their easy applications :
   $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.
   Geometrical representation of the above formulae.
6. Simple factorisation using the above formulae, and laws stated in Sec. 3.
7. Formation of linear equations with one variable to represent simple problems, and their solutions. (Cases where the variable appears in the denominator are excluded).

Geometry 30 Marks

The aim of teaching Geometry at this stage is the same as in Class VI.

1. To demonstrate that translation and rotation of solid bodies and also of geometrical plane figures are possible without any change of their size and shape. In case of geometrical plane figures. reflection and/or paper folding may be used.
2. Activities verifying the following statements :
   (i) When a straight line cuts two other straight lines, those other two straight lines are parallel if a pair of corresponding angles are equal. (ii) Two intersecting straight lines cannot both be parallel to a third straight line. (iii) Congruence of two triangles : SAS, AAS. Use of the symbol ($\cong$) to indicate congruence. (iv) In congruent circles (or in the same circle) equal chords cut off equal arcs and subtend equal angles at the centre, and conversely.
3. Constructions : (i) Angle equal to a given angle, (ii) Triangles with given parts : (a) three sides, (b) two sides and the included angle, (c) one side and the two angles adjacent to it, (iii) Quadrilaterals with given parts.

সূচীপত্র

পাটীগণিত

বীজগণিত

পাটীগণিত

প্রথম অধ্যায়

পূর্বপাঠের অনুশীলনী

প্রশ্নমালা 1

[এই প্রশ্নমালায় বা পরবর্তী যে কোন প্রশ্নমালায় যে সব সমস্যা আছে সেগুলি সময়ের উপর নির্ভরশীল হলে এবং সময়ের উল্লেখ না থাকলে ধরে নিতে হবে তথ্যগুলি 1982 সালের।]

1. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি মৌলিক কিনা নির্ণয় কর :

899, 1103.

2. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির ল. সা. গু. ও গ. সা. গু. নির্ণয় কর :

396, 704, 710.

3. (*i*) 105 এর উৎপাদকগুলি কি কি ?

(*ii*) 105 এর উৎপাদকগুলির মধ্যে যেকোন একজোড়া মৌলিক উৎপাদক উল্লেখ কর।

(*iii*) 105 ও 165 এর সাধারণ উৎপাদকগুলি কি কি ? এদের মধ্যে কোন্‌টি 105 ও 165 এর গ. সা. গু. ও কেন ?

4. (*i*) 42 এর গুণিতকগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট 10টি গুণিতক লেখ।

(*ii*) 105 এর গুণিতকগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট 10টি গুণিতক লেখ।

(*iii*) 42 ও 105 এর উপরোক্ত গুণিতকগুলির মধ্যে কোন্‌গুলি সাধারণ ? এদের মধ্যে কোন্‌টি 42 ও 105 এর ল. সা. গু. ও কেন ?

5. (*i*) পাঁচ অঙ্কের কোন্ বৃহত্তম ও কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যার একটি সাধারণ গুণনীয়ক 73 ?

(*ii*) 73 কি ঐ প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের গ. সা. গু. ?

6. 75টি কালোজাম ও 60টি লিচু সর্বাধিক কতজন ছাত্রের মধ্যে সমান-ভাবে ভাগ করে দেওয়া যাবে ?

7. কোন্ বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে 14490 ও 31530 কে ভাগ করলে প্রত্যেক-বার 6 ভাগশেষ থাকবে ?

8. ক্রীড়া প্রতিযোগিতার দিন মাঠে যতজন ছাত্র ছিল তাদেরকে 4, 5, 6, 9 বা 10টি সমান সারিতে দাঁড় করানো যায়। ছাত্রদের সংখ্যা কমপক্ষে কত হওয়া সম্ভব? 300 ও 400 এর মধ্যে হলে ছাত্রসংখ্যা কত হবে?

9. একটি গাড়ীর বড় চাকা ও ছোট চাকার পরিধি (বেড়) যথাক্রমে $3\frac{1}{2}$ মি ও $2\frac{1}{2}$ মি। কমপক্ষে কত রাস্তা অতিক্রম করলে চাকা দুটি পূর্ণসংখ্যকবার আবর্তন করবে? সেক্ষেত্রে চাকা দুটির পূর্ণ আবর্তন সংখ্যা নির্ণয় কর।

(ইঙ্গিত : $3\frac{1}{2}$ মি = 350 সেমি
$2\frac{1}{2}$ মি = 250 সেমি)

10. কোন্ বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে 62, 86 ও 134 কে ভাগ করলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে একই ভাগশেষ থাকবে? আর কোন্ কোন্ সংখ্যা দিয়ে ঐ সংখ্যা তিনটিকে ভাগ করলে ভাগশেষ একই থাকবে?

প্রশ্নমালা 2

1. মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে লেখ :

(i) $5+2,\ 5-2,\ 5\times 3,\ 5\div 2,\ 5^2$

(ii) $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{6}{11}$ (iii) $1\frac{1}{2}, \frac{8}{9}, 1\frac{2}{3}$

2. সরলতম মান নির্ণয় কর :

(i) $\frac{10752}{16896}$ (ii) $\frac{3\frac{1}{2}}{2\frac{4}{19}}$ (iii) $\left(\frac{2}{3}+\frac{11}{15}\right)-\frac{7}{10}$

(iv) $\left\{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{9}\right)-\frac{1}{27}\right\}-\frac{1}{81}$ (v) $\left\{\left(2\frac{2}{3}-2\frac{4}{9}\right)+1\frac{5}{6}\right\}-\frac{11}{18}$

(vi) $4\frac{1}{3}\times 1\frac{1}{6}\times 8\frac{2}{13}$ (vii) $\left[\left\{\left(\frac{5}{9}\div\frac{7}{27}\right)\times\frac{1}{15}\right\}\div\frac{8}{9}\right]\times 4\frac{2}{3}$

(xiii) $\left(1\frac{2}{9}\text{এর } 3\frac{3}{11}\right)\div\left(5\frac{1}{7}\text{এর } 5\frac{1}{4}\right)$

(ix) $\dfrac{\frac{3}{11}\left\{\left(\frac{2}{19}\text{এর } 2\frac{5}{7}\right)+\left(\frac{1}{3}\text{এর } 1\frac{2}{7}\right)\right\}}{\left\{\left(\frac{2}{13}\times 1\frac{5}{8}\right)\times\frac{8}{7}\right\}-\frac{1}{11}}$

(x) $\dfrac{\frac{1}{3}}{\left(\frac{8}{9} \text{এর } 3\right) - \left(\frac{1}{17} \times 5\frac{2}{3}\right)}$

(xi) $9 - \left[1 \div \left\{2 - \left(1 + 1 - \frac{6}{13}\right)\right\}\right]$

(xii) $\dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{5 - \frac{1}{5}}}}$

3. একটি বস্তায় যত চাল ছিল তার $\frac{5}{9}$ অংশ বিক্রি করা হলো। অবশিষ্ট চালের পরিমাণ $40\frac{1}{2}$ কেজি হলে বস্তায় মোট কত চাল ছিল ?

4. কমলবাবু তাঁর আয়ের $\frac{2}{3}$ অংশ সংসার খরচের জন্য $\frac{1}{12}$ অংশ হাত খরচের জন্য রেখে বাকি অংশ সঞ্চয় করেন। তাঁর বার্ষিক সঞ্চয়ের পরিমাণ 3840 টাকা হলে মাসিক আয় কত ?

5. রাইচরণ, হরিচরণ ও বৃন্দাবনের মাসিক আয় এবং মাসিক আয়ের অংশ হিসাবে খাদ্য, বস্ত্র ও অন্যান্য খরচের পরিমাণ নীচের তালিকায় দেওয়া আছে। মাসিক আয়ের অংশ হিসাবে তাদের সঞ্চয় নির্ণয় করে তালিকার শূন্যস্থানে বসাও :

নাম	মাসিক আয় (টাকায়)	মাসিক আয়ের অংশ হিসাবে			
		খাদ্যের জন্য খরচ	বস্ত্রের জন্য খরচ	অন্যান্য খরচ	সঞ্চয়
রাইচরণ	400	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	
হরিচরণ	350	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{5}$	
বৃন্দাবন	570	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	

প্রত্যেকের খাদ্য, বস্ত্র, অন্যান্য খরচ ও সঞ্চয়ের পরিমাণ কত টাকা হবে, তা নির্ণয় কর ও নিম্নলিখিত তালিকাটি পূর্ণ কর ঃ

নাম	খাদ্যের জন্য খরচ (টাকায়)	বস্ত্রের জন্য খরচ (টাকায়)	অন্যান্য খরচ (টাকায়)	সঞ্চয় (টাকায়)
রাইচরণ				
হরিচরণ				
বৃন্দাবন				

6. কোনও পরীক্ষায় মায়া ও ছায়া প্রত্যেকে যথাক্রমে মোট নম্বরের $\frac{5}{6}$ অংশ ও $\frac{4}{5}$ অংশ পেল। ছায়া অপেক্ষা মায়া 20 নম্বর বেশি পেয়েছে। মোট নম্বর কত ? প্রত্যেকে কত নম্বর পেয়েছে

7. গ্রাম পঞ্চায়েতের মোট টাকার $\frac{1}{4}$ অংশ বাঁধ মেরামতের জন্য ও $\frac{1}{8}$ অংশ পুকুর খননের জন্য ব্যয় করা হ'ল। প্রথম কাজের জন্য 50 জন লোক ও দ্বিতীয় কাজের জন্য 40 জন লোক নিযুক্ত হ'ল। বাঁধ মেরামতকারী প্রত্যেক লোক পুকুর খননকারী প্রত্যেক লোক অপেক্ষা 10 টাকা বেশি পেল। গ্রাম পঞ্চায়েতের মোট টাকার পরিমাণ কত ? বাঁধ মেরামতের জন্য কত টাকা ও পুকুর খননের জন্য কত টাকা বরাদ্দ হয়েছিল

8. কতকগুলি আম সুলেখা, আয়েষা ও শ্যামলীর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করতে হবে যাতে সুলেখা সমস্ত আমের $\frac{2}{5}$ অংশ, আয়েষা $\frac{3}{8}$ অংশ ও বাকি আমগুলি শ্যামলী পায়। আমগুলি না কেটে ভাগ করে দিতে হলে কমপক্ষে কতগুলি আমের প্রয়োজন ?

প্রশ্নমালা 3

1. মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে লেখ ঃ

(*i*) ·69, ·7, ·077, ·079.

(*ii*) $\frac{2}{3}$, ·75, $\frac{39}{50}$, ·781.

2. সরলতম মান নির্ণয় কর ঃ

(*i*) $2345{\cdot}11+1982+736{\cdot}8+4368{\cdot}29+{\cdot}99+28{\cdot}1$

(*ii*) $3{\cdot}4-{\cdot}56789$ (*iii*) $4{\cdot}56\times{\cdot}00234$

(*iv*) $816 \div \cdot 00008$ (*v*) $1 \cdot 625 \div 62 \cdot 5$

(*vi*) $\dfrac{(8 \cdot 7 \times 8 \cdot 7 \times 8 \cdot 7) - (1 \cdot 3 \times 1 \cdot 3 \times 1 \cdot 3)}{(8 \cdot 7 \times 8 \cdot 7 + (8 \cdot 7 \times 1 \cdot 3) + (1 \cdot 3 \times 1 \cdot 3)}$

3. দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত কর : $\frac{31}{125}$, $\frac{11}{160}$, $\frac{3}{14}$.

4. দিলীপবাবু তাঁর সমস্ত ভ্রমণ-পথের $\frac{1}{6}$ অংশ ট্রেনে, $\frac{2}{3}$ অংশ উড়োজাহাজে ও $\frac{1}{12}$ অংশ জাহাজে ভ্রমণ করার পর দেখলেন তাঁর 240 কিলোমিটার পথ বাকি আছে। তাঁর সম্পূর্ণ ভ্রমণ পথ কত কিলোমিটার ছিল ? উড়োজাহাজে তিনি কত পথ অতিক্রম করেছিলেন ?

5. সুরেনবাবু রেশন দোকান থেকে যত গম কিনলেন তার অর্ধেক চাল কিনলেন। যত চাল কিনলেন তার অর্ধেক চিনি ও যত চিনি কিনলেন তার অর্ধেক ময়দা কিনলেন। সমস্ত জিনিসের পরিমাণ $7\frac{1}{2}$ কিলোগ্রাম হলে গম, চাল, চিনি ও ময়দার পরিমাণ কত ?

6. 4 বছর আগে মুস্তাকের বয়স হানিফের বয়সের $\frac{6}{7}$ অংশ ছিল। এখন দুজনের বয়সের সমষ্টি ছিল 60 বছর। এখন কার বয়স কত ?

7. অলোক, আবীর ও আশিসের মধ্যে 1220 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও, যাতে আবীর অলোকের ·5 অংশ এবং আশিস আবীরের ·05 অংশ পায়।

8. একটি খাতায় সমান বেধ বিশিষ্ট 128টি পাতা আছে। খাতাটি ·56 সেমি পুরু হলে একটি পাতার বেধ কত ?

9. একটি চাকা 2509·2 মিটার পথ যেতে 1230 বার ঘোরে। চাকার পরিধি কত ?

10. 1 কিলোমিটার = ·62 মাইল হলে 403 মাইলে কত কিলোমিটার হবে ?

11. একটি বালতিতে 20 লিটার জল ধরে। 1·24 লিটার মাপের একটি পাত্র দিয়ে কতবার জল ঢাললে বালতিটি পূর্ণ হবে ? শেষবার ঢালার সময় বালতি পূর্ণ হওয়ার পর পাত্রটিতে কি পরিমাণ জল অবশিষ্ট থাকবে ?

12. হাসিনা, আমিনা, সুলেখা ও সুদীপ্তার মধ্যে কিছু টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হ'ল, যাতে হাসিনা সমস্ত টাকার ·25 অংশ, আমিনা অবশিষ্ট টাকার ·4 অংশ ও সুলেখা ঐ দুজনকে দেওয়ার পর বাকি টাকার $\frac{1}{3}$ অংশ পেল এবং সবশেষে 2·40 টাকা সুদীপ্তা পেল। হাসিনা, আমিনা ও সুলেখা প্রত্যেকে কে কত টাকা পেল ?

13. একটি বাঁশের ·1 অংশ কাদায়, $\frac{5}{8}$ অংশ জলে ও বাকি 2·75 মিটার জলের উপরে আছে। বাঁশটি কত লম্বা ?

14. এক ব্যক্তি তাঁর সঞ্চিত অর্থের ·2 অংশ স্থানীয় বিদ্যালয়কে ও অবশিষ্ট অর্থের $\frac{1}{25}$ অংশ পাঠাগারকে দান করলেন। তিনি যদি পাঠাগার অপেক্ষা বিদ্যালয়কে 8400 টাকা বেশি দান করে থাকেন, তবে তার সঞ্চিত অর্থের মোট পরিমাণ কত ?

প্রশ্নমালা 4

1. বর্গমূল নির্ণয় কর :

(*i*) 576, (*ii*) 1024, (*iii*) 1521.

2. প্রতিবন্ধীদের সাহায্যের জন্য একটি সেবাসঙ্ঘের সদস্যগণ চাঁদা তোলার সিদ্ধান্ত নিলেন। স্থির হ'ল যতজন সদস্য আছেন প্রত্যেকে তত টাকা দেবেন। এতে মোট 441 টাকা চাঁদা উঠল। সেবাসঙ্ঘের সদস্যসংখ্যা কত ?

3. একটি বিদ্যালয়ে উৎসবের চাঁদা বাবদ ছাত্রছাত্রীরা মোট 1156 টাকা তুলল। যদি যত ছাত্রছাত্রী আছে প্রত্যেকে তত পয়সা চাঁদা দিয়ে থাকে, তাহলে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা কত ? প্রত্যেকে কত টাকা চাঁদা দিয়েছে ?

4. 486 কে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ?

6. 2187 কে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ? ঐ পূর্ণবর্গসংখ্যার বর্গমূল কত ?

6 কোন্ ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গসংখ্যা 2, 3, 4, 5 ও 6 দ্বারা বিভাজ্য ?

7. দুটি সংখ্যার গুণফল 1156, ভাগফল 4 ; সংখ্যা দুটি কি কি ?

8. যতজন লোক ছিল, প্রত্যেকে তার দ্বিগুণ পঁচিশ পয়সা ও তিনগুণ পাঁচ পয়সা চাঁদা দেওয়ায় মোট 65 টাকা উঠল। কতজন লোক ছিল ?

9. 1804 জন সৈন্যকে নিরেট বর্গাকারে সাজাতে গিয়ে দেখা গেল 40 জন সৈন্য বেশি হয়েছে। প্রত্যেক সারিতে সৈন্যসংখ্যা কত ?

10. দুটি সংখ্যার বড়টি ছোটটির $1\frac{1}{2}$ গুণ। সংখ্যা দুটির গুণফল 384 ; সংখ্যা দুটি কি কি ?

প্রশ্নমালা 5

1. 100 জন শ্রমিক 20 দিনে একটি পুকুর খনন করতে পারেন। 8 দিন কাজ করার পর 20 জন শ্রমিক চলে গেলেন। বাকি কাজটি অবশিষ্ট শ্রমিক কত দিনে শেষ করতে পারবেন ?

2. 8 জন লোক 12 দিনে একটি কাজ করতে পারেন। 4 জন লোক বেশি নিযুক্ত করলে কাজটি কতদিনে শেষ হবে ?

3. 24 দিনে একটি সেতু নির্মাণের কাজ অর্ধেক সম্পন্ন হ'ল। তারপর আরও 16 জন লোক নিযুক্ত হ'ল এবং বাকি কাজ 16 দিনে শেষ হ'ল। প্রথমে কতজন লোক নিযুক্ত হয়েছিল ?

4. শ্যামল প্রথম কিস্তিতে 1200 টাকার বই বিক্রি করে 54 টাকা লাভ করল। একই দরে বই বিক্রি করে দ্বিতীয় কিস্তিতে সে 99 টাকা লাভ করল। দ্বিতীয় কিস্তিতে সে কত টাকায় বই বিক্রি করেছিল ?

5. একজন 80 লিটার কেরোসিন তেল 128 টাকায় কিনলেন। বিক্রি করার সময় লিটার প্রতি 25 মিলিলিটার তেল নষ্ট হ'ল। অবশিষ্ট তেল বিক্রি করে তিনি মোট 48·28 টাকা লাভ করলেন। লিটার প্রতি তেলের বিক্রয় মূল্য কত ?

6. একটি ঘড়ি 175 টাকায় বিক্রি করলে যত ক্ষতি হয়, 199 টাকায় বিক্রি করলে ক্ষতির পরিমাণের দ্বিগুণ লাভ হয়। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত ?

7. বছরের প্রথমে কোন গ্রামের লোকসংখ্যা ছিল 400 জন। বছরের শেষে দেখা গেল লোকসংখ্যা 20 জন বৃদ্ধি পেয়েছে। একই হারে বাড়লে দ্বিতীয় বছরের শেষে লোকসংখ্যা কত হবে ?

8. একজন শিক্ষকের বেতন প্রতি বছর সমপরিমাণে বৃদ্ধি পায়। 6 বছর পরে তাঁর বেতন 670 টাকা ও 12 বছর পরে তাঁর বেতন 790 টাকা হ'ল। 25 বছর পর তাঁর বেতন কত হবে ?

9. 935 টাকায় একটি রেডিও বিক্রি করার পর দেখা গেল রেডিও বিক্রেতা টাকা প্রতি 10 পয়সা লাভ করেছেন। রেডিওটি 810 টাকায় বিক্রি করলে তাঁর কত লাভ বা ক্ষতি হ'ত ?

10. কমলবাবু ঘন্টায় 5 কিমি পথ যান। 1 কিমি অন্তর তিনি 5 মিনিট বিশ্রাম করেন। 23 কিমি পথ যেতে তাঁর কত সময় লাগবে ?

দ্বিতীয় অধ্যায়

দশমিক ভগ্নাংশ

1·2. দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন :

আমরা জানি $\cdot 3 =$ তিন দশমাংশ $= \frac{3}{10}$

$\cdot 07 =$ সাত শতাংশ $= \frac{7}{100}$

$\cdot 005 =$ পাঁচ সহস্রাংশ $= \frac{5}{1000}$

যোগ করে পাই $\cdot 375 = \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$

$= \frac{300}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{5}{1000} + \frac{375}{1000}$

আবার $2\cdot 2 = 2 +$ দুই দশমাংশ $= 2 + \frac{2}{10}$

$\cdot 04 =$ চার শতাংশ $= \frac{4}{100}$

$\cdot 006 =$ ছয় সহস্রাংশ $= \frac{6}{1000}$

যোগ করে পাই $2\cdot 246 = 2 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{6}{1000}$

$= 2 + \frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{6}{1000}$

$= 2\frac{246}{1000} = \frac{2246}{1000}$

দেখা যাচ্ছে যে, 375 কে ভগ্নাংশে পরিবর্তিত করলে হয় $\frac{375}{1000}$ এবং 2·246 কে ভগ্নাংশে পরিণত করলে হয় $\frac{2246}{1000}$. এ দুটি উদাহরণের মাধ্যমে একটি নিয়মের আভাস পাওয়া যায়। নিয়মটি নিম্নরূপ :

যে কোন দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত করতে হলে দশমিক বিন্দু বাদ দিয়ে সংখ্যাটিকে লব হিসাবে লিখতে হবে এবং দশমিক বিন্দুর পর যতগুলি অঙ্ক আছে 1 এর পর ততগুলি 0 বসিয়ে যে সংখ্যাটি পাওয়া যাবে তাকে হর হিসাবে লিখতে হবে।

এভাবে যে ভগ্নাংশটি পাওয়া যাবে, সেটিই হবে দশমিক ভগ্নাংশটির সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর। সরলতম আকারে লিখতে সামান্য ভগ্নাংশটিকে প্রয়োজনমত লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে নিতে হবে।

সুতরাং $\cdot375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$

আবার, $2\cdot246 = \frac{2246}{1000} = \frac{1123}{500} = 2\frac{123}{500}$

$2\cdot246$ কে নিম্নলিখিত উপায়ে পূর্ণাংশের 2 কে বাইরে রেখেও মিশ্র ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়।

$$2\cdot246 = 2 + \cdot246 = 2\frac{246}{1000} = 2 + \frac{123}{500} = \frac{123}{500}$$

যে সকল দশমিক ভগ্নাংশের মান 1 এর চেয়ে বেশি অর্থাৎ যাদের পূর্ণাংশে 1 বা ততোধিক কোন সংখ্যা থাকবে, তাদের মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করার সময় এই দ্বিতীয় পদ্ধতিটি অনুসরণ করাই ভাল।

উদাহরণ 1. সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত করে সরলতম মান নির্ণয় কর ও তা দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

(*i*) $\dfrac{\cdot0171}{\cdot38}$

$$\frac{\cdot0171}{\cdot38} = \frac{1\cdot71}{38} = \frac{\frac{171}{100}}{38} = \frac{171}{100} \times \frac{1}{38} = \frac{9}{200} = \cdot045$$

সংক্ষেপে রাশিটিকে এভাবেও সরল করা যায়—

$$\frac{\cdot0171}{\cdot38} = \frac{171}{3800} = \frac{9}{200} = \cdot045$$

[এখানে লব ও হরে দশমিক বিন্দু ডানদিকে সমানসংখ্যক ঘর এমনভাবে সরানো হয়েছে যার ফলে লব, হর দুই-ই পূর্ণসংখ্যায় পরিণত হয়েছে।]

(*ii*) 7 ঘণ্টা 45 মিনিটকে ঘণ্টায় পরিণত কর।

7 ঘণ্টা 45 মিনিট $= (7 + \frac{45}{60})$ ঘণ্টা $= (7 + \frac{3}{4})$ ঘণ্টা

$(7 + \cdot75)$ ঘণ্টা $= 7\cdot75$ ঘণ্টা

(iii) $\frac{\text{4 লিটার 185 মিলিলি}}{\text{2 লিটার 250 মিলিলি}}$ কে সরলতম দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত কর।

$$\frac{\text{4 লিটার 185 মিলিলি}}{\text{2 লিটার 250 মিলিলি}}=\frac{4185}{2250}=\frac{837}{450}=\frac{93}{50}=\frac{186}{100}$$
$$=1\cdot86$$

প্রশ্নমালা 6

1. লঘিষ্ঠ আকারের সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত কর :

(i) ·26, ·8, ·05, 1·2, 2·05

(ii) ·00275, ·625, ·255, ·0085, 260·0025

(iii) $\frac{6\cdot33}{\cdot025}$, $\frac{\cdot729}{\cdot061}$, $\frac{\cdot0099}{\cdot0495}$, $\frac{12\cdot144}{\cdot0012}$, $\frac{7\cdot007}{\cdot00028}$

2. সরলতম দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত কর :

(i) $\frac{\cdot02592}{\cdot081}$ (ii) $\frac{1\cdot5\times6\cdot3}{7\cdot2\times7\cdot5}$ (iii) $\frac{\text{1 টা. 69 প.}}{\text{1 টা. 4 প.}}$

(iv) $\frac{\text{5 লিটার 265 মিলিলি}}{\text{৪ লিটার 250 মিলিলি}}$ (v) $\frac{\text{5 কিমি 11 মি 25 সেমি}}{\text{3কিমি 2 হেমি 72 ডেসিমি}}$

(vi) $\frac{\text{6 কুই 55 কেজি 50 গ্রাম}}{\text{1 কুই 50 কেজি}}$

3. (i) 15000 টাকার ·225 অংশ কত টাকা ?

(ii) 15 কুইন্টাল 25 কেজি এর ·01 অংশ কত ?

(iii) 1 লক্ষ টাকার ·01 অংশের ·001 অংশ কত টাকা ?

(iv) 1500 কিমি এর ·375 অংশ কত ?

(v) কোন সম্পত্তির ·21 অংশের মূল্য 8,400 টাকা হলে সমস্ত সম্পত্তির মূল্য কত ?

(vi) 70 কোটি লোকের ·65 অংশ নিরক্ষর হলে মোট নিরক্ষরের সংখ্যা কত ?

2.2. আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন :

সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে কিভাবে পরিবর্তন করা যায় তা তোমরা আগেই শিখেছ। সরল দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে কিভাবে পরিবর্তন করা যায় তাও তোমরা আগের অংশে শিখলে। এখন আবৃত্ত দশমিককে (যেমন $\cdot\dot{3}$, $\cdot0\dot{1}$, $\cdot\dot{1}2\dot{3}$, $\cdot02\dot{1}\dot{1}$ প্রভৃতি) কেমনভাবে ভগ্নাংশে পরিণত করা যায় তা আলোচনা করা যাক।

আমরা জানি, $\cdot\dot{3} = \cdot3333\cdots\cdots$

$\cdot\dot{3}$ এর 10 গুণ $= 3\cdot333\cdots\cdots$

বাম ও দক্ষিণ উভয়দিকে দ্বিতীয় সম্পর্কটি থেকে প্রথমটিকে বিয়োগ করলে পাওয়া যায়

$\therefore$ $\cdot\dot{3}$ এর 9 গুণ $= 3\cdot333\cdots\cdots \;-\; \cdot333\cdots\cdots$

$= 3$

$\therefore \quad \cdot\dot{3} = \frac{3}{9}$

এখানে লক্ষ কর $\cdot\dot{3}$ এর আবৃত্ত অংশে একটিমাত্র অঙ্ক আছে এবং 3 কে সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত করে যা পাওয়া গেল তার লবে 3 বসেছে ও হরে একটিমাত্র 9 বসেছে।

এখানে $\cdot\dot{3}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত করার মূল ধাপটি হ'ল 10 দিয়ে গুণ করা। এবার আরও একটি আবৃত্ত দশমিক ধরা যাক $\cdot\dot{1}\dot{2}$ এখানে কিন্তু 10 দিয়ে গুণ করলে হবে না।

$\cdot\dot{1}\dot{2} \quad = 12121212 \cdots\cdots$

$100 \times \cdot\dot{1}\dot{2} = 12\cdot12121212\cdots\cdots$

নিচেরটি থেকে উপরেরটি বিয়োগ করে পাওয়া যায়

$99 \times \cdot\dot{1}\dot{2} = 12$

$\therefore \quad \cdot\dot{1}\dot{2} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

এখানে দেখা গেল 10 এর পরিবর্তে 100 বা 10^2 দিয়ে গুণ করতে হ'ল। আসল কথা হ'ল 10 এর এমন শক্তি দিয়ে গুণ

করতে হবে যাতে আবৃত্ত অংশটি পুরোপুরি একবার দশমিক বিন্দুর বাঁদিকে চলে আসে। সব সময় কিন্তু এ পদ্ধতিও সফল হবে না। যখন প্রদত্ত সংখ্যার দশমিকাংশের সবটুকুই আবৃত্ত তখন 10 বা 10 এর সুবিধা মত কোন শক্তি দিয়ে গুণ করাই যথেষ্ট। আরও একটি উদাহরণ দেখা যাক।

$$\cdot\dot{1}2\dot{3} = \cdot 123123123123\ldots\ldots$$

$$1000 \times \cdot\dot{1}2\dot{3} = 123\cdot 123123123\ldots\ldots$$

বিয়োগ করে

$$999 \times \cdot\dot{1}2\dot{3} = 123$$

$$\therefore \quad \cdot\dot{1}2\dot{3} = \tfrac{123}{999} = \tfrac{41}{333}$$

কিন্তু যখন দশমিকাংশে অনাবৃত্ত অংশও থাকে তখন কৌশলটির আরও একটু পরিবর্তন প্রয়োজন হয়। একটি উদাহরণ দেওয়া যাক।

$$\cdot 1\dot{2}3\dot{4} = \cdot 1234234234\ldots\ldots$$

$$10000 \times \cdot 1\dot{2}3\dot{4} = 1234\cdot 234234234\ldots\ldots$$

$$10 \times \cdot 1\dot{2}3\dot{4} = \quad 1\cdot 234234234\ldots\ldots$$

বিয়োগ করে $(10^4 - 10) \times \cdot 1\dot{2}3\dot{4} = 1234 - 1 = 1233$

$$9990 \times \cdot 1\dot{2}3\dot{4} = 1233$$

$$\cdot 1\dot{2}3\dot{4} = \tfrac{1233}{9990} = \tfrac{137}{1110}$$

এখানে 10^4 দিয়ে গুণ করা হয়েছে যাতে আবৃত্ত অংশটি একবার পুরোপুরি দশমিক বিন্দুর বাঁদিকে চলে আসে। পরে 10 দিয়ে গুণ করা হয়েছে যাতে অনাবৃত্ত দশমিক অংশটিও দশমিক বিন্দুর বাঁদিকে চলে আসে।

উপরোক্ত পদ্ধতিগুলিতে গুণ করার পর দশমিক বিন্দুর ডান দিকে যে আবৃত্ত অংশটি পৌনঃপুনিক ভাবে আছে বিয়োগ করলে সেই অংশটিই বাদ চলে যাচ্ছে।

এভাবে নিজে বুদ্ধি খাটিয়ে $1\cdot2\dot{3}4\dot{5}$ সংখ্যাটি সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত কর।

2.3. সূত্রাকারে প্রকাশের পদ্ধতি :

পূর্ব অনুচ্ছেদে তোমরা শিখেছ কোন্ প্রক্রিয়া অনুসরণ করলে আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়। এবার এই প্রক্রিয়াটিকে সূত্রাকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করা হবে।

$52\cdot63\dot{7}5\dot{1}$ সংখ্যাটিতে আবৃত্তাংশ, অনাবৃত্ত দশমিকাংশ এবং পূর্ণাংশ সবই আছে। এই সংখ্যাটির আবৃত্তাংশ যদি পুরোপুরি একবার দশমিক বিন্দুর বাঁদিকে আনতে হয় তাহলে দশমিক বিন্দুটিকে ডানদিকে 5 ঘর সরাতে হবে অর্থাৎ 10^5 দিয়ে গুণ করতে হবে। এরূপ গুণ করে লেখা যায়

$$10^5 \times 52\cdot63\dot{7}5\dot{1} = 5263751\cdot751751751 \cdots\cdots (1)$$

আবার প্রদত্ত সংখ্যাটির শুধু অনাবৃত্ত দশমিকাংশকে দশমিক বিন্দুর বাঁদিকে আনতে হলে দশমিক বিন্দুকে ডানদিকে 2 ঘর সরাতে হবে। অর্থাৎ সংখ্যাটিকে 10^2 দিয়ে গুণ করতে হবে। এরকম গুণ করে পাওয়া যায়

$$10^2 \times 52\cdot63\dot{7}5\dot{1} = 5263\cdot751751\cdots\cdots \qquad (2)$$

(1) থেকে (2) বিয়োগ করলে পাওয়া যায়

$$(10^5 - 10^2) \times 52\cdot63\dot{7}5\dot{1} = 5263751 - 5263$$

উভয়পক্ষে $10^5 - 10^2$ দিয়ে ভাগ করে

$$52\cdot63\dot{7}5\dot{1} = \frac{5263751 - 5263}{10^5 - 10^2}$$

$$= \frac{5263751 - 5263}{99900} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

এটিই নির্ণেয় ভগ্নাংশ। এবার এটিকে তোমাদের জানা পদ্ধতিতে সরলীকরণ করা যেতে পারে এবং পরে করাও হবে। কিন্তু নিয়মটি এখানেই বুঝে নেওয়া দরকার।

(3) নং সম্পর্কটি বিশ্লেষণ করলে দেখতে পাচ্ছি যে, নির্ণীত ভগ্নাংশের লবটি হ'ল দুটি সংখ্যার বিয়োগফল। এ দুটির প্রথম সংখ্যাটি হ'ল প্রদত্ত সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও আবৃত্ত বিন্দু বর্জিত নিরাভরণ রূপ। আর দ্বিতীয় সংখ্যাটি প্রদত্ত সংখ্যার অনাবৃত্ত অংশের নিরাভরণ রূপ (পূর্ণসংখ্যা সহ)।

প্রাপ্ত ভগ্নাংশের হরটিকে বিশ্লেষণ করলে কি দেখতে পাচ্ছি ? হরে দেখছি প্রথমে তিনটি 9 আছে পর পর, আবার প্রদত্ত সংখ্যার আবৃত্ত অংশে অঙ্কও আছে ঠিক তিনটি। আরও দেখছি তিনটি 9-এর পর আছে দুটি শূন্য এবং প্রদত্ত সংখ্যার অনাবৃত্ত দশমিকাংশে অঙ্কও আছে ঠিক দুটি। এবার সূত্রটি লেখা যায় ঃ

$$\text{যে কোন আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা} = \frac{\text{সম্পূর্ণ সংখ্যাটির নিরাভরণ রূপ} - \text{সংখ্যাটির অনাবৃত্ত অংশের নিরাভরণ রূপ}}{\text{আবৃত্ত অংশের অঙ্কসংখ্যার সমান সংখ্যক 9এর পরে অনাবৃত্ত দশমিকাংশের অঙ্কসংখ্যার সমান সংখ্যক শূন্য}}$$

এখানে সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও আবৃত্ত দশমিক বিন্দু বর্জিত রূপটিকে নিরাভরণ রূপ বলা হয়েছে। এবার একটি ক্ষেত্রে সূত্রটির প্রয়োগ দেখা যাক।

উদাহরণ 1. $31{\cdot}5\dot{6}34\dot{9}$ কে ভগ্নাংশে পরিণত কর।

$$31{\cdot}5\dot{6}34\dot{9} = \frac{3156349 - 315}{99990}$$

$$= \frac{3156034}{99990} = \frac{1578017}{49995}$$

$$= 31\frac{28172}{49995}$$

পূর্ব অনুচ্ছেদে যে সব অপেক্ষাকৃত ছোট অঙ্কগুলি করা হয়েছে তাও কিন্তু এই সূত্রের সাহায্যে করা যায়।

উদাহরণ 2. $\cdot 1\dot{2}\dot{3}$ কে ভগ্নাংশে পরিণত কর।

$$\cdot 1\dot{2}\dot{3} = \frac{123-1}{990} = \frac{122}{990} = \frac{61}{495}$$

নিচের উদাহরণটি একটু বিশেষ ধরনের—

উদাহরণ 3. $\cdot\dot{9}$ কে ভগ্নাংশে পরিণত কর।

$$\cdot\dot{9} = \frac{9-0}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

উত্তরটি একটু চমকপ্রদ নয় কি ?

প্রশ্নমালা 7

1. (*a*) $\cdot\dot{3}$, $\dot{5}$ এবং $\cdot\dot{8}$ সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে 10 দিয়ে গুণ কর।
   (*b*) প্রতিটি গুণফল থেকে মূল সংখ্যাটি বিয়োগ কর।
   (*c*) প্রতি ক্ষেত্রে বিয়োগফল মূল সংখ্যার কত গুণ ?
   (*d*) (*b*) ও (*c*) থেকে প্রতিটি সংখ্যার সামান্য ভগ্নাংশের মান লেখ।
2. (*a*) $\cdot\dot{1}\dot{2}$, $\cdot\dot{3}\dot{5}$ এবং $\dot{7}\dot{8}$ সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে 100 দিয়ে গুণ কর।
   (*b*) প্রতিটি গুণফল থেকে মূল সংখ্যাটি বিয়োগ কর।
   (*c*) প্রতি ক্ষেত্রে বিয়োগফল মূল সংখ্যার কত গুণ ?
   (*d*) (*b*) ও *c*) থেকে প্রতিটি সংখ্যার সামান্য ভগ্নাংশের মান লেখ।
3. (*a*) $\cdot 0\dot{3}$, $\cdot 1\dot{6}$ এবং $1\cdot 2\dot{4}$ সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে 100 দিয়ে গুণ কর।
   (*b*) পৃথকভাবে সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে 10 দিয়ে গুণ কর।
   (*c*) (*a*) এর প্রাপ্ত মান থেকে (*b*) এর প্রাপ্ত মান বিয়োগ কর।
   (*d*) প্রতি ক্ষেত্রে বিয়োগফল মূল সংখ্যাটির কত গুণ ?
   (*e*) (*c*) ও (*d*) থেকে প্রতিটি সংখ্যার সামান্য ভগ্নাংশের মান নির্ণয় কর।
4. সূত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত আবৃত্ত দশমিকগুলিকে সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত কর :
   (*a*) $\cdot\dot{3}$, $\cdot\dot{0}\dot{1}$, $\cdot\dot{2}\dot{7}$, $\cdot\dot{9}$, $\cdot\dot{3}0\dot{3}$

(b) $\cdot 0\dot{3}$, $\cdot\dot{1}\dot{6}$, $\cdot 00\dot{7}$, $\cdot 21\dot{2}\dot{4}$, $\cdot 32\dot{1}\dot{5}$

(c) $\cdot 36\dot{1}4\dot{8}$, $\cdot 008\dot{4}\dot{5}$, $\cdot 21\dot{6}2\dot{5}$, $\cdot 002\dot{3}\dot{4}$

(d) $1\cdot 300\dot{9}$ $31\cdot\dot{2}\dot{5}$, $2\cdot\dot{3}6\dot{3}$, $1\cdot 01\dot{2}0\dot{2}$

(e) $7\cdot 0\dot{2}\dot{8}$, $1\cdot 0\dot{7}\dot{2}$, $2\cdot 1\dot{0}\dot{1}$, $29\cdot 2\dot{4}30\dot{6}$

(f) $\cdot\dot{3}\dot{4}$, $\cdot 21\dot{3}\dot{7}$, $4\cdot\dot{2}\dot{6}$, $4\cdot 023\dot{4}\dot{1}$

2.4. আসন্নমান নির্ণয় :

5টি জিনিসের দাম 62 পয়সা। একটি জিনিস কিনলে কত দিতে হবে ?

$$62 \text{ প.} \div 5 = 12\cdot 4 \text{ পয়সা}$$

বাস্তবক্ষেত্রে 12 পয়সা পাওয়া গেলেও ·4 পয়সা পাওয়া যায় না ; কাজেই একটি জিনিসের জন্য 12 পয়সা অথবা 13 পয়সা দিতে হবে।

12 পয়সা দিলে (12·4 − 12) প = ·4 পয়সা কম দেওয়া হয়। আবার, 13 পয়সা দিলে (13 − 12·4) প. = ·6 পয়সা বেশি দেওয়া হবে। এক্ষেত্রে 12 পয়সা বা 13 পয়সা কত দেওয়া যুক্তিসঙ্গত তা ঠিক করার জন্য 12·4 পয়সা এর আসন্ন (কাছাকাছি) মান নির্ণয় করা প্রয়োজন হয়।

দেখা যাচ্ছে, 12 পয়সা 13 পয়সার চেয়ে 12·4 পয়সার বেশি কাছাকাছি। সেই কারণে 12 পয়সাকেই 12·4 পয়সার আসন্ন মান হিসাবে ধরা যুক্তিযুক্ত।

আবার 8টি জিনিসের দাম 62 পয়সা। একটি জিনিস কিনলে কত দিতে হবে ?

একটি জিনিসের জন্য দিতে হবে 62 প. ÷ 8 = 7·75 পয়সা।

বাস্তবক্ষেত্রে ·75 পয়সা পাওয়া সম্ভব নয়। সুতরাং একটি জিনিসের দাম আসন্ন পয়সায় ঠিক করতে হবে।

একটি জিনিসের জন্য 7 পয়সা দিলে (7·75 − 7) প. = ·75 পয়সা কম দেওয়া হয়। আবার 8 পয়সা দিলে (8 − 7·75) প. = ·25 পয়সা বেশি দেওয়া হয়। এখন দেখা যাচ্ছে, 7 পয়সা ও 8 পয়সার মধ্যে 8 পয়সা 7·75 পয়সার বেশি কাছাকাছি। সুতরাং আসন্ন পয়সায় 7·75 পয়সার মান ধরা হয় 8 পয়সা। এখন বলতো, 24·65 পয়সা, 7·2 পয়সা, 9·06 পয়সা ও 23·9 পয়সার মান আসন্ন পয়সায় কত হবে ?

[মন্তব্য : পূর্বের উদাহরণটিকে একটু পরিবর্তন করে চিন্তা করা যাক।

62 পয়সা 5 জনের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করে দিলে কে কত পাবে ?

পূর্বেই দেখা গেছে প্রত্যেকে পাবে 12·4 পয়সা ; কিন্তু 12·4 পয়সা দেওয়া যায় না, কাজেই আসন্নমানে প্রত্যেকে পাবে 12 পয়সা।

আবার, 62 পয়সা 8 জনের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করে দিলে কে কত পাবে ?

এক্ষেত্রেও দেখা গেছে প্রত্যেকে পাবে 7·75 পয়সা। 7·75 পয়সা দেওয়া সম্ভব নয়, তাই পয়সার আসন্নমানে দিতে হবে। 7·75 পয়সার আসন্ন মান হ'ল 8 পয়সা। কিন্তু 62 পয়সা থেকে 8 পয়সা প্রত্যেককে দেওয়া যাবে কি ? দেওয়া সম্ভব নয়, কারণ তাহলে 64 পয়সা লাগবে। কাজেই এক্ষেত্রেও 7 পয়সাই প্রত্যেকে পাবে।]

কোন মিশ্র দশমিক সংখ্যায় দশমিকাংশের প্রথম অঙ্ক যদি 5 বা তার বেশি হয়, তাহলে সংখ্যাটির আসন্ন মান পূর্ণসংখ্যায় হবে সংখ্যাটির পূর্ণাংশ (বা দশমিক পূর্বাংশ) + 1 ; আর দশমিকাংশের প্রথম অঙ্ক 5 এর চেয়ে কম হলে, দশমিকাংশটি বাদ দিলেই নির্ণেয় আসন্ন মান পাওয়া যাবে।

আসন্ন পূর্ণসংখ্যায় 25·37 এর মান 25, 4·89 এর মান 5, 6·39 এর মান 6 ইত্যাদি।

আসন্ন টাকায় 15·89 টাকার মান 16 টাকা, 36·25 টাকার মান 36 টাকা ইত্যাদি।

আসন্ন কিলোমিটারে 180·7 ও 45·45 কিলোমিটারের আসন্ন মান যথাক্রমে 181 ও 45 কিলোমিটার।

নিচে আমাদের দেশের কয়েকটি রাজ্যের আয়তন দেওয়া হ'ল—

রাজ্যের নাম	আয়তন (বর্গ কিমি)
পশ্চিমবঙ্গ	87,900
ত্রিপুরা	10,477
কেরল	38,864
উত্তরপ্রদেশ	2,93,800
মধ্যপ্রদেশ	4,43,400
গুজরাট	1,87,000

উপরে প্রদত্ত রাজ্যগুলির আয়তন তুলনা করতে হলে আয়তনকে এক হাজার বর্গ কিলোমিটারের এককে প্রকাশ করে তাদের আয়তনের মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে তুলনা করা হলে অপেক্ষাকৃত সুবিধা হয়। নিচের ছকটি পূরণ করে তুলনা কর :

রাজ্যের নাম	আয়তন (বর্গ কিমি)	আয়তন (আসন্ন হাজার বর্গ কিমি)	আয়তন (আসন্ন লক্ষ বর্গ কিমি)
পশ্চিমবঙ্গ	87,900	88	1
ত্রিপুরা	10,477		
কেরল	38,864		
উত্তরপ্রদেশ	2,93,800	294	3
মধ্যপ্রদেশ	4,43,400		
গুজরাট	1,87,000		

যত বড় এককে আসন্ন মান নেওয়া হয়, প্রকৃত মান থেকে তত বেশি ভুল ধরে নেওয়া হয়। যেমন উত্তরপ্রদেশের আয়তন 294 হাজার বর্গ কিমি না বলে 3 লক্ষ বর্গ কিমি বললে অনেক বেশি ভুল হয় ; কিন্তু অনেক সময় প্রায় 3 লক্ষ বর্গ কিমি বলে সময় ও পরিশ্রম বাঁচাই ; অন্যান্য রাজ্যের আয়তনের সঙ্গে তুলনা করাও আমাদের পক্ষে অনেক ক্ষেত্রে (কিন্তু সবক্ষেত্রে নয়) সুবিধা হয়।

কোন্ এককে আসন্নমান নির্ণয় করব, আমরা প্রয়োজন অনুসারে ঠিক করি। পৃথিবী থেকে গ্রহ বা উপগ্রহের দূরত্ব মাপার সময় আমরা একক হিসাবে এক লক্ষ কিমিকে ব্যবহার করি। বিভিন্ন স্টেশনের দূরত্ব মাপার সময় আসন্ন কিলোমিটারে মাপি। আবার কাপড় মাপার সময় আসন্ন সেণ্টিমিটারে মাপি। কয়লা মাপার সময় আসন্ন কিলোগ্রামে, কিন্তু সোনা মাপার সময় 1 গ্রামের হাজার ভাগের এক ভাগ পর্যন্ত আসন্নমানে প্রকাশ করি। সোনা মাপার সময় 1·23346 গ্রাম এর বদলে আসন্ন 1 গ্রাম ধরলে অনেক ক্ষতি হবে।

কাজেই দশমিক বিন্দুর পরেও এক দশমিক, দুই দশমিক, তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান নির্ণয় করা প্রয়োজন। ধরা যাক, স্কুল সংলগ্ন খেলার মাঠের দৈর্ঘ্য 54·62 মিটার। আসন্ন মিটারে এর মান হবে 55 মি, এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান হবে 54·6 মি। অনুরূপভাবে, একখণ্ড সোনার ওজন 3·5463 গ্রাম হলে, 1 দশমিক স্থান পর্যন্ত এর শুদ্ধমান বা আসন্নমান 3·5 গ্রাম, দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত শুদ্ধমান বা আসন্নমান 3·55 গ্রাম এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান 3·546 গ্রাম। অর্থাৎ সংক্ষেপে বলা যায়, যে স্থান পর্যন্ত আসন্নমান নির্ণয় করতে হবে, তার পরবর্তী অঙ্কটি 5 বা তার বেশি হলে যে স্থানের অঙ্ক পর্যন্ত আসন্নমান নির্ণয় করতে হবে সেই অঙ্কটিকে 1 বাড়িয়ে নিতে হবে ; অন্যথায় ঐ স্থানের অঙ্কটি যা আছে তাই থাকবে। এরূপে 3·4637 এর পূর্ণসংখ্যায় আসন্নমান 3, 1 দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান 3·5, 2 দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান 3·46 এবং তিন

দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান 3·464. এরূপ আসন্নমানকে নিম্নরূপে সাংকেতিক চিহ্নের সাহায্যেও প্রকাশ করা যায়।

3·4637≈3 (পূর্ণসংখ্যায় আসন্নমান)
≈3·5 (এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান)
≈3·46 (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান)
≈3·464 (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান)

[≈চিহ্নটির অর্থ প্রায় সমান।]

আবার 27·37648≈27·4 (1 দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান)
≈27·38 (2 দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান)
≈27·376 (3 দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান)

নিচের ছকে কয়েকটি সংখ্যার এক, দুই, তিন দশমিক পর্যন্ত মান ও তাদের এক, দুই, তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান দেওয়া হ'ল। ঐগুলি দেখ, ছকের যেখানে যথাযথ মান বসানো হয়নি, সেগুলি নিজে নিজে পূরণ কর।

দশমিক ভগ্নাংশ	এক দশমিক পর্যন্ত সংখ্যা	এক দশমিক পর্যন্ত আসন্ন সংখ্যা	দুই দশমিক পর্যন্ত সংখ্যা	দুই দশমিক পর্যন্ত আসন্ন সংখ্যা	তিন দশমিক পর্যন্ত সংখ্যা	তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্ন সংখ্যা
4·3726	4·3	4·4	4·37	4·37	4·372	4·373
2·09182	2·0	2·1	2·09	2·09	2·091	2·092
·6982	·6	·7	·69	·70	·698	·698
25·84396						
·0818	0	·1	·08	·08	·081	·082
4·3216						
33·36812						
·0093718	0	0	0	·01	·009	·009

বিশেষ দ্রষ্টব্য ঃ টাকার হিসাব করার সময় সব সময় দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান বার করতে হয়, কারণ তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত টাকার মানের বাস্তব অস্তিত্ব নেই। যেমন 2·346 টাকার অর্থ 2 টাকা 34·6 পয়সা এখানে ·6 পয়সা যা উল্লেখ করা হয়েছে তা পাওয়া সম্ভব নয়।

তাই 2·346 টাকা = 2 টাকা 34·6 পয়সা

≈2 টাকা 35 পয়সা ধরা হয়।

টাকা পয়সা ভগ্নাংশে বা দশমিক ভগ্নাংশে হলে তাকে সবসময় আসন্ন পয়সায় প্রকাশ করাই বাস্তবানুগ।

প্রশ্নমালা 8

1. 4, 59, 03, 961 সংখ্যাটির আসন্নমান কোটি এককে, লক্ষ এককে, সহস্র এককে ও শতক এককে লেখ।

2. উচ্চ শিক্ষার জন্য পাঁচটি রাজ্যকে অনুদানের পরিমাণ নিচের ছকে দেওয়া হোল। ঐ অনুদানের আসন্নমান লক্ষ, সহস্র ও শত টাকায় নির্ণয় করে ছকের যথাস্থানে বসাও।

রাজ্যের নাম	অনুদানের পরিমাণ (টাকায়)	লক্ষ টাকায় আসন্নমান	সহস্র টাকায় আসন্নমান	শত টাকায় আসন্নমান
অন্ধ্র প্রদেশ	2,79,09,708			
আসাম	44,31,362			
বিহার	1,08,47,388			
কর্ণাটক	1,19,39,530			
তামিলনাড়ু	2,46,34,452			

3. 45·974639 সংখ্যাটিতে পূর্ণসংখ্যা কত? সংখ্যাটির পূর্ণসংখ্যায় আসন্ন মান কত? সংখ্যাটির এক দশমিক, দুই দশমিক, তিন দশমিক পর্যন্ত মান

কি কি হবে? সংখ্যাটির এক দশমিক, দুই দশমিক ও তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্নমানগুলি কি কি?

4. ছকে দেওয়া নির্দেশ অনুসরণ করে শূন্যস্থানগুলি পূরণ কর ঃ

সংখ্যা	সংখ্যাটির মান							
	পূর্ণসংখ্যা	পূর্ণসংখ্যায় আসন্নমান	এক দশমিক পর্যন্ত মান	এক দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান	দুই দশমিক পর্যন্ত মান	দুই দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান	তিন দশমিক পর্যন্ত মান	তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান
45·3068								
4·3647								
1·00074								
·67371								
8·54387								
·0615								
·00123								

5. নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে দশমিকে প্রকাশ কর ঃ

(*i*) $\frac{1}{5}$ (*ii*) $\frac{22}{7}$ (দুই দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান) (*iii*) $\frac{1}{14}$ (এক দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান) (*iv*) $\frac{314}{3}$ (তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্নমান)।

6. 1 মাইল = 1·6093 কিলোমিটার হলে, 1 কিলোমিটারকে মাইলে প্রকাশ কর (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান)।

7. আলো এক সেকেণ্ডে যায় 186000 মাইল, আবার 1 মাইল = 1·6093 কিলোমিটার। আলো এক সেকেণ্ডে যতদূর যায় তা কিলোমিটারের আসন্নমানে প্রকাশ কর।

৪. 1 ইঞ্চি = 2·54 সেণ্টিমিটার হলে, 1 সেণ্টিমিটার = কত ইঞ্চি হবে? (এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে প্রকাশ কর)।

9. 180 ডিগ্রি $= \frac{22}{7}$ রেডিয়ান হলে 1 রেডিয়ানকে ডিগ্রিতে (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে) প্রকাশ কর।

10. 1 পাউণ্ড $= 18{\cdot}14$ টাকা, 100 টাকার পরিমাণ পাউণ্ডে লেখ। (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন)।

11. (*i*) 7·35 টাকা 4 জনকে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত পাবে?

(*ii*) 2 টাকা 7 জন মেয়েকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত পাবে?

(*iii*) 50 টাকা 3 জন ছেলে ও 4 জন মেয়ের প্রত্যেককে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হ'ল। ছেলেরা মোট কত পাবে? মেয়েরাই বা মোট কত পাবে? ছেলেদের ও মেয়েদের দেয় মোট টাকার যোগফল 50 টাকা হবে কি? যদি না হয় তবে কত কম বা বেশি হবে?

তৃতীয় অধ্যায়

ভগ্নাংশের গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.

3.1 গুণনীয়ক ও গুণিতক :

একটি সংখ্যা যদি আর একটি সংখ্যা দিয়ে বিভাজ্য হয় তাহলে ভাজক সংখ্যাটিকে ভাজ্য সংখ্যার গুণনীয়ক এবং ভাজ্য সংখ্যাটিকে ভাজক সাংখ্যার গুণিতক বলে। এখানে বিভাজ্যতার অর্থ হ'ল ভাগ করলে মিলে যাওয়া। অর্থাৎ ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হওয়া এবং ভাগশেষ না থাকা। এসব কথা তোমরা ষষ্ঠ শ্রেণীতে শিখেছ—পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে। ধারণাগুলিকে কিন্তু ভগ্নাংশের ক্ষেত্রেও প্রসারিত করা যায় অনায়াসে, একটু চিন্তা করলেই। আমরা প্রথমে গুণনীয়কের একটু বিস্তারিত আলোচনা করব।

3.2. ভগ্নাংশের গুণনীয়ক :

একটি ভগ্নাংশ যদি আর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে বিভাজ্য হয় অর্থাৎ ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হয়, তাহলে পূর্বের ন্যায় ভাজ্য ভগ্নাংশটিকে ভাজক ভগ্নাংশটির গুণিতক এবং ভাজক ভগ্নাংশটিকে ভাজ্য ভগ্নাংশটির গুণনীয়ক বলে। যেমন, $\frac{4}{3}$ এর একটি গুণনীয়ক $\frac{2}{9}$ কারণ—

$$\frac{4}{3}\div\frac{2}{9}=\frac{4}{3}\times\frac{9}{2}=6 \text{ (পূর্ণসংখ্যা)}$$

অবশ্য $\frac{4}{3}$ এর আরও অনেক গুণনীয়ক হতে পারে।

যেমন $\frac{2}{15}, \frac{2}{21}, \ldots\frac{9}{4}, \frac{4}{15}, \frac{4}{21}\ldots$

পরীক্ষা করে দেখ এরা সকলেই $\frac{4}{3}$এর গুণনীয়ক অর্থাৎ এই ভগ্নাংশগুলির প্রত্যেকটি দিয়ে $\frac{4}{3}$ কে ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণ-সংখ্যা হবে।

এখন প্রশ্ন ওঠে কোন একটি ভগ্নাংশের যথা $\frac{4}{9}$ এর গুণনীয়কগুলি বার করতে হবে কেমন করে? মনে রাখতে হবে গুণনীয়ক ভগ্নাংশটি এমন হবে যা দিয়ে প্রদত্ত ভগ্নাংশটিকে ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হয়। তা হতে হলে সহজেই বোঝা যায় নির্ণেয় ভগ্নাংশের হরটি হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরের কোন গুণিতক এবং একই কারণে লবটিকে হতে হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশের লবের কোন গুণনীয়ক। তাহলে সূত্রাকারে নিয়মটিকে লেখা যায় নিম্নরূপে:

$$\text{কোন ভগ্নাংশের গুণনীয়ক} = \frac{\text{লবের কোন গুণনীয়ক}}{\text{হরের কোন গুণিতক}}$$

আবার আমরা জানি কোন পূর্ণসংখ্যার গুণনীয়কের সংখ্যা সীমিত ও নির্দিষ্ট, কিন্তু গুণিতক অসংখ্য।

উপরের সূত্র থেকে সহজেই দেখা যাচ্ছে, কোন ভগ্নাংশের কিন্তু গুণনীয়কও অসংখ্য। পূর্ণসংখ্যার গুণনীয়ক থেকে ভগ্নাংশের গুণনীয়কের এই চরিত্রগত পার্থক্যটি লক্ষ্যণীয়।

আর একটি বিষয়ের প্রতিও দৃষ্টি দেওয়া উচিত। গুণনীয়ক বার করবার জন্য উপরের সূত্রটি প্রয়োগ করবার আগে প্রদত্ত ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে নেওয়া দরকার। তা না করলে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হতে পারে। যেমন প্রাথমিক সংজ্ঞা অনুসারে $\frac{4}{18}$ ভগ্নাংশটির একটি গুণনীয়ক $\frac{1}{9}$, কারণ—

$$\frac{4}{18} \div \frac{1}{9} = 2 \text{ (পূর্ণসংখ্যা)}$$

অথচ গুণনীয়ক ভগ্নাংশ $\frac{1}{9}$ এর হর 9 প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরের অর্থাৎ 18 এর গুণিতক নয় বরং গুণনীয়ক। এরকম বিভ্রান্তি এড়িয়ে চলার জন্যই গুণনীয়ক বার করার আগে প্রদত্ত ভগ্নাংশটিকে

লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে নেওয়া দরকার। পরে যখন ভগ্নাংশের গুণিতকের আলোচনা করা হবে, তখন এরকম বিভ্রান্তির সম্ভাবনা থাকবে। সুতরাং এই অধ্যায়ের সর্বত্রই আমরা ধরে নেব যে, ভগ্নাংশগুলি লঘিষ্ঠ আকারেই আছে; যদি কোনও ক্ষেত্রে তা না থাকে, তাহলে সেখানে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে নিতে হবে।

উদাহরণ 1. $\frac{2}{15}$ এর 6টি গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

2 এর গুণনীয়ক 1 আর 2. (1 কে যে কোন সংখ্যার গুণনীয়ক বলে ধরা যায়।) 15 এর গুণিতক 15, 30, 45, 60 ইত্যাদি অসংখ্য। কাজেই নিম্নে প্রদত্ত 6টি ভগ্নাংশের প্রত্যেকেই $\frac{2}{15}$ এর গুণনীয়ক:

$$\frac{1}{15}, \frac{3}{15}, \frac{1}{30}, \frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{1}{60}$$

আরও অনেক গুণনীয়ক লেখা যায়। যে কটি লেখা হয়েছে পরীক্ষা করে দেখ তার প্রত্যেকটি দিয়ে $\frac{2}{15}$ কে ভাগ করলে ভাগফল প্রত্যেক ক্ষেত্রেই পূর্ণসংখ্যা হবে।

উদাহরণ 2. $\frac{3}{7}$ এবং $\frac{5}{21}$ ভগ্নাংশ দুটির প্রত্যেকের 6টি করে গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

প্রথম ভগ্নাংশের লব 3 এবং এর গুণনীয়ক দুটি—1, 3; এই ভগ্নাংশটির হর 7 এবং এর গুণিতক 7, 14, 21, 28 ইত্যাদি অসংখ্য। তাহলে ভগ্নাংশটির 6টি গুণনীয়ক লেখা যায় $\frac{1}{7}, \frac{1}{14}, \frac{1}{21}, \frac{3}{7}, \frac{3}{14}, \frac{3}{28}$ এদের প্রত্যেককে দিয়ে $\frac{3}{7}$ কে ভাগ করলে ভাগফল যে পূর্ণসংখ্যা হবে, তা পরীক্ষা করে দেখ।

আবার, $\frac{5}{21}$ ভগ্নাংশটির লব 5 এবং এর গুণনীয়ক দুটি— 1, 5. ভগ্নাংশটির হর 21 এবং তার গুণিতক 21, 42, 63, 84 ইত্যাদি অসংখ্য। তাহলে ভগ্নাংশটির 6টি গুণনীয়ক সহজেই লেখা যায়

$\frac{1}{21}$, $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{63}$, $\frac{5}{21}$, $\frac{5}{42}$, $\frac{5}{63}$. এরা প্রত্যেকেই যে $\frac{5}{21}$ এর গুণনীয়ক তা ভাগের সাহায্যে পরীক্ষা করে দেখ।

মন্তব্য : যে গুণনীয়কগুলি লেখা হ'ল তা থেকে দেখা যাচ্ছে $\frac{1}{21}$ ভগ্নাংশটি $\frac{3}{7}$ ও $\frac{5}{21}$ উভয়েরই গুণনীয়ক ; অর্থাৎ $\frac{1}{21}$ হ'ল $\frac{3}{7}$ এবং $\frac{5}{21}$ ভগ্নাংশ দুটির সাধারণ গুণনীয়ক। এরকম সাধারণ গুণনীয়ক আরও থাকতে পারে।

উদাহরণ 3. $\frac{35}{12}$ এবং $\frac{21}{16}$ ভগ্নাংশ দুটির 4টি সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

$\frac{35}{12}$ এর লবের গুণনীয়ক— 1, 5, 7, 35 এবং হরের গুণিতক— 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96...... ; $\frac{21}{16}$ এর লবের গুণনীয়ক —1, 3, 7, 21 এবং হরের গুণিতক— 16, 32, 48, 64, 80, 96..., লব দুটির গুণনীয়কগুলির মধ্যে দেখা যাচ্ছে 1 এবং 7 সাধারণ গুণনীয়ক। হর দুটির গুণিতকের মধ্যে দেখা যাচ্ছে 48 ও 96 সাধারণ গুণিতক। তাহলে $\frac{1}{48}$, $\frac{7}{48}$, $\frac{1}{96}$, $\frac{7}{96}$ হ'ল প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুটির 4টি সাধারণ গুণনীয়ক। ভাগ করে দেখাও যে, এই 4টি ভগ্নাংশ দিয়ে $\frac{35}{12}$ এবং $\frac{21}{16}$ কে ভাগ করলে প্রত্যেক ক্ষেত্রেই ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হবে।

মন্তব্য : এই পদ্ধতি অনুসরণ করলে শুধু 2টি নয়, 3টি ভগ্নাংশেরও কয়েকটি করে সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ 4. $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{9}$ ভগ্নাংশ তিনটির 6টি সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

সহজেই বোঝা যায়, প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব তিনটির সাধারণ গুণনীয়ক 1, 2, 4. আর কোন সাধারণ গুণনীয়ক নেই। হর তিনটির লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক 45. অন্যান্য কয়েকটি সাধারণ

গুণিতক হ'ল 90, 135, 180 ইত্যাদি। সুতরাং নিচের 6টি ভগ্নাংশ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির সাধারণ গুণনীয়ক ঃ

$$\frac{1}{45}, \frac{3}{45}, \frac{4}{45}, \frac{1}{90}, \frac{1}{135}, \frac{2}{135}.$$

পরীক্ষা করে দেখ, এরা প্রত্যেকেই প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির সাধারণ গুণনীয়ক।

প্রশ্নমালা 9

1. নিচের ভগ্নাংশগুলির প্রত্যেকটির 2টি করে গুণনীয়ক লেখ ঃ

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{4}{11}$ (iv) $2\frac{1}{8}$

(v) $3\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{13}{18}$ (vii) $1\frac{7}{12}$ (viii) $\frac{9}{16}$.

2. নিচের প্রতিজোড়া ভগ্নাংশের দুটি করে সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর ঃ

(i) $\frac{3}{4}, \frac{2}{8}$ (ii) $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}$ (iii) $1\frac{2}{3}, 3\frac{3}{4}$.

3.3. সাধারণ গুণনীয়ক বার করার নিয়ম ঃ

পূর্ব অনুচ্ছেদের আলোচনা এবং উদাহরণগুলি থেকে কয়েকটি ভগ্নাংশের সাধারণ গুণনীয়ক বার ক'রবার নিয়মটি বুঝতে কষ্ট হয় না। প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির লবগুলির যেকোন একটি সাধারণ গুণনীয়ক বার করতে হবে। তারপর হরগুলির যেকোন একটি সাধারণ গুণিতক বার করতে হবে। প্রাপ্ত সাধারণ গুণনীয়কটিকে লব এবং সাধারণ গুণিতকটিকে হর নিয়ে যে ভগ্নাংশটি পাওয়া গেল সেটিই প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির একটি সাধারণ গুণনীয়ক। নিয়মটিকে সূত্রাকারে প্রকাশ করা যায়।

কয়েকটি ভগ্নাংশের একটি সাধারণ গুণনীয়ক

$$= \frac{\text{লবগুলির একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}{\text{হরগুলির একটি সাধারণ গুণিতক}}$$

উদাহরণ 1. $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ ভগ্নাংশ তিনটির একটি সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

লবগুলি—$4=1.2.2$, $5=1.5$, $2=1.2$; দেখা যাচ্ছে 4, 5, 2 এই লব তিনটির সাধারণ গুণনীয়ক 1, আর কোন সাধারণ গুণনীয়ক নেই।

হরগুলি— $5=1.5$, $6=1.2.3.$, $3=1.3$; এদের সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতক $1\ 2.3.5=30$. অন্যান্য সাধারণ গুণিতক 60, 90, 120 ইত্যাদি।

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির একটি সাধারণ গুণনীয়ক $\frac{1}{30}$, অন্যান্য সাধারণ গুণনীয়ক $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{90}$, $\frac{1}{120}$ ইত্যাদি। যেহেতু হরগুলির সাধারণ গুণিতক অসংখ্য, স্পষ্টই বোঝা যায় প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির সাধারণ গুণনীয়কও অসংখ্য হবে। আচ্ছা, বল তো—এদের মধ্যে সবচেয়ে বড় বা গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.) কোনটি ?

সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের জন্য আরও একটি পদ্ধতি অনুসরণ করা যেতে পারে। ষষ্ঠ শ্রেণীতে কয়েকটি ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে প্রকাশ করার প্রক্রিয়াটি আলোচিত হয়েছে। লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে পরিণত করার পর তাদের লবের সাধারণ গুণনীয়কগুলি বার করতে হবে। এদের কোনও একটিকে লব নিয়ে সাধারণ হরটিকে হর নিয়ে যে ভগ্নাংশটি পাওয়া যাবে সেটিই প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির একটি সাধারণ গুণনীয়ক।

উদাহরণ 2. $\frac{2}{5}$ ও $3\frac{1}{2}$ ভগ্নাংশ দুটির একটি সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

ভগ্নাংশ দুটির হরের ল. সা. গু. হচ্ছে 10 এবং এদের লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট রূপ হচ্ছে $\frac{4}{10}$, $\frac{35}{10}$. এখন 4 এবং 35 এর মধ্যে একমাত্র সাধারণ গুণনীয়ক হ'ল 1 ; সুতরাং প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুটির একটি সাধারণ গুণনীয়ক হ'ল $\frac{1}{10}$.

আলোচনা ঃ এই পদ্ধতিতে ভগ্নাংশগুলির কটি সাধারণ গুণনীয়ক বার করা যাবে ? এই সংখ্যাটি হবে নির্দিষ্ট এবং লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে পরিণত করার পর যে নতুন লব কটি পাওয়া গেল তাদের সাধারণ গুণনীয়ক সংখ্যার সমান। তবে পদ্ধতিটির একটু পরিবর্তন করলেই যতগুলি দরকার, ততগুলি সাধারণ গুণনীয়ক পাওয়া যায়।

লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে পরিণত করার পর লঘিষ্ঠ নয়, কিন্তু অন্য সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে পরিণত করা সম্ভব। যেমন, উপরের উদাহরণটিতে $\frac{12}{30}$, $\frac{105}{30}$ প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুটির আরও একটি সাধারণ হর বিশিষ্ট রূপ। এখন নবলব্ধ লব দুটির সাধারণ গুণনীয়ক দুটি 1, 3. এর থেকে দেখা যায় $\frac{1}{30}$ প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুটির আর একটি সাধারণ গুণনীয়ক। এভাবে আরও সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় করা যেতে পারে। তবে সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এ পদ্ধতি খুব সুবিধাজনক হয় না।

3.4. ভগ্নাংশের গ. সা. গু. বার করার নিয়ম ঃ

কতকগুলি ভগ্নাংশের সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের পদ্ধতিটি তোমরা আগেই শিখেছ। এটাও দেখেছ এরকম গুণনীয়কের সংখ্যা অনেক। এদের মধ্যে যেটি সবচেয়ে বড় বা গরিষ্ঠ সেটিই গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ. সা. গু.। এখন প্রশ্ন, সেটি বার করা যাবে কেমন করে ?

সাধারণ গুণনীয়ক বার করবার নিয়মটিকে আর একটু খুঁটিয়ে দেখলে এই নিয়মটি পাওয়া যাবে।

কয়েকটি ভগ্নাংশের সাধারণ গুণনীয়ক বার করার সূত্রটি হ'ল

$$\frac{\text{লবগুলির একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}{\text{হরগুলির একটি সাধারণ গুণিতক}}$$

আমরা জানি একটি ভগ্নাংশের মান বাড়ে যদি তার লবের মান বৃদ্ধি পায় অথবা যদি তার হরের মান হ্রাস পায়। এ দুটি শর্ত একসঙ্গে নিলে

গেলে তো আরও ভাল। তাহলে উপরের যে সূত্রটিতে সাধারণ গুণনীয়ক পাওয়া যাচ্ছে তার সর্বোচ্চ মান পেতে হলে লবের সর্বোচ্চ বা গরিষ্ঠ মানের সঙ্গে মেলাতে হবে হরের সর্বনিম্ন বা লঘিষ্ঠ মান। তাহলে গ. সা গু.'র সূত্রটি হবে নিম্নরূপ :

$$\text{ভগ্নাংশের গ. সা. গু.} = \frac{\text{লবগুলির গ. সা. গু.}}{\text{হরগুলির ল. সা.গু.}} \quad \cdots(3)$$

উদাহরণ 1. $\frac{2}{5}, 1\frac{2}{3}, 9\frac{1}{5}$ ভগ্নাংশ তিনটির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ভগ্নাংশ তিনটি হ'ল :

$\frac{2}{5}, 1\frac{2}{3}, 9\frac{1}{5} = \frac{46}{5}$

ভগ্নাংশগুলির হরগুলির ল. সা. গু. $= 15$

এবং লবগুলির গ. সা. গু. $= 1$

সুতরাং নির্ণেয় গ. সা. গু. $= \frac{1}{15}$

আগে বলা হয়েছে, ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে পরিণত করার পদ্ধতিটি সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে তেমন সুবিধাজনক হয় না। কিন্তু গ. সা. গু. নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ঐ পদ্ধতি বেশ কার্যকর হয়।

উদাহরণ 2 $5\frac{1}{5}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{5}{6}$ ভগ্নাংশ তিনটির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ভগ্নাংশ তিনটি হ'ল

$5\frac{1}{5} = \frac{26}{5}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{5}{6} = \frac{17}{6}$

ভগ্নাংশ তিনটির হরগুলির ল. সা. গু. $= 30$

ভগ্নাংশ তিনটির লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট রূপ হ'ল

$\frac{156}{30}, \frac{50}{30}, \frac{65}{30}$

এবং এদের লবগুলির গ. সা. গু. $= 1$

ভগ্নাংশগুলির নির্ণেয় গ. সা. গু. $= \frac{1}{30}$

প্রশ্নমালা 10

1. নিম্নলিখিত প্রতিজোড়া ভগ্নাংশের প্রত্যেকটির সবচেয়ে বড় পাঁচটি গুণনীয়ক নির্ণয় কর :

(i) $\frac{2}{5}, \frac{7}{10}$ (ii) $3\frac{1}{2}, 2\frac{1}{8}$ (iii) $\frac{9}{10}, \frac{14}{20}$

(iv) $\frac{14}{16}, 1\frac{5}{16}$ (v) $2\frac{54}{65}, \frac{35}{39}$ (vi) $1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{2}$

পরীক্ষা করে দেখ তো উপরোক্ত বিভিন্ন জোড়ার ঐ গুণনীয়কগুলির মধ্যে কোন সাধারণ গুণনীয়ক আছে কি ? থাকলে তা নির্দেশ কর।

2. নিম্নলিখিত প্রত্যেকটি ক্ষেত্রে সবচেয়ে বড় ছটি সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর :

(i) $2\frac{5}{6}, 9\frac{11}{12}, 4\frac{13}{16}$ (ii) $\frac{7}{4}, \frac{35}{36}, \frac{14}{3}$

(iii) $\frac{8}{33}, \frac{12}{11}, \frac{36}{55}$ (iv) $3\frac{1}{7}, 2\frac{5}{14}, 1\frac{9}{35}$

(v) $9\frac{1}{5}, 6\frac{9}{10}, 5\frac{13}{25}$

3. গ. সা. গু. নির্ণয় কর :

(i) $\frac{5}{12}, \frac{8}{15}$ (ii) $1\frac{1}{4}, 1\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{2}{9}, \frac{8}{27}$

(iv) $\frac{8}{9}, \frac{10}{21}$ (v) $\frac{3}{10}, \frac{4}{15}, \frac{8}{20}$ (vi) $8, 2\frac{2}{5}, \frac{8}{10}$

(vii) $3\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{9}{26}$ (viii) $2\frac{1}{6}, 1\frac{7}{8}, \frac{7}{20}$

3.5. ভগ্নাংশের গুণিতক :

3.2. অনুচ্ছেদে আমরা $\frac{4}{9}$ ভগ্নাংশটির গুণনীয়ক নির্ণয় করেছিলাম। এবার আমরা ঐ ভগ্নাংশটির গুণিতক নির্ণয়ের চেষ্টা করব। $\frac{4}{9}$ এর গুণিতক হচ্ছে এমন একটি ভাজ্য ভগ্নাংশ বা, পূর্ণসংখ্যা যাকে দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হয়। তাহলে সেই ভগ্নাংশটির

লব হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব অর্থাৎ 4 এর কোনও গুণিতক এবং হর হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর অর্থাৎ 3 এর কোনও গুণনীয়ক। 4 এর গুণিতক 4, 8, 12, 16 ইত্যাদি। 3 এর গুণনীয়ক 1 আর 3. তাহলে $\frac{4}{1}, \frac{8}{1}, \frac{12}{1}, \frac{16}{1}$......অর্থাৎ 4, 8, 12, 16......ইত্যাদি যেমন $\frac{4}{3}$ এর গুণিতক, তেমনি আবার $\frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3}$......ইত্যাদিও $\frac{4}{3}$ এর গুণিতক। এর থেকে একটা মজার ব্যাপার একটু খেয়াল করলেই চোখে পড়ে। সেটা হ'ল এই যে, $\frac{4}{3}$ ভগ্নাংশটিকে যে কোনও পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায়, সেটিই হবে $\frac{4}{3}$ এর একটি গুণিতক। এরকম হওয়াই স্বাভাবিক, আর এটাই গুণিতক কথাটির সহজ অর্থ।

শুধু ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে অর্থটি একটু ভুল বোঝার সম্ভাবনা রয়েছে বলে, গুণিতক নির্ণয়ের নিয়মটি আগে যেভাবে দেখানো হয়েছে তার দরকার আছে। শুধু $\frac{4}{3}$ নয়, যে কোনও একটি ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে নিয়মটির সূত্র রূপ নিচে দেওয়া হ'ল :

$$\text{কোনও ভগ্নাংশের গুণিতক} = \frac{\text{লবের কোন গুণিতক}}{\text{হরের কোন গুণনীয়ক}} \quad \cdots \quad (1)$$

উদাহরণ 1. পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করে এবং সূত্রের সাহায্যে $\frac{7}{6}$ এর কয়েকটি গুণিতক নির্ণয় কর।

পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করে—

$\frac{7}{6} \times 1 = \frac{7}{6}, \frac{7}{6} \times 2 = \frac{7}{3}, \frac{7}{6} \times 3 = \frac{7}{2}, \frac{7}{6} \times 4 = \frac{14}{3}$ ইত্যাদি।

অর্থাৎ $\frac{7}{6}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{14}{3}$ এরা প্রত্যেকেই $\frac{7}{6}$ এর গুণিতক।

$\frac{7}{6}$ দিয়ে এদের প্রত্যেককে ভাগ করে দেখ যে সব ক্ষেত্রেই ভাগফলটি পূর্ণসংখ্যা হচ্ছে।

সূত্রের সাহায্যে—প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব 7 এবং তার গুণিতক

7, 14, 21, 28, 35···ইত্যাদি। হরটি হ'ল 6 এবং তার গুণনীয়ক হ'ল 1, 2, 3 এবং 6. সুতরাং $\frac{7}{6}$ ভগ্নাংশটির কয়েকটি গুণিতক হ'ল 7, 14, 21, $\frac{7}{2}$, $\frac{21}{2}$, $\frac{35}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{28}{3}$, $\frac{35}{3}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{35}{6}$ ইত্যাদি। আরও অনেক গুণিতক লিখতে পারা যায়।

অন্তত কয়েকটি ক্ষেত্রে $\frac{7}{6}$ দিয়ে ভাগ করে দেখ ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হচ্ছে।

এখন বল তো—লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত কোন ভগ্নাংশের গুণনীয়ক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে কি? ঐরূপ কোন ভগ্নাংশের গুণিতক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে কি?

3.6. ভগ্নাংশের সাধারণ গুণিতক :

একটি ভগ্নাংশের গুণিতক নির্ণয়ের জন্য পূর্ব অনুচ্ছেদের সূত্রটি তেমন প্রয়োজনীয় না হলেও, কয়েকটি ভগ্নাংশের সাধারণ গুণিতক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সূত্রটির পরিবর্তিত রূপ বিশেষ কার্যকর হবে। সহজেই বোঝা যায়, পরিবর্তিত সূত্রটি হবে নিম্নরূপ :

$$\text{কয়েকটি ভগ্নাংশের যে কোনও একটি সাধারণ গুণিতক} = \frac{\text{লবগুলির যে কোনও একটি সাধারণ গুণিতক}}{\text{হরগুলির যে কোনও একটি সাধারণ গুণনীয়ক}} \quad \cdots \quad (2)$$

উদাহরণ 2. $\frac{1}{8}$, $\frac{9}{2}$, $1\frac{1}{6}$ ভগ্নাংশ তিনটির কয়েকটির সাধারণ গুণিতক নির্ণয় কর।

সামান্যাকারে ভগ্নাংশ তিনটি হ'ল $\frac{1}{8}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{7}{6}$.

ভগ্নাংশের লব তিনটির ল. সা. গু. = 63 এবং কয়েকটি সাধারণ গুণিতক হ'ল 63, 126, 189 ইত্যাদি।

হরগুলি— 8, 2, 6 এবং এদের সাধারণ গুণনীয়ক মাত্র দুটি— 1, 2.

∴ প্রদত্ত ভগ্নাংশ তিনটির কয়েকটি সাধারণ গুণিতক হ'ল

$$63,\ \frac{63}{2}=31\frac{1}{2},\ \frac{189}{2}=94\frac{1}{2}$$

ভাগ করে দেখ যে, এর প্রত্যেকটি ভগ্নাংশকে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির যে কোনটি দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হবে।

প্রশ্নমালা 11

1. পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করে নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলির প্রত্যেকটির চারটি সবচেয়ে ছোট গুণিতক নির্ণয় কর :

(*i*) $\frac{3}{4}$ (*ii*) $\frac{5}{7}$ (*iii*) $\frac{8}{3}$ (*iv*) $\frac{9}{16}$ (*v*) $\frac{5}{18}$ (*iv*) $\frac{14}{23}$

2. সূত্রের সাহায্যে উপরোক্ত ভগ্নাংশগুলির প্রত্যেকটির পাঁচটি করে গুণিতক নির্ণয় কর।

3. নিম্নলিখিত প্রত্যেকটি ক্ষেত্রে সবচেয়ে ছোট 3টি সাধারণ গুণিতক নির্ণয় কর :

(*i*) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ (*ii*) $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}$ (*iii*) $2\frac{1}{4}, 3\frac{3}{8}$

(*iv*) $\frac{7}{8}, 8\frac{2}{5}$ (*v*) $\frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{13}{15}$ (*iv*) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

(*vii*) $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ (*viii*) $\frac{14}{15}, 5\frac{3}{5}, 6\frac{3}{10}$

3.7. ভগ্নাংশের ল. সা. গু. :

ভগ্নাংশের সাধারণ গুণিতক বার করার পদ্ধতি ও নিয়মটি জানা গেল। এরকম সাধারণ গুণিতক যে অনেকগুলি হতে পারে, তাও আমরা দেখেছি। এসব সাধারণ গুণিতকের মধ্যে যেটি সবচেয়ে ছোট বা লঘিষ্ঠ, সেটিই লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল. সা. গু.।

2নং সূত্র থেকে পাচ্ছি

$$\text{সাধারণ গুণিতক} = \frac{\text{লবগুলির একটি সাধারণ গুণিতক}}{\text{হরগুলির একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}$$

এই ভগ্নাংশটির একাধিক মান হতে পারে, হবেও তাই। তাহলে

সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে লবের মান যখন সর্বনিম্ন এবং হরের মান যখন সর্বোচ্চ। এই তো ভগ্নাংশের মান হ্রাসের নিয়ম। তাহলে কয়েকটি ভগ্নাংশের ল. সা. গু.'র সূত্রটি হ'ল ঃ

কয়েকটি ভগ্নাংশের ল.সা.গু. $= \frac{\text{লবগুলির ল. সা. গু.}}{\text{হরগুলির গ. সা. গু.}}$

উদাহরণ 1. $\frac{6}{25}$, $\frac{8}{15}$, $2\frac{2}{5}$ ভগ্নাংশ তিনটির ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সামান্যাকারে ভগ্নাংশ তিনটি হ'ল $\frac{6}{25}, \frac{8}{15}, \frac{12}{5}$.

এদের লবগুলির অর্থাৎ 6, 8, 12 এর ল. সা. গু. $= 24$

এবং হরগুলির অর্থাৎ 25, 15, 5 এর গ. সা. গু. $= 5$

সুতরাং নির্ণেয় ল. সা. গু. $= \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$

প্রশ্নমালা 12

1. ল. সা. গু. নির্ণয় কর ঃ

(i) $\frac{3}{4}, \frac{9}{18}$ (ii) $\frac{3}{5}, \frac{9}{20}$ (iii) $\frac{8}{15}, \frac{16}{25}$

(iv) $\frac{7}{8}, \frac{21}{32}$ (v) $\frac{5}{6}, 7\frac{1}{2}$ (vi) $2\frac{3}{4}, 3\frac{1}{2}$

(vii) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ (viii) $9\frac{1}{5}, 6\frac{9}{10}, 5\frac{13}{25}$

(ix) $\frac{7}{8}, 8\frac{2}{5}, 1\frac{2}{5}$ (x) $3, \frac{24}{38}, \frac{15}{34}$

(xi) $20, 3\frac{3}{4}, 6\frac{2}{3}$ (xii) $\frac{8}{12}, 1\frac{1}{14}, \frac{18}{121}$

(xiii) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, 3\frac{9}{12}$ (xiv) $5\frac{1}{4}, 7\frac{1}{2}, 1\frac{7}{8}$

(xv) $3\frac{1}{7}, 2\frac{5}{14}, 1\frac{9}{35}, 4\frac{2}{7}$ (xvi) $8\frac{2}{5}, 7\frac{7}{8}, 3\frac{17}{20}$

3·8. দশমিক ভগ্নাংশগুলির গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় :

ধরা যাক 4·5, ·36 ও ·009 এর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় করতে হবে।

$$4{\cdot}5=\frac{45}{10},\quad {\cdot}36=\frac{36}{100}\quad {\cdot}009=\frac{9}{1000}$$

এখন এই ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হরবিশিষ্ট করতে হবে।

$$4{\cdot}5=\frac{45}{10}=\frac{4500}{1000}$$

$${\cdot}36=\frac{36}{100}=\frac{360}{1000}$$

$${\cdot}009=\frac{9}{1000}$$

আগেই তোমরা লঘিষ্ঠ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলির গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় করার পদ্ধতি শিখেছ—

এখানে এদের গ. সা. গু. হবে $\dfrac{4500,\ 360 \text{ ও } 9 \text{ এর গ. সা. গু.}}{100}$

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. $=\frac{9}{1000}$

ভগ্নাংশগুলির ল. সা. গু. $=\dfrac{4500,\ 360 \text{ ও } 9 \text{ এর ল. সা. গু.}}{1000}$

$$=\frac{9000}{1000}=9.$$

আবার নিম্নরূপেও করা যায়

উদাহরণ 1. ·5, ·025, ·45 এর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

$${\cdot}5={\cdot}500,\quad {\cdot}025,\quad {\cdot}45={\cdot}450$$

[প্রত্যেকটি দশমিক অঙ্কের সংখ্যা সমানকার]

এখন 500, 25 ও 450 এর গ. সা. গু. = 25.

নির্ণেয় গ. সা. গু. = ·025, আবার 500, 25 ও 450 এর ল. সা. গু. 4500. ∴ নির্ণেয় ল. সা. গু. = 4·5.

প্রশ্নমালা 13

1. ল. সা. গু. ও গ. সা. গু. নির্ণয় কর :

(i) 1·6, 6·4 (ii) ·23, 4·6 (iii) 2·2, 3·3

(iv) 8, ·08, ·008 (v) 4·9, ·63, ·056

(vi) ·002, ·04, ·8 (vii) 12·5, 3·75, ·175

(viii) ·3, ·009, 8·1, ·00001.

3.9. গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.-'র পারস্পরিক সম্পর্ক :

ষষ্ঠ শ্রেণীতে পূর্ণসংখ্যার আলোচনার ক্ষেত্রে আমরা দেখেছি যে, দুটি সংখ্যার গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র গুণফল সংখ্যা দুটির গুণফলের সমান। ভগ্নাংশের ক্ষেত্রেও কি কথাটা সত্যি ? একটু দেখা যাক।

সূত্রানুসারে দুটি ভগ্নাংশের গ. সা. গু. $= \dfrac{\text{লবের গ. সা. গু.}}{\text{হরের ল. সা. গু.}}$

এবং ল. সা. গু. $= \dfrac{\text{লবের ল. সা. গু.}}{\text{হরের গ. সা. গু.}}$

অতএব ভগ্নাংশদ্বয়ের গ. সা. গু. × ল. সা. গু.

$$= \dfrac{\text{লবের গ. সা. গু.}}{\text{হরের ল. সা. গু.}} \times \dfrac{\text{লবের ল. সা. গু.}}{\text{হরের গ. সা. গু.}}$$

$$= \dfrac{\text{লবদ্বয়ের গ. সা. গু.} \times \text{লবদ্বয়ের ল. সা. গু.}}{\text{হরদ্বয়ের ল. সা. গু.} \times \text{হরদ্বয়ের গ. সা. গু.}}$$

$$= \dfrac{\text{লবদ্বয়ের গুণফল}}{\text{হরদ্বয়ের গুণফল}}$$

= ভগ্নাংশদ্বয়ের গুণফল

দেখা যাচ্ছে, পূর্ণসংখ্যার মত এখানেও দুটি ভগ্নাংশের গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র গুণফল ভগ্নাংশ দুটির গুণফলের সমান।

উদাহরণ 1. $3\frac{1}{2}, 2\frac{1}{8}$ ভগ্নাংশ দুটির গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.

নির্ণয় কর এবং তাদের গুণফল যে ভগ্নাংশ দুটির গুণফলের সমান, তা দেখাও।

সামান্যাকারে ভগ্নাংশ দুটি হ'ল $\frac{7}{2}$, $\frac{17}{8}$

লবদ্বয়ের গ. সা. গু. 1, ল. সা. গু. 119

হরদ্বয়ের গ. সা. গু. 2, ল. সা. গু. 8

ভগ্নাংশ দুটির গ. সা. গু. $= \frac{1}{8}$, ল. সা. গু. $= \frac{119}{2}$.

গ. সা. গু. × ল. সা. গু. $= \frac{1}{8} \times \frac{119}{2} = \frac{119}{16} = 7\frac{7}{16}$.

ভগ্নাংশ দুটির গুণফল $= \frac{7}{2} \times \frac{17}{8} = \frac{119}{16} = 7\frac{7}{16}$.

দেখা যাচ্ছে, গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র গুণফল ভগ্নাংশ দুটির গুণফলের সমান।

পূর্ণসংখ্যার ন্যায় এখানেও তিনটি ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে কিন্তু কথাটি সাধারণতঃ সত্যি নয়।

ভেবে দেখ তো কোন ক্ষেত্রে কথাটি সত্যি হতে পারে কিনা।

উদাহরণ 2. $1\frac{2}{3}$, $2\frac{5}{6}$, $9\frac{1}{5}$ ভগ্নাংশ তিনটির গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর। প্রাপ্ত গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র গুণফলের সঙ্গে ভগ্নাংশ তিনটির গুণফলের মানের তুলনা কর।

সামান্যাকারে ভগ্নাংশ তিনটি হ'ল $\frac{5}{3}$, $\frac{17}{6}$, $\frac{46}{5}$

লবগুলির গ. সা. গু. $= 1$, হরগুলির ল. সা. গু. $= 30$.

সুতরাং ভগ্নাংশ তিনটির গ. সা. গু. $= \frac{1}{30}$

লবগুলির ল. সা. গু. $= 3910$; হরগুলির গ. সা. গু. $= 1$

সুতরাং ভগ্নাংশ তিনটির ল. সা. গু. $= 3910$

গ. সা. গু. × ল. সা. গু. $= \frac{1}{30} \times 3910 = \frac{391}{3} = 130\frac{1}{3}$

ভগ্নাংশ তিনটির গুণফল

$$= \frac{5}{3} \times \frac{17}{6} \times \frac{46}{5} = \frac{391}{9} = 43\frac{4}{9}$$

স্পষ্টতঃই গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র গুণফল ভগ্নাংশত্রয়ের গুণফল অপেক্ষা বড়, সমান নয়।

3.10. পূর্ব অনুচ্ছেদে দেখা গেল যে, পূর্ণসংখ্যার ন্যায় দুটি ভগ্নাংশের ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.'র গুণফল ভগ্নাংশ দুটির গুণফলের সমান। এই তথ্যটি ব্যবহার করে দুটি ভগ্নাংশের ল. সা. গু.'র সাহায্যে গ. সা. গু. অথবা গ. সা. গু.'র সাহায্যে ল. সা. গু. নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ 3. $9\frac{1}{5}$, $\frac{9}{35}$ ভগ্নাংশ দুটির গ. সা. গু.'র সাহায্যে ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সাধারণাকারে ভগ্নাংশ দুটি হ'ল $\frac{46}{5}$, $\frac{9}{35}$.

এদের গুণফল $=\frac{46\times9}{5\times35}$

লব দুটির গ. সা. গু. $=1$, হর দুটির ল. সা. গু. $=35$.

ভগ্নাংশ দুটির গ. সা. গু. $=\frac{1}{35}$

ওদের ল. সা. গু. $=\frac{46\times9}{5\times35}\div\frac{1}{35}=\frac{46\times9}{5}$

$=\frac{414}{5}=82\frac{4}{5}$

অনুরূপভাবে ল. সা. গু.'র সাহায্যেও গ. সা. গু. নির্ণয় করা যায়। কিন্তু তিনটি ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি অচল, কারণ তিনটি ভগ্নাংশের গুণফল তাদের গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র গুণফলের সমান নয়। অথচ তিন বা ততোধিক ভগ্নাংশের গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.'র মধ্যে একটা সম্পর্ক কিছু আছে। পরবর্তী অনুচ্ছেদে এ বিষয়টি সংক্ষেপে আলোচনা করা হবে।

3.11. অন্যোন্যক :

কোনও একটি ভগ্নাংশের লব ও হরকে পালটাপালটি করলে অর্থাৎ লবকে হর এবং হরকে লব করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায়, তাকে বলে পূর্ব ভগ্নাংশের অন্যোন্যক। প্রথম ভগ্নাংশটিকেও দ্বিতীয়টির অন্যোন্যক বলা যায়। ভগ্নাংশ দুটি পরস্পর অন্যোন্যক এরকমও বলা হয়। সহজেই

বোঝা যায়, পরস্পর অন্যোন্যক দুটি ভগ্নাংশের গুণফল 1, এটাই অন্যোন্যক ভগ্নাংশের প্রধান ধর্ম।

উদাহরণ হিসাবে $\frac{2}{3}$ এর অন্যোন্যক $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}$ এর অন্যোন্যক $\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{3}{2}$ পরস্পর অন্যোন্যক এবং $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=1$.

এবার আমরা কয়েকটি ভগ্নাংশ ও তাদের অন্যোন্যকদের ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.'র তুলনা করব।

চারটি ভগ্নাংশ নেওয়া যাক $\frac{4}{5}, \frac{2}{15}, \frac{3}{7}, \frac{5}{28}$

লবগুলির গ. সা. গু. $=1$, ল. সা. গু. $=60$

হরগুলির গ. সা. গু. $=1$, ল. সা. গু. $=420$

ভগ্নাংশ চারটির গ. সা. গু. $=\frac{\text{লবগুলির গ. সা. গু.}}{\text{হরগুলির ল. সা. গু.}}=\frac{1}{420}$;

তাদের ল. সা. গু. $=\frac{\text{লবগুলির ল. সা. গু.}}{\text{হরগুলির গ. সা. গু.}}=\frac{60}{1}=60$

ভগ্নাংশগুলির অন্যোন্যক চারটি হ'ল $\frac{5}{4}, \frac{15}{2}, \frac{7}{3}, \frac{28}{5}$

এদের লবগুলির গ. সা. গু. $=1$, ল. সা. গু. $=420$

এবং হরগুলির গ. সা. গু. $=1$, ল. সা. গু. $=60$.

তাহলে অন্যোন্যকগুলির গ. সা. গু. $=\frac{1}{60}$ এবং ল. সা. গু. $=420$.

দেখা যাচ্ছে অন্যোন্যক ভগ্নাংশগুলির গ. সা. গু. মূল ভগ্নাংশগুলির ল. সা. গু.'র অন্যোন্যক এবং অন্যোন্যক ভগ্নাংশগুলির ল. সা. গু. মূল ভগ্নাংশগুলির গ. সা. গু.'র অন্যোন্যক।

এ কথাটি শুধুমাত্র এই বিশেষ ক্ষেত্রে সত্য তা নয়, সাধারণভাবেই এটি সত্য। এই তত্ত্বটির সাধারণ সত্যতা সহজেই প্রমাণ করা যায়। শুধু মনে রাখতে হবে, অন্যোন্যকের লব হ'ল মূল বা প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর এবং তদ্বিপরীত অর্থাৎ অন্যোন্যকের হর হল মূল ভগ্নাংশের লব।

অন্যোন্যকগুলির গ. সা. গু. $=\frac{\text{অন্যোন্যকগুলির লবের গ. সা. গু.}}{\text{অন্যোন্যকগুলির হরের ল. সা. গু.}}$

$$=\frac{\text{মূল ভগ্নাংশগুলির হরের গ. সা. গু.}}{\text{মূল ভগ্নাংশগুলির লবের ল. সা. গু.}}$$

$$=\frac{\text{মূল ভগ্নাংশগুলির লবের ল. সা. গু.}}{\text{মূল ভগ্নাংশগুলির হরের গ. সা. গু.}} \text{ এর অন্যোন্যক}$$

= মূল ভগ্নাংশগুলির ল. সা. গু.'র অন্যোন্যক

$$=\frac{1}{\text{মূল ভগ্নাংশগুলির ল. সা. গু.}}$$

ল. সা. গু.'র ক্ষেত্রেও একইভাবে প্রমাণ করা যায় ; অর্থাৎ

$$\text{অন্যোন্যকগুলির ল. সা. গু.}=\frac{1}{\text{মূল ভগ্নাংশগুলির গ. সা. গু.}}$$

এই দুটি ফলকে মিলিয়ে একটি সাধারণ সূত্র পাওয়া যায় :

কয়েকটি ভগ্নাংশের গ. সা. গু. × অন্যোন্যকগুলির ল. সা. গু. = ভগ্নাংশগুলির ল. সা. গু. × অন্যোন্যকগুলির গ. সা. গু. = 1

এই সূত্রটি প্রয়োগ করে যেকোনও সংখ্যক ভগ্নাংশের গ. সা. গু.'র সাহায্যে ল. সা. গু. এবং ল. সা. গু.'র সাহায্যে গ. সা. গু. নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ 4. $\frac{2}{5}, 1\frac{2}{3}, 9\frac{1}{5}, \frac{7}{8}$ ভগ্নাংশ চারটির গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

সামান্যাকারে ভগ্নাংশ চারটির হ'ল $\frac{2}{5}, \frac{5}{3}, \frac{46}{5}, \frac{7}{8}$

এদের অন্যোন্যক হল $\frac{5}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{46}, \frac{8}{7}$

অন্যোন্যকের লবগুলির ল. সা. গু. হ'ল 120 ; হরগুলির গ. সা. গু. হ'ল 1.

সুতরাং অন্যোন্যকগুলির ল. সা. গু. = 120

এবং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির গ. সা. গু. = $\frac{1}{120}$.

প্রশ্নমালা 14

1. নিম্নলিখিত প্রতি জোড়া ভগ্নাংশের ল. সা. গু. ও গ. সা. গু. নির্ণয় কর। তাদের গুণফল যে ভগ্নাংশ দুটির গুণফলের সমান তা দেখাও।

 (i) $\frac{7}{8}, \frac{6}{14}$ (ii) $\frac{5}{8}, \frac{3}{16}$ (iii) $1\frac{3}{4}, \frac{21}{32}$

 (iv) $\frac{13}{12}, \frac{15}{64}$ (v) $\frac{4}{9}, \frac{16}{81}$

2. প্রতি ক্ষেত্রে ভগ্নাংশ তিনটির ল. সা. গু. ও গ. সা. গু. নির্ণয় কর। নির্ণেয় ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.'র গুণফল সংখ্যা তিনটির গুণফলের সহিত সমান কিনা পরীক্ষা কর :

 (i) $\frac{3}{5}, \frac{4}{15}, \frac{8}{25}$ (ii) $2\frac{2}{5}, \frac{8}{21}$

 (iii) $\frac{6}{11}, \frac{12}{99}, \frac{24}{55}$ (iv) $\frac{15}{16}, \frac{25}{36}, 1\frac{13}{32}$ (v) $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}$.

3. গ. সা. গু.'র সাহায্যে ল. সা. গু. নির্ণয় কর :

 (i) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{8}{15}, \frac{16}{25}$ (iii) $\frac{3}{4}, \frac{9}{16}$.

4. ল. সা. গু.'র সাহায্যে গ. সা. গু. নির্ণয় কর :

 (i) $\frac{5}{12}, \frac{10}{21}$ (ii) $\frac{5}{6}, 7\frac{1}{2}$ (iii) $2\frac{3}{4}, 3\frac{3}{6}$

 (iv) 1·28, ·432 (v) 1·92, ·729.

5. দুটি সংখ্যার ল. সা. গু. এবং গ. সা. গু. যথাক্রমে $6\frac{2}{3}$ এবং $\frac{2}{9}$; একটি ভগ্নাংশ $3\frac{1}{3}$ হলে অপরটি কত ?

6. দুটি সংখ্যার গুণফল $\frac{27}{64}$, ল. সা. গু. $2\frac{1}{4}$; সংখ্যা দুটির গ. সা. গু. কত ?

7. দুটি সংখ্যার গুণফল $\frac{16}{81}$, গ. সা. গু. $\frac{2}{27}$ হলে ল. সা. গু. কত ?

8. দুটি সংখ্যার ল. সা. গু. 3 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল যদি ·45 হয়, তবে সংখ্যা দুটির গ. সা. গু. কত ?

9 দুটি সংখ্যার গ. সা. গু. ·072 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল যদি 2·0736 হয়, তাহলে সংখ্যা দুটির ল. সা. গু. কত ?

10. (*a*) $4\frac{1}{2}$ ও $2\frac{1}{10}$ ভগ্নাংশ দুটির (*i*) ল. সা. গু. (*ii*) গ. সা. গু. (*iii*) ওদের অন্যোন্যকদ্বয় (*iv*) অন্যোন্যকগুলির ল. সা. গু. (*v*) অন্যোন্যকগুলির গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

(*b*) (*i*) এখন নিচের ছকটি পূরণ কর ঃ

সংখ্যাদ্বয়	ল.সা.গু.	গ.সা.গু.	অন্যোন্যক গুলি	অন্যোন্যক-গুলির ল.সা.গু.	অন্যোন্যক-গুলির গা.সা.গু.

(*ii*) উপরের ছক দেখে নিচের শূন্যস্থানগুলি পূরণ কর ঃ

সংখ্যা দুটির ল. সা. গু. = অন্যোন্যক দুটির ———

সংখ্যা দুটির গ. সা. গু. = অন্যোন্যক দুটির ———

অন্যোন্যক দুটির গ. সা. গু. = সংখ্যা দুটির ———

অন্যোন্যক দুটির ল. সা. গু. = সংখ্যা দুটির ———

চতুর্থ অধ্যায়

বর্গমূল

4.1. ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে বর্গমূল নির্ণয় :

নিচে কয়েকটি সংখ্যার বর্গ দেওয়া হ'ল :

$1^2 = 1$

$9^2 = 81$

$10^2 = 100$

$99^2 = 9801$

$100^2 = 10000$

$999^2 = 998001$

$1000^2 = 1000000$

এর থেকে বোঝা যাচ্ছে, এক বা দুই অঙ্কের সংখ্যার বর্গমূল একটি এক অঙ্কের সংখ্যা, তিন বা চার অঙ্কের সংখ্যার বর্গমূল একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা, পাঁচ বা ছয় অঙ্কের সংখ্যার বর্গমূল একটি 3 অঙ্কের সংখ্যা ইত্যাদি।

এছাড়া তোমরা পূর্বেই জেনেছ

(*i*) কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 1 বা 9 হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 1 হবে, যেমন $11^2 = 121$, $9^2 = 81$.

(*ii*) কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 2 বা 8 হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 4 হবে, যেমন $12^2 = 144$. $8^2 = 64$.

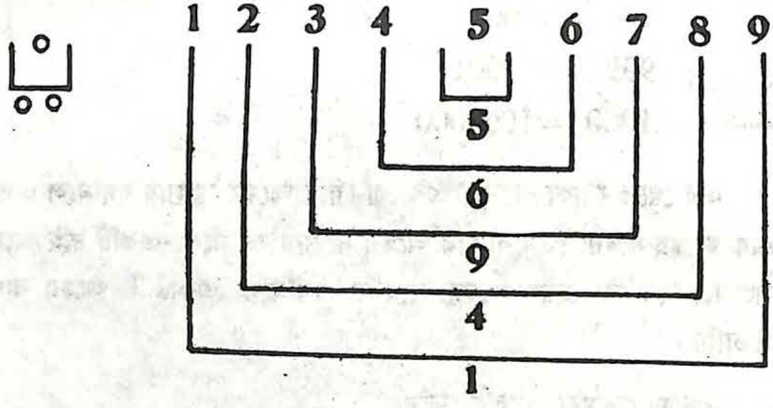
(*iii*) কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 3 বা 7 হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 9 হবে, যেমন $13^2 = 169$. $17^2 = 289$.

(*iv*) কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 4 বা 6 হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 6 হবে, যেমন $14^2 = 196$. $16^2 = 256$.

(*v*) কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 5 হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 5 হবে, যেমন $15^2 = 225$, $25^2 = 625$.

(*vi*) কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 0 হলে তার বর্গসংখ্যার একক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক দুটিই 0 হবে।

উপরের নিয়মগুলির মধ্যে একটি শৃংখলা আছে, নিচের ছকটি দেখলে বুঝতে পারবে :



1নং চিত্র

উপরের ছ'টি নিয়ম এই ছকটির মাধ্যমে স্পষ্ট দেখতে পাওয়া যায়। এবার এই ছক বা ছ'টি নিয়ম থেকে আরও দুটি নিয়ম সহজেই পাওয়া যায়।

(*vii*) কোনও পূর্ণবর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 0, 1, 4, 5, 6 বা 9 হবে।

(*viii*) কোন পূর্ণবর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 2, 3, 7 বা 8 হতে পারে না।

ষষ্ঠ শ্রেণীতে উৎপাদক নির্ণয় করে বর্গমূল বার করার নিয়ম আলোচিত হয়েছে। যেমন, $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$\therefore$ 64 এর বর্গমূল $= 2 \times 2 \times 2 \times 8$

4.2. যখন খুব বড় সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় করতে হয়, তখন এরূপ উৎপাদক নির্ণয় অসুবিধাজনক হয়ে ওঠে। ধরা যাক, 9409 এর বর্গমূল বার করতে হবে। এক্ষেত্রে সংখ্যাটির উৎপাদক নির্ণয় অপেক্ষাকৃত কষ্টকর।

ভাগ পদ্ধতিতে বড় সংখ্যার বর্গমূল সহজে নির্ণয় করা যায়।

প্রথমে সংখ্যাটির ডানদিক থেকে অর্থাৎ একক স্থানীয় অঙ্ক থেকে প্রতি জোড়া অঙ্কের উপর একটা করে দাগ দাও। সংখ্যাটির অঙ্ক সংখ্যা বিজোড় হলে বাঁদিকে একটি সংখ্যার উপর দাগ পড়বে। এরকম যতগুলি দাগ হবে, বর্গমূলের অঙ্কসংখ্যা তত হবে।

9409 সংখ্যাটিকে উপরের নিয়মে দাগ দিয়ে নাও। দাগ দুটি পড়ল, তার মানে বর্গমূলে দুটি অঙ্ক থাকবে।

এবার দেখ বাঁদিকের প্রথম জোড়া হচ্ছে 94; 94, 9^2 ও 10^2 এর মধ্যবর্তী একটি সংখ্যা। তার মানে নির্ণেয় বর্গমূলের বাঁদিক থেকে প্রথম অঙ্ক অর্থাৎ দশক স্থানীয় অঙ্ক হবে 9. এখন $\overline{94}\,\overline{09}$ এর ডানদিকে ভাগ করার মত চিহ্ন দিয়ে ভাগফলের জায়গায় 9 লেখ। 94 এর নিচে 9 এর বর্গ 81 লিখে বিয়োগ কর। বিয়োগফল হ'ল 13. এর ডানদিকে পরবর্তী জোড়া 09 কেটে এনে লেখ। তাহলে হ'ল 1309.

$$\begin{array}{l|l} \overline{94}\,\overline{09} & 9 \\ 81 & \\ \hline 13 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \overline{94}\,\overline{09} & 9 \\ 81 & \\ 18)\overline{1309} & \end{array}$$

1309 এর বাঁদিকে ভাগ করার মত একটা দাগ দাও। এখানে ভাজকের স্থানে 18 $(= 9 \times 2)$ লেখ। ভাজক স্থানীয় 18 এবং

ভাগফল 9 এর ডানপাশে একটি গরিষ্ঠ অঙ্ক বসাতে হবে এবং সেই অঙ্কটি ভাজক স্থানীয় সংখ্যাটিরও ডানদিকে বসাতে হবে। এই সংখ্যাটি এমন হবে যেন তা দিয়ে ভাজক স্থানীয় গোটা সংখ্যাটিকে গুণ করলে গুণফল ভাজ্যস্থানীয় 1309 এর বেশি না হয়। এই সংখ্যাটি নির্ণয় করতে একটু পরীক্ষা নিরীক্ষা দরকার হবে। 18 এর ডানপাশে 7 বসিয়ে এবং ভাগফলে 9 এর ডানদিকে 7 বসিয়ে ভাজকস্থানীয় 187 কে 7 দিয়ে গুণ করলে গুণফল 1309 হয়।

$\overline{94}\,\overline{09}(97$
81
187)1309
1309

নির্ণেয় বর্গমূল 97.

পরীক্ষা করে দেখ $97^2 = 9409$

যে সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় করতে হবে, তা যদি আরও বড় হয় তাহলে অনুরূপ পদ্ধতিতে পর পর ভাগের কাজ চালিয়ে যেতে হবে।

উদাহরণ 1. 356409 এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

$\overline{35}\,\overline{64}\,\overline{09}(5$
25

প্রথম ধাপঃ বাঁদিকে প্রথম জোড়া 35 এর নিচে $25(=5^2)$ বসিয়ে বিয়োগ করে পাওয়া গেল 10 এবং তার ডানপাশে দ্বিতীয় জোড়া 64 বসিয়ে হল 1064.

$\overline{35}\,\overline{64}\,\overline{09}(59$
25
109)1064
981
8309

দ্বিতীয় ধাপঃ 1064 এর বাঁদিকে ভাগের মত দাগ দিয়ে পূর্বলব্ধ ভাগফল স্থানীয় 5এর দ্বিগুণ 10 নিতে হবে। এই 10 এবং ভাগফল স্থানীয় 5 এর ডানদিকে আগের মত একটি গরিষ্ঠ অঙ্ক বসাতে হবে যেটি ভাজক 10 এর ডানদিকে বসাতে হবে। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় এই অঙ্কটি 9 পাওয়া গেল। 1064 এর নিচে $109 \times 9 = 981$ বসিয়ে বিয়োগ করে পাওয়া গেল 83 এবং তার ডানদিকে তৃতীয় এবং শেষ জোড়া 09 নামিয়ে পাওয়া গেল 8309.

$\overline{35}\,\overline{64}\,\overline{09}(597$
25
109)1064
981
8187)8309
8309

তৃতীয় ধাপ : 8309 এর বাঁদিকে ভাজক স্থানে $59 \times 2 = 118$ বসিয়ে তার এবং 59 এর ডানদিকে বসাবার জন্যে আগের মত একটি গরিষ্ঠ অঙ্ক ঠিক করতে হবে। এবার হিসাব করে সেই অঙ্কটি 7 পাওয়া গেল। তাহলে এই স্তরের ভাজক স্থানীয় সংখ্যা হ'ল 1187 এবং তাকে নতুন বর্গমূলাঙ্ক 7 দিয়ে গুণ করলে ঠিক 8309 পাওয়া গেল। এটিকে ভাজ্যের নিচে বসিয়ে বিয়োগ করলে ভাগশেষ কিছু রইল না। সুতরাং এবার বর্গমূল নির্ণয়ের কাজটি শেষ হ'ল এবং নির্ণেয় বর্গমূল হ'ল 597.

উদাহরণ 2. 651249 এর বর্গমূল কত ?

$$\begin{array}{r|l} & \overline{65}\ \overline{12}\ \overline{49}(8 \\ & 64 \\ \hline 16) & 112 \end{array}$$

এখানে দেখ, 16-এর ডানদিকে শূন্য ছাড়া যে অঙ্কই বসানো হোক না কেন তার ফলে যে সংখ্যাটি পাওয়া গেল তা 112 থেকে বড় হবে। এক্ষেত্রে আগের মত ভাগ সম্ভব হচ্ছে না। সুতরাং 16 এর ডানদিকে 0 বসাতে হবে। ভাগফলের জায়গাতে 8-এর ডানদিকে 0 বসাতে হবে এবং পরের জোড়া 49 নামিয়ে 112-এর ডানদিকে বসাতে হবে। ভাজকের স্থানে এখন হ'ল $160(=80 \times 2)$। এবার আগের নিয়মে ডানদিকে পরীক্ষালব্ধ 7 অঙ্কটি বসিয়ে ভাগফলেও 80-এর পরে ঐ 7 বসিয়ে 1607 কে 7 দিয়ে গুণ করলে গুণফল 11249 হয়। সুতরাং নির্ণেয় বর্গমূল হ'ল 807.

$$\begin{array}{r|l} & \overline{65}\ \overline{12}\ \overline{49}(807 \\ & 64 \\ \hline 1607) & 11249 \\ & 11249 \\ \hline \end{array}$$

মন্তব্য : শেষ ধাপে 7 অঙ্কটির আগে 'পরীক্ষালব্ধ' বিশেষণটি আমরা ব্যবহার করেছি। এর একটু তাৎপর্য আছে। ঐ স্তরে ভাজকস্থানীয় 160এর শেষ অঙ্কটি সাময়িকভাবে উপেক্ষা করলে রইল 16 এবং ভাজ্য-স্থানীয় 11249-এর শেষ দুটি অঙ্ক উপেক্ষা করলে রইল 112; 112 কে 16 দিয়ে ভাগ করলে 7 হয়। তাই ভাগফল স্থানীয়

অঙ্কটি এই স্তরে নেওয়া হয়েছে 7 ; যদি এমন হ'ত যে ভাজক এবং ভাগফল উভয়েরই ডানদিকে 7 বসিয়ে 7 দিয়ে পূর্ণ ভাজক স্থানীয় সংখ্যা 1607 কে গুণ করলে গুণফল 11249-এর চেয়ে বড় হয়ে যাচ্ছে, তাহলে 7 না নিয়ে 6 নিতে হ'ত। বর্গমূলের কোনও বিশেষ অঙ্ক নির্ণয়ের এটাই প্রচলিত পদ্ধতি।

উদাহরণ 3. 1522756-এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

এখানে লক্ষ্য কর, বাঁদিকে কেবল একটি সংখ্যার উপর দাগ দেওয়া হয়েছে।

```
       1̄ 5̄2̄ 2̄7̄ 5̄6̄(1234
       1
      ----
     22)52
        44
     --------
    243) 827
         729
     ---------
   2464) 9856
         9856
         ----
```

উদাহরণ 4. 8956 থেকে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ? সংখ্যাটির সঙ্গে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফলও একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে ?

উত্তর : ভাগ পদ্ধতিতে 8956 এর বর্গমূল নির্ণয় করার চেষ্টা করলে দেখা যাবে 120 অবশিষ্ট থাকে। সুতরাং 8956 থেকে 120 বিয়োগ করলে অবশিষ্ট সংখ্যাটি একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে।

$\therefore\ 8956-120=8836=(94)^2$ সংখ্যাটি একটি পূর্ণবর্গ-সংখ্যা।

120-ই এক্ষেত্রে নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা।
8836 $(=94^2)$এর পরবর্তী পূর্ণবর্গসংখ্যা $95^2=9025$.
$9025-8956=69$.

∴ 8956 এর সঙ্গে কমপক্ষে 69 যোগ করলে যোগফল
$9025\ (=95^2)$ একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ঃ
∴ দ্বিতীয় ক্ষেত্রে 69-ই নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ।

মন্তব্য ঃ উপরের উদাহরণগুলিতে লক্ষ কর যে, বর্গমূলের অঙ্কগুলি বাঁদিক থেকে ডানদিকে একটি একটি করে বার করা হয়েছে। প্রচলিত যে পদ্ধতিতে ভাগ করা হয়, তাতেও ঠিক এ রকমটিই ঘটে। ভাগফলের অঙ্কগুলি বাঁদিক থেকে ডানদিকে একটি একটি করে বেরিয়ে আসে। গুণ বা যোগের পদ্ধতির সঙ্গে ভাগ বা বর্গমূলের আকর্ষণ পদ্ধতির এখানেই তফাৎ। প্রচলিত পদ্ধতিতে যোগফল বা গুণফলের অঙ্কগুলি ডানদিক থেকে বাঁদিকে একটি একটি করে বেরিয়ে আসে।

উদাহরণ 5. সামনের সারিতে যথাসম্ভব বেশি সৈন্য নিয়ে 5000 সৈন্যকে বর্গাকারে সাজানো হ'ল। সামনের সারির সৈন্যসংখ্যা কত এবং কতজন সৈন্য বেশি হবে ?

[**ছাত্রদল বা সৈন্যদলকে বর্গাকারে কিভাবে সাজনো যায়, তা দেখ ঃ**

পাশে 25 জন সৈন্যকে বর্গাকারে সাজানো হয়েছে। (সৈন্যদের স্থান ‘×’ চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত করা হয়েছে।)

× × × × ×
× × × × ×
× × × × ×
× × × × ×
× × × × ×

আবার 16টি চারাগাছকে কেমন করে বর্গাকারে সাজানো হয়েছে তাও দেখ।] (চারা-গাছগুলির স্থান ‘×’ দিয়ে চিহ্নিত করা হয়েছে।)

× × × ×
× × × ×
× × × ×
× × × ×

এখানে ভাগ প্রক্রিয়ায় 5000 এর বর্গমূল নির্ণয় করার চেষ্টা করতে হবে।

অসম্পূর্ণ বর্গমূল 70 হ'ল
100 অবশিষ্ট থাকল।

$$\begin{array}{r} \overline{50}\ \overline{00}(70 \\ 49 \\ \hline 140)100 \end{array}$$

∴ সবচেয়ে বেশি 70 জন সৈন্য সামনের সারিতে থাকবে ও 100 জন সৈন্য বেশি হবে।

মন্তব্য ঃ বর্গাকারে সাজালে সব সারিতেই সমান সংখ্যক সৈন্য অর্থাৎ 70 জন করে সৈন্য থাকবে। লক্ষ করলে দেখা যাবে, সারির সংখ্যা ঐ 70-ই হবে ; এমন কি স্তম্ভ সংখ্যাও 70 হবে।

উদাহরণ 6. বন্যাত্রাণ তহবিলে একটি বিদ্যালয়ের প্রত্যেক ছাত্র মোট ছাত্রসংখ্যার অর্ধেক সংখ্যক পয়সা দিল। মোট চাঁদার পরিমাণ 1586 টাকা হলে ছাত্রসংখ্যা কত ? প্রত্যেকে কত চাঁদা দিয়েছিল ?

মোট যতজন ছাত্র প্রত্যেকে তার অর্ধেক সংখ্যক পয়সা না দিয়ে ঠিক তত পয়সা দিলে চাঁদার পরিমাণ দ্বিগুণ হত অর্থাৎ মোট চাঁদা উঠত (1568×2) টাকা $= 3136$ টাকা $= 313600$ পয়সা।

এখন 313600 এর বর্গমূল $= 560$

∴ ছাত্রসংখ্যা $= 560$ জন

প্রত্যেকে চাঁদা দিয়েছিল $(560 \div 2)$ পয়সা $= 280$ পয়সা

$= 2{\cdot}80$ টাকা

$2{\cdot}80$ টাকাকে 560 দিয়ে গুণ করে মিলিয়ে দেখতো 1568 টাকা হয় কিনা।

মন্তব্য ঃ এ অধ্যায়ে আলোচিত পদ্ধতিতে বর্গমূল বার করতে গিয়ে ভাগের শেষ ধাপে যদি কোনও ভাগশেষ থাকে, তা হলে বুঝতে হবে প্রদত্ত সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

প্রশ্নমালা 15

1. (*a*) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির বর্গমূল বার না করেই বর্গমূলের অঙ্ক-সংখ্যা নির্ণয় কর :

(*i*) 361 (*ii*) 93600 (*iii*) 1239251209 (*iv*) 625686734489

(*b*) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির বর্গমূলের একক স্থানীয় অঙ্ক কি বা কি কি হতে পারে ?

(*i*) 5561 (*ii*) 289 (*iii*) 5329

2. ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় কর :

(*i*) 729 (*ii*) 961 (*iii*) 529 (*iv*) 625 (*v*) 1521

(*vi*) 6561 (*viii*) 1296 (*viii*) 1681 (*ix*) 63504

(*x*) 680625 (*xi*) 1004004

(*xii*) 48024900 (*xiii*) 100060009

(*xiv*) 189475225 (*xv*) 360117609604.

3. 123401 এর সঙ্গে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ? ঐ একই সংখ্যা থেকে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ?

4. 9545 এর সঙ্গে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ এবং কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে যোগফল ও বিয়োগফল প্রত্যেকে একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ?

5. সামনের সারিতে সর্বাধিক সৈন্য নিয়ে একটি বর্গাকার সৈন্যব্যূহ রচনা করা হ'ল। মোট 11050 জন সৈন্য ছিল। বর্গাকারে সাজানোর পর 25 জন সৈন্য বেশি হ'ল। সামনের সারিতে সৈন্য সংখ্যা কত ?

6. সমান দূরত্বে 4096টি চারাগাছ একটি বর্গাকার ক্ষেত্রে রোপণ করা হ'ল। প্রত্যেক সারিতে ক'টি চারাগাছ লাগানো হয়েছে ?

7. একটি সমিতিতে যতজন সভ্য ছিল, প্রত্যেকে তত 2 পয়সা চাঁদা দেওয়ায় 141·12 টাকা উঠল। সমিতির সভ্য সংখ্যা কত ? প্রত্যেকে কত চাঁদা দিয়েছিলেন ?

8. চার অঙ্কের কোন্ বৃহত্তম ও কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা পূর্ণবর্গ হবে ?

9. ছয় অঙ্কের কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা হবে ?

10. একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার দ্বিগুণ। তাদের গুণফল 2048. সংখ্যা দুটি কি কি ?

পঞ্চম অধ্যায়

ঐকিক নিয়ম

5.1. সময় ও দূরত্ব :

তোমরা ষষ্ঠ শ্রেণীতে ঐকিক নিয়ম শিখেছ এবং লাভ-ক্ষতি ও সময়-কার্য সম্বন্ধীয় প্রশ্নে তার প্রয়োগও করেছ। এখানে সময় ও দূরত্ব বিষয়ক প্রশ্নে তার প্রয়োগ তোমাদের শিখতে হবে।

সময় ও দূরত্বের প্রশ্নগুলি প্রাথমিকভাবে আসে পথ চলাকে কেন্দ্র করে। পথ চলতে হয় সকলকেই। তোমরাও নানা রকম পথ চলা দেখেছ। কেউ হাঁটে, কেউ সাইকেলে চলে, কেউ চলে বাসে, ট্রেনে, ট্রামে, নৌকায়, জাহাজে বা এরোপ্লেনে। মানুষ ছাড়াও পথ চলে সরীসৃপ মাটি বা দেওয়ালের উপর। জন্তু জানোয়ার চলে বনে, জঙ্গলে। মাছ এবং অন্যান্য জলচর প্রাণী চলে জলে, ছোট বড় নানা রকমের পাখি আকাশে—কেউ বা অনেক উঁচুতে, কেউ বা নিচু অঞ্চলে।

এসব বিচিত্র রকমের চলার মধ্যে কিন্তু আছে দুটি সাধারণ ধর্ম। সব জায়গাতেই কম বেশি কিছু না কিছু দূরত্ব অতিক্রম করা হয় এবং যেতে কিছু না কিছু সময় লাগে। এ দুটিই হ'ল সব চলার সাধারণ ধর্ম—অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং তার জন্যে প্রয়োজনীয় সময়। এ দুটির পারস্পরিক সম্পর্কের উপর গড়ে উঠেছে একটি নতুন ধারণা, তার নাম গতিবেগ।

গতিবেগের সংজ্ঞা নির্দেশ করা একটু শক্ত। তবে একটা কথা সহজেই বোঝা যায়। গতিবেগ দুই প্রকারের হতে পারে—সমগতিবেগ এবং অসমগতিবেগ। যখন কোনও বস্তু সমান সমান

সময়ে সমান সমান দূরত্ব অতিক্রম করে, তখন বলা যায় বস্তুটি সমগতিবেগে বা সংক্ষেপে সমবেগে চলছে। যদি একটি গাড়ি প্রতি ঘণ্টায় 60 কিলোমিটার যায়, অর্থাৎ প্রতি মিনিটে 1 কিলোমিটার এবং প্রতি সেকেণ্ডে $\frac{1}{60}$ কিলোমিটার যায়, তাহলে ধরে নিতে পারি গাড়িটি সমবেগে চলছে এবং তার গতিবেগ ঘণ্টায় 60 কিমি। একথাও বোঝা যাচ্ছে যে ঘণ্টায় 60 কিমি = মিনিটে 1 কিমি = সেকেণ্ডে $\frac{1}{60}$ কিমি; এগুলি আসলে একই গতিবেগের প্রকাশ বিভিন্ন এককে।

কিন্তু যদি দেখি যে, একটা গাড়ি প্রথম ঘণ্টায় 60 কিমি, দ্বিতীয় ঘণ্টায় 70 কিমি, এবং তৃতীয় ঘণ্টায় 55 কিমি দূরত্ব অতিক্রম করল, তাহলে এটুকু বোঝা যায় যে, গাড়িটি সমবেগে চলছে না। এ সম্বন্ধে এর বেশি বোঝার চেষ্টা এই স্তরে স্থগিত থাক, পরে বুঝবে।

এ অধ্যায়ের পরবর্তী আলোচনায় আমরা ধরে নেব যে, চলমান বস্তুগুলি সব সমগতিবেগে চলছে; অর্থাৎ গতিবেগ বলতে সব সময়েই সমগতিবেগ বুঝব এবং সমগতিবেগকে কেন্দ্র করে যে সমস্ত পাটীগণিতীয় সমস্যা, তাদের সমাধানে ঐকিক নিয়মের পদ্ধতি ব্যবহার করা যায়।

উদাহরণ 1. এক সাইকেল আরোহী সমবেগে চলে $4\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় 36 কিলোমিটার পথ অতিক্রম করলেন। তাঁর গতিবেগ কত? একই বেগে চললে 5 ঘণ্টায় তিনি কত পথ অতিক্রম করতে পারবেন। 60 কিলোমিটার পথ অতিক্রম করতে তাঁর কত সময় লাগবে?

আরোহী $4\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় = $\frac{9}{2}$ ঘটায় 36 কিমি যান

" 1 " $36 \div \frac{9}{2}$ " "

$= 36 \times \frac{2}{9}$ কিমি = 8 কিমি যান।

সাইকেল আরোহীর গতিবেগ ঘণ্টায় 8 কিমি বা 8 কিমি / ঘণ্টা

1 ঘণ্টায় 8 কিমি গেলে 5 ঘণ্টায় তিনি যেতে পারবেন

8 কিমি $\times$ 5 = 40 কিমি

আবার, 8 কিমি পথ অতিক্রম করতে সময় লাগে 1 ঘণ্টা

1 কিমি „ „ „ „ „ $\frac{1}{8}$ ঘণ্টা

60 কিমি „ „ „ „ „ $\frac{1}{8} \times 60$ ঘণ্টা

$= \frac{15}{2}$ ঘণ্টা $= 7\frac{1}{2}$ ঘণ্টা

আবার একই গতিবেগকে বিভিন্ন এককে প্রকাশ করা যায়। সে কাজটিও ঐকিক পদ্ধতিতে করা হয়। যেমন উপরের উদাহরণটিতে দেখা গেল, সাইকেল আরোহীর গতিবেগ 8 কিমি / ঘণ্টা ; তার অর্থ হ'ল, 1 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত পথের পরিমাণ 8 কিমি অর্থাৎ 60 মিনিটে অতিক্রান্ত পথের পরিমাণ 8 কিমি। তাহলে 1 মিনিটে অতিক্রান্ত পথের পরিমাণ $\frac{8}{60}$ কিমি $= \frac{2}{15}$ কিমি $= (\frac{2}{15} \times 1000)$ মিটার $= \frac{400}{3}$ মিটার $= 133\frac{1}{3}$ মিটার।

সুতরাং বলা যায়, মিটার / মিনিট এককে আরোহীর গতিবেগ মিনিটে $133\frac{1}{3}$ মিটার বা সংক্ষেপে $133\frac{1}{3}$ মি/মিনিট। অর্থাৎ পরের দুটি গতিবেগ সমান—8 কিমি/ঘণ্টা $= 133\frac{1}{3}$ মি / মিনিট।

আবার 1 মিনিটে অতিক্রান্ত পথ $\frac{400}{3}$ মিটার

অর্থাৎ 60 সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত পথ $\frac{400}{3}$ মিটার।

সুতরাং 1 সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত পথ $\frac{400}{3 \times 60}$ মিটার

বা $\frac{400 \times 100}{3 \times 60}$ সেমি $= \frac{2000}{9}$ সেমি

$= 222\frac{2}{9}$ সেমি।

তাহলে সেণ্টিমিটার / সেকেন্ড এককে গতিবেগটি হ'ল সেকেণ্ডে $222\frac{2}{9}$ সেমি বা সংক্ষেপে $222\frac{2}{9}$ সেমি / সেকেন্ড।

উপরে লিখিত বর্ণনা থেকে বলা যায় যে, নিচের তিনটি গতিবেগই সমান।

8 কিমি / ঘণ্টা $= 133\frac{1}{3}$ মি / মিনিট $= 222\frac{2}{9}$ সেমি / সেকেন্ড।

গতিবেগের সূত্র

উপরের আলোচনা এবং গতিবেগ নির্ণয়ের ঐকিক পদ্ধতি থেকে সমবেগের একটি সূত্র লেখা যায়।

সেটি হ'ল : $$\text{গতিবেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}} \quad \cdots (1)$$

এই সূত্রটি থেকে দুটি অনুসিদ্ধান্ত সহজেই করা যায় :

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব} = \text{গতিবেগ} \times \text{সময়} \quad \cdots (2)$$

এবং $$\text{সময়} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}} \quad \cdots (3)$$

এ তিনটি সূত্রের সাহায্যে সময়, দূরত্ব এবং গতিবেগ এ তিনটি বিষয়ের যে কোনও দুটি দেওয়া থাকলে তৃতীয়টি বার করা যায়।

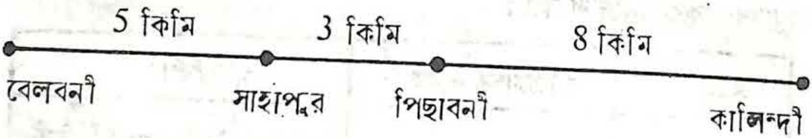
উদাহরণ 1. নিচের ছকে সময়, গতিবেগ ও অতিক্রান্ত দূরত্বের মধ্যে যেকোন দুটি দেওয়া আছে, তৃতীয়টি বার কর। প্রত্যেকটি ক্ষেত্রেই যথাযথ একক নির্দেশ কর :

সময়	অতিক্রান্ত দূরত্ব	গতিবেগ
2 মিনিট	50 মিটার	$(50 \div 2)$ মিটার / মিনিট $= 25$ মিটার / মিনিট
3 ঘণ্টা	87 কিমি	
4 সেকেণ্ড		সেকেণ্ডে 10 মিটার
$2\frac{1}{2}$ ঘণ্টা		ঘণ্টায় 20 কিমি
	50 কিমি	ঘণ্টায় 10 কিমি
	108 মিটার	9 মি / সেকেণ্ড
8 মিনিট	256 মিটার	

উদাহরণ 2. কয়েকটি গাড়ির গতিবেগ নিচের ছকে দেওয়া হ'ল। এদের গতিবেগগুলিকে ছক অনুযায়ী বিভিন্ন এককে প্রকাশ করে যথাযথ স্থানে লেখ :

গতিবেগ ঘণ্টায়	গতিবেগ মিনিটে	গতিবেগ সেকেণ্ডে
75 কিমি	1250 মিটার	$2083\frac{1}{3}$ সেমি
15 কিমি		
50 কিমি		

উদাহরণ 3. বেলবনী থেকে সাহাপুরের, সাহাপুর থেকে পিছাবনীর ও পিছাবনী থেকে কালিন্দীর দূরত্ব যথাক্রমে 5 কিমি, 3 কিমি ও 8 কিমি। বেলবনী থেকে একজন লোক সকাল 7টায় কালিন্দী যাত্রা করলেন। তাঁর গতিবেগ ঘণ্টায় 3 কিমি হলে তিনি কখন সাহাপুর, পিছাবনী ও কালিন্দী পেঁাছবেন ?



2নং চিত্র

লোকটির গতিবেগ ঘণ্টায় 3 কিমি। বেলবনী থেকে সাহাপুরের দূরত্ব = 5 কিমি।

3 কিমি যেতে সময় লাগে 1 ঘণ্টা বা 60 মিনিট

1 " " " " $\frac{60}{3}$ মিনিট = 20 মিনিট

5 " " " " (20×5) মিনিট = 100 মিনিট

= 1 ঘণ্টা 40 মিনিট

সাহাপুর পেঁাছবেন 7 ঘণ্টা + 1 ঘণ্টা 40 মিনিটে

= 8 ঘণ্টা 40 মিনিটে বা 8টা 40 মিনিটে

সাহাপুর থেকে পিছাবনীর দূরত্ব = 3 কিমি

আগেই জানা আছে 3 কিমি যেতে সময় লাগে 1 ঘণ্টা ;

অতএব পিছাবনী পেঁছবেন 9টা 40 মিনিটে।

আবার পিছাবনী থেকে কালিন্দীর দূরত্ব 8 কিমি

8 কিমি যেতে তাঁর সময় লাগবে (20×8) মিনিট = 160 মিনিট
= 2 ঘণ্টা 40 মিনিট

∴ তিনি কালিন্দীতে পেঁছবেন 9 ঘণ্টা 40 মিনিট
+ 2 ঘণ্টা 40 মিনিটে

= 12 ঘণ্টা 20 মিনিটে

বা 12টা 20 মিনিটে।

উদাহরণ 4. হাওড়া থেকে ব্যাণ্ডেল, বর্ধমান, দুর্গাপুর, আসানসোল ও মধুপুরের দূরত্ব যথাক্রমে 40 কিমি, 100 কিমি, 160 কিমি, 200 কিমি ও 280 কিমি। একটি ট্রেন হাওড়া থেকে সকাল 9টায় রওনা হয়ে 12টা 50এ মধুপুরে পেঁছল। হাওড়ার পরের চারটি স্টেশনের প্রত্যেকটিতে ট্রেনটি যদি 5 মিনিট থেমে থাকে, তবে ট্রেনটির গতিবেগ কত ? ট্রেনটি কটার সময় ব্যাণ্ডেল ও বর্ধমান পেঁছবে ? কটার সময় দুর্গাপুর ও আসানসোল থেকে ট্রেনটি ছাড়ে ?

12টা 50 মিনিট − 9টা = 3 ঘণ্টা 50 মিনিট

4টি স্টেশনে মোট (5×4) মিনিট = 20 মিনিট থামে

3 ঘণ্টা 50 মিনিট − 20 মিনিট = 3 ঘণ্টা 30 মিনিট

3 ঘণ্টা 30 মিনিট = $3\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় ট্রেনটি যায় 280 কিমি

1 ঘণ্টায় ট্রেনটি যাবে $(280 \div 3\frac{1}{2})$ কিমি = $(280 \times \frac{2}{7})$ কিমি
= 80 কিমি

∴ ট্রেনটির গতিবেগ ঘণ্টায় 80 কিমি।

80 কিমি যায় 1 ঘণ্টায়

1 " " $\frac{1}{80}$ "

40 " " $\frac{40}{80}$ ঘণ্টায় = 30 মিনিটে

হাওড়া থেকে 9টায় ছেড়ে তাহলে ট্রেনটি ব্যাণ্ডেল পেঁছায় 9টা 30 মিনিটে এবং সেখান থেকে ছাড়ে 9টা 35 মিনিটে। বর্ধমান পেঁছাতে তাকে আরও (100 – 40) কিমি = 60 কিমি যেতে হবে। আগেই দেখেছ, 1 কিমি যেতে সময় লাগে $\frac{1}{80}$ ঘণ্টা, তাহলে 60 কিমি যেতে সময় লাগবে $\frac{60}{80}$ ঘণ্টা = $\frac{3}{4}$ ঘণ্টা = 45 মিনিট।

সুতরাং ট্রেনটি বর্ধমানে পেঁছাবে 9 ঘণ্টা 35 মিনিট + 45 মিনিট = 10টা 20 মিনিটে এবং সেখান থেকে ছাড়বে 10 ঘণ্টা 20 মিনিট + 5 মিনিট = 10টা 25 মিনিটে। দুর্গাপুর পেঁছাতে তাকে আরও (160 – 100) কিমি = 60 কিমি যেতে হবে।

আগেই জানা গেছে 60 কিমি যেতে সময় লাগে 45 মিনিট

অতএব ট্রেনটি দুর্গাপুর পেঁছবে 10 ঘণ্টা 25 মিনিট + 45 মিনিট
= 11টা 10 মিনিটে।

দুর্গাপুর থেকে ছাড়বে 11ঘণ্টা 10 মিনিট + 5 মিনিট
= 11টা 15 মিনিটে।

আসানসোল যেতে আরও (200 – 160) কিমি = 40 কিমি যেতে হবে এবং আগেই জানা গেছে যে, 40 কিমি যেতে সময় লাগে 30 মিনিট। তাহলে আসানসোলে পেঁছাবে 11 ঘণ্টা 15 মিনিট + 30 মিনিট = 11টা 45 মিনিটে এবং সেখান থেকে ছাড়বে 11টা 45 মিনিট + 5 মিনিট = 11টা 50 মিনিটে।

নির্দেশ: এবার হিসাব করে দেখতো মধুপুরে ট্রেনটি ঠিক 12টা 50এ পেঁছবে কিনা।

উদাহরণ 5. একটি ট্রেন 75 মিটার লম্বা। লাইনের পাশে একটি গাছকে ট্রেনটি 20 সেকেণ্ডে অতিক্রম করলে ট্রেনটির গতিবেগ কত?

গাছের কাছে ট্রেনটির প্রথম অংশ পেঁছানোর পর ঐখানে ট্রেনটির শেষ অংশটি পেঁছাতে মোট সময় লেগেছে 20 সেকেণ্ড।

সুতরাং 20 সেকেণ্ডে ট্রেনটি যত দূর গেছে তা হ'ল ট্রেনটির দৈর্ঘ্য।

∴ 20 সেকেণ্ডে ট্রেনটি যায় 75 মিটার

1 " " " $\frac{75}{20}$ মিটার

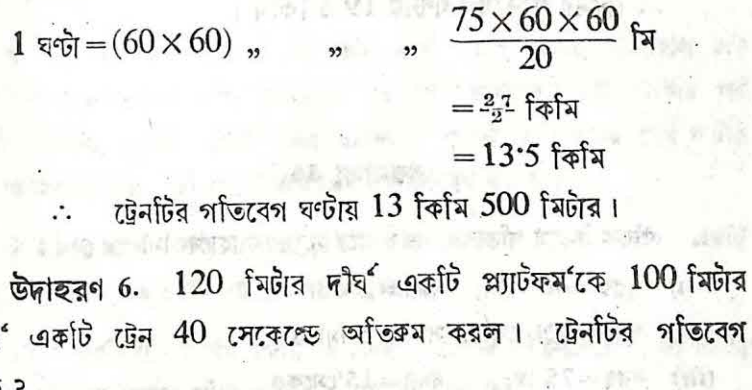
1 ঘণ্টা $= (60 \times 60)$ " " " $\frac{75 \times 60 \times 60}{20}$ মি

$= \frac{27}{2}$ কিমি

$= 13{\cdot}5$ কিমি

∴ ট্রেনটির গতিবেগ ঘণ্টায় 13 কিমি 500 মিটার।

উদাহরণ 6. 120 মিটার দীর্ঘ একটি প্ল্যাটফর্মকে 100 মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন 40 সেকেণ্ডে অতিক্রম করল। ট্রেনটির গতিবেগ কত ?



3নং চিত্র

গতিশীল ট্রেন কর্তৃক প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করার কাজটি শুরু হয় যখন ট্রেনের অগ্রভাগ অর্থাৎ ইঞ্জিনের দিকটি প্ল্যাটফর্ম স্পর্শ করে (ট্রেনের প্রথম অবস্থানের ছবি) এবং শেষ হয় যখন ট্রেনের পশ্চাদ্‌-ভাগ প্ল্যাটফর্মের অপর প্রান্ত ছেড়ে যাচ্ছে (ট্রেনের দ্বিতীয় অবস্থানের ছবি)। তাহলে প্ল্যাটফর্মকে অতিক্রম করতে ট্রেনটিকে ট্রেনের দৈর্ঘ্য + প্ল্যাটফর্মের দৈর্ঘ্যের সমান পথ অতিক্রম করতে হবে। বর্তমান ক্ষেত্রে $(100+120)$ মিটার $= 220$ মিটার পথ ট্রেনটিকে যেতে হবে।

∴ 40 সেকেণ্ডে ট্রেনটি যায় 220 মিটার

1 " " " $\frac{220}{40}$ মিটার

1 ঘণ্টা $=(60\times60)$ " " " $\frac{220\times60\times60}{40\times100}$ কিমি

$=19{\cdot}8$ কিমি

∴ ট্রেনের গতিবেগ ঘণ্টায় 19·8 কিমি।

প্রশ্নমালা 16

1. ঐকিক নিয়মে গতিবেগ নির্ণয় করে সূত্রের সাহায্যে মিলিয়ে দেখ ঃ

(*i*) দূরত্ব = 40 কিমি, সময় = 2 ঘণ্টা

(*ii*) দূরত্ব = 250 সেমি, সময় = 5 মিনিট

(*iii*) দূরত্ব = 75 মি, সময় = 15 সেকেণ্ড

2. ঐকিক নিয়মে দূরত্ব নির্ণয় করে সূত্রের সাহায্যে মিলিয়ে দেখ ঃ

(*i*) গতিবেগ = ঘণ্টায় $37\frac{1}{2}$ কিমি, সময় = 6 ঘণ্টা

(*ii*) গতিবেগ = সেকেণ্ডে 62·5 সেমি, সময় = 5 ঘণ্টা

(*iii*) গতিবেগ = সেকেণ্ডে 85 মি, সময় = $2\frac{1}{17}$ সেকেণ্ড

3. ঐকিক নিয়মে সময় নির্ণয় করে সূত্রের সাহায্যে মিলিয়ে দেখ ঃ

(*i*) গতিবেগ = ঘণ্টায় 11 কিমি, দূরত্ব = 550 কিমি

(*ii*) গতিবেগ = সেকেণ্ডে 17 সেমি, দূরত্ব = 5 মিটার

(*iii*) গতিবেগ = সেকেণ্ডে $6\frac{1}{2}$ মিটার, দূরত্ব = $19\frac{1}{2}$ মিটার

4. একটি ট্রেন ঘণ্টায় 80 কিমি বেগে হুগলী থেকে যাত্রা করল। হুগলী থেকে 120 কিমি দূরবর্তী একটি ষ্টেশনে ট্রেনটি কত সময়ে পৌঁছাবে ?

5. কমলবাবু সকাল 10 টার সময় বালীমোড় থেকে সাইকেলে রওনা হলেন ও 10টা 45 মিনিটে ত্রিবেণী পৌঁছলেন। সাইকেলের গতিবেগ ঘণ্টায় 8 কিমি হলে বালীমোড় থেকে ত্রিবেণীর দূরত্ব কত ?

6. একটি বাস কলকাতা থেকে সকাল 7-30 এ যাত্রা করে পথে কোথাও না থেমে দীঘায় 12 টার সময় পৌঁছল। বাসটির গতিবেগ ঘণ্টায় 45 কিমি হলে কলকাতা থেকে দীঘার দূরত্ব কত ?

7. একজন লোক বাড়ী থেকে বাস-স্ট্যাণ্ডে 3 মিনিটে পৌঁছলেন। বাড়ী থেকে বাস স্ট্যাণ্ডের দূরত্ব 320 মিটার। লোকটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত কিলোমিটার ?

8. মিঃ মুখার্জী সকাল 8 টায় তাঁর বাড়ী থেকে মোটর সাইকেলে এক আত্মীয়ের বাড়ীতে দেখা করতে গেলেন। আত্মীয়ের বাড়ীতে 1 ঘণ্টা থাকার পর সকাল 11-30 মিনিটে বাড়ী ফিরে এলেন। মোটর সাইকেলের বেগ ঘণ্টায় 40 কিমি হলে তাঁর বাড়ী থেকে আত্মীয়ের বাড়ীর দূরত্ব কত ?

9. 75 মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘণ্টায় 60 কিমি বেগে যায়। একটি গাছকে অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে ?

10. একটি ট্রেনের বেগ ঘণ্টায় 48 কিমি। ট্রেনটি 15 সেকেণ্ডে 120 মিটার দীর্ঘ একটি প্ল্যাটফর্মকে অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত ?

11. ঘণ্টায় 45 কিমি বেগে 85 মিটার লম্বা একটি ট্রেন কত সময়ে 65 মিটার লম্বা একটা সেতুকে অতিক্রম করবে ?

12. A, B ও C তিনটি বিন্দু সমরেখ এবং B, A ও C এর মাঝে আছে। সুদীপ্ত ও নীলেশ যথাক্রমে একই সময়ে A ও B বিন্দুর অবস্থান থেকে C বিন্দুর অবস্থানের দিকে যাত্রা করল। নীলেশ ঘণ্টায় 3 কিমি বেগে হাঁটে। সুদীপ্ত মোটর সাইকেলে রওনা হওয়ার $2\frac{1}{2}$ ঘণ্টা পরে C তে পৌঁছে দেখল-নীলেশ $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা আগে সেখানে পৌঁছেছে। A থেকে B এর দূরত্ব 120 কিমি। মোটর সাইকেলের বেগ কত ?

13. রামনগর থেকে গোপালপুরের দূরত্ব 18 কিমি। হরিশ রামনগর থেকে ঘণ্টায় 5 কিমি বেগে যাত্রা করল। সে 2 কিমি অন্তর 5 মিনিট বিশ্রাম নেয়। সকাল 6-30 টায় রওনা হলে সে কখন গোপালপুরে পৌঁছাবে ?

14. দুটি ট্রেন ঘণ্টায় 50 কিমি ও 60 কিমি বেগে একই স্থান থেকে একই সময়ে একই দিকে যাত্রা করল। 40 মিনিট পরে উভয়ের মধ্যে দূরত্ব কত

হবে ? যদি ট্রেন দুটি একই স্থান থেকে একই সময়ে বিপরীত দিকে যাত্রা করে তবে 40 মিনিট পরে তাদের মধ্যে দূরত্ব কত হবে ?

15. 100 কিমি দূরবর্তী দুটি স্টেশন থেকে দুটি ট্রেন পরস্পরের দিকে একই সময়ে যাত্রা করল। ট্রেন দুটির গতিবেগ ঘণ্টায় 60 কিমি ও 75 কিমি হলে 40 মিনিট পরে তাদের মধ্যে দূরত্ব কত হবে ? $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টা পরেই বা তাদের মধ্যে দূরত্ব কত হবে ?

16. একটি যাত্রীবাহী ট্রেন ও একটি মালবাহী ট্রেন একটি স্টেশন থেকে একই সময়ে একই দিকে যাত্রা করল। 40 মিনিট পর দেখা গেল মালবাহী ট্রেনটি অপর ট্রেনটি থেকে 20 কিমি পেছনে আছে। যাত্রীবাহী ট্রেনের গতিবেগ ঘণ্টায় 60 কিমি হলে মালবাহী ট্রেনের গতিবেগ ঘণ্টায় কত ?

17. একজন লোক সাইকেল রিক্সায় 45 মিনিটে 1200 মিটার যায়। সে ঐ রিক্সায় কত সময়ে 8 কিমি রাস্তা অতিক্রম করবে ?

18. দীপ্তেনবাবু তাঁর গাড়ীতে 1 ঘণ্টা 20 মিনিটে আরামবাগে পৌঁছান, কিন্তু ফেরার সময়ে তার লাগে মাত্র 1 ঘণ্টা। গাড়ীর গতিবেগ যাওয়ার সময় ঘণ্টায় 60 কিমি হলে ফেরার সময় কত ছিল ?

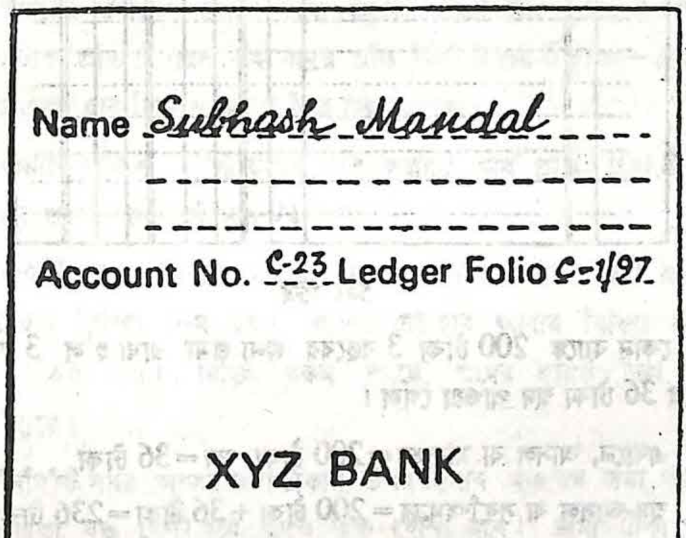
19. বাতাসের দিকে চলে একটি ফেরী বোট স্থির জলে ঘণ্টায় 6 কিমি বেগে নদীর অপর প্রান্তে গেল। বোটটির যেতে সময় লাগল 5 মিনিট। কিন্তু ফেরার সময় বিপরীতমুখী বাতাসের জন্য বোটের গতিবেগ কমে গেল এবং ফিরতে সময় লাগল 8 মিনিট। ফেরার সময় বোটের গতিবেগ কত ছিল ?

20. 220 মিটার দৌড় প্রতিযোগিতায় প্রথম স্থানাধিকারী ছাত্র 56 সেকেণ্ডে নির্দিষ্ট স্থানে পৌঁছল ও দেখল যে দ্বিতীয় স্থানাধিকারী ছাত্র 4 মিটার ও তৃতীয় স্থানাধিকারী ছাত্র 6 মিটার পেছনে আছে। দ্বিতীয় ও তৃতীয় স্থানাধিকারী ছাত্র কত সময়ে নির্দিষ্ট স্থানে পৌঁছাবে ? তিনজন ছাত্রের প্রত্যেকের গতিবেগ কত ?

ষষ্ঠ অধ্যায়

সুদকষা

6.1. কিছু সময়ের জন্য ব্যাঙ্ক বা পোস্ট অফিসে টাকা রাখার পর তুলে নিলে কিছু অতিরিক্ত অর্থ পাওয়া যায়। ঐ অতিরিক্ত অর্থকে সুদ বলা হয়। যে টাকা জমা রাখা হয় তাকে আসল বা মূলধন বলে। সুদ ও আসলের সমষ্টিকে সুদ-আসল বা সবৃদ্ধিমূল বলা হয়।



4নং চিত্র

কোন ব্যক্তি কিছু টাকা কোনও ব্যাঙ্কে জমা রাখলে ব্যাঙ্ক কর্তৃপক্ষ তাকে একটা পাশ বই দেন। ঐ বইতে জমা টাকার হিসাব লেখা থাকে।

Date	Particulars	Amount withdrawn		Amount deposited		Balance		Initials
		Rs.	P.	Rs.	P.	Rs.	P.	

5নং চিত্র

কোন ব্যাঙ্কে 200 টাকা 3 বছরের জন্য জমা রাখা হ'ল 3 বছরের শেষে 36 টাকা সুদ পাওয়া গেল।

এখানে, আসল বা মূলধন = 200 টাকা, সুদ = 36 টাকা

সুদ-আসল বা সবৃদ্ধিমূল = 200 টাকা + 36 টাকা = 236 টাকা

এখন 200 টাকার 3 বছরের সুদ = 36 টাকা

1 " 3 " " = $\frac{36}{200}$ টাকা = 18 পয়সা

1 " 1 " " $\frac{18}{3}$ পয়সা = 6 পয়সা

100 টাকার 1 বছরের সুদ = 6 টাকা

একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকাকে আসলের একক ধরে এবং একটি নির্দিষ্ট সময়কে সময়ের একক ধরে যে সুদ পাওয়া যায় তাকে সুদের হার বলা হয়। এখানে 1 টাকার 1 বছরের সুদ = 6 পয়সা;

বলা যেতে পারে, বার্ষিক সুদের হার টাকা প্রতি 6 পয়সা। ঐকিক নিয়মের সাহায্যে দেখা যায় যে, এক্ষেত্রে টাকা প্রতি মাসিক সুদের হার হবে $\frac{6}{12}$ পয়সা $= \frac{1}{2}$ পয়সা এবং 100 টাকার 1 বছরের সুদ 6 টাকা।

সাধারণত সুদের হার বার্ষিক একশ টাকার উপর ধরা হয় এবং তাকে বলা হয় শতকরা বার্ষিক সুদের হার। সুতরাং এখানে শতকরা বার্ষিক সুদের হার হ'ল 6. এই সুদের হারকে 'বার্ষিক 6%' এরকম সাঙ্কেতিক চিহ্ন দিয়েও লেখা হয়।

উপরের উদাহরণ থেকে দেখা যাচ্ছে, মাসে টাকা প্রতি $\frac{1}{2}$ পয়সা, বছরে টাকা প্রতি 6 পয়সা এবং বছরে প্রতি 100 টাকায় 6 টাকা—এ সবই সুদের একই হার নির্দেশ করছে ভিন্ন ভিন্ন এককে।

এভাবে বার্ষিক $7\frac{1}{2}\%$ সুদের হার কথাটির অর্থ প্রতি 100 টাকায় 1 বছরে প্রাপ্য সুদের পরিমাণ $7\frac{1}{2}$ টাকা।

একটি ব্যাঙ্কে বিভিন্ন মেয়াদে বা সময় সীমায় টাকা জমা রাখলে সুদের হার বিভিন্ন রকম হয়। অবশ্য এই হার আবার বিভিন্ন সময়ে পরিবর্তিতও হয়। বিভিন্ন রকম ব্যাঙ্কে সুদের হারও ভিন্ন ভিন্ন হতে পারে।

নির্দিষ্ট সময় অন্তর জমা টাকার উপর হিসাব মত সুদ জমা পড়ে। জমা টাকা যত বেশী হবে সুদও তত বেশি হবে। জমা টাকা যত বেশি দিন থাকবে সুদও তত বাড়বে। টাকা তুলে নিলে জমা টাকার পরিমাণ কমে যায়, কাজেই তখন সুদও কম হবে।

সুদ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে 12 মাস $=$ 1 বছর এবং সাধারণত 1 মাস $=$ 30 দিন ধরা হয়। তবে একটি মাসের তারিখ থেকে অন্য মাসের আর একটি বিশেষ তারিখ পর্যন্ত সুদ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ঐ মাসগুলির সঠিক দিন অনুযায়ী মোট দিন সংখ্যা নির্ণয় করে 1 দিন বাদ দিতে হয়। সেক্ষেত্রে 1 বছর $=$ 365 দিন ধরা হয়।

উপরের আলোচনা থেকে জানা গেল—

(1) সুদ-আসল = আসল + সুদ

আসল = সুদ-আসল − সুদ

সুদ = সুদ-আসল − আসল

উপরের যেকোন দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি নির্ণয় করা যায় শুধুমাত্র যোগ বিয়োগের সাহায্যে। এখানে ঐকিক নিয়মের দরকার হচ্ছে না।

(2) শতকরা বার্ষিক সুদের হার বলতে 100 টাকার 1 বছরের সুদের পরিমাণ বোঝায়।

(3) সুদ সম্পর্কিত প্রশ্নে জড়িত থাকে আসল, সময়, সুদের হার, সুদ ও সুদ-আসল।

সুতরাং আমাদের বুঝতে হবে এগুলির মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্কটি ঠিক কেমন।

আমরা জানি, সময় অপরিবর্তিত থেকে আসল বাড়লে সুদ বাড়ে, আসল কমলে সুদ কমে। এই বাড়া-কমার পরিমাণ সম্বন্ধেও আর একটু বলা যায়। আসল দ্বিগুণ বা তিনগুণ হলে সুদও দ্বিগুণ বা তিনগুণ হবে ; আবার আসল অর্ধেক বা এক-পঞ্চমাংশ বা এক সপ্তমাংশ হলে, সুদও অনুরূপভাবে কমে অর্ধেক, এক পঞ্চমাংশ বা এক-সপ্তমাংশ হবে। এই পরিবর্তনগুলি ঐকিক নিয়মের সাহায্যে অনুধাবন করা যায়।

তেমনি আবার আসলকে অপরিবর্তিত রেখে যদি সময়কে দ্বিগুণ, তিনগুণ, চতুর্গুণ ইত্যাদি বাড়ানো যায়, তাহলে সুদও অনুরূপভাবে দ্বিগুণ, তিনগুণ, চতুর্গুণ বেড়ে যাবে। আবার সময় হ্রাস পেয়ে অর্ধেক, এক-তৃতীয়াংশ বা এক-চতুর্থাংশ হলে সুদও

অনুরূপভাবে অর্ধেক, এক-তৃতীয়াংশ বা এক-চতুর্থাংশ হবে। এই পরিবর্তনটিও ঐকিক নিয়মের সাহায্যে অনুধাবন করা যায়।

আবার কোনও ক্ষেত্রে যদি এই দুই ধরনের পরিবর্তন একই সঙ্গে ঘটে তাহলে তার ফলাফলও ঐকিক নিয়মের সাহায্যেই নির্ণয় করা যায়। তবে সেসব ক্ষেত্রে ঐকিক নিয়ম পর পর দুবার ব্যবহার করতে হবে। আবার সুদ যদি অপরিবর্তিত থাকে, তাহলে আসল এবং সময়ের সম্পর্ক একটু বিপরীতধর্মী। বেশি টাকা থেকে একই পরিমাণ সুদ পেতে হলে সময় লাগবে কম; আবার বেশি সময়ে ঐ একই পরিমাণ সুদ পেতে হলে আসল কম হলেও চলবে। এরূপ ক্ষেত্রে আসল যতগুণ বাড়বে সময় তত ভাগ কমবে। নিচের কয়েকটি উদাহরণে এ ধরনের সমস্যা সমাধানে ঐকিক নিয়মের ব্যবহার বিধি দেখানো হচ্ছে।

উদাহরণ 1. সুদের বার্ষিক হার শতকরা $7\frac{1}{2}$ হলে, 7 বছরে 100 টাকার সুদ কত হবে? ঐ 7 বছরের শেষে সুদ-আসল কত দাঁড়াবে?

লক্ষ কর, এখানে আসলটি অপরিবর্তিত শুধু সময় পাল্টাচ্ছে। ঐকিক নিয়ম একবার ব্যবহার করেই সমস্যাটির সমাধান করা যাবে।

100 টাকার 1 বছরের সুদ $7\frac{1}{2}$ টাকা $= \frac{15}{2}$ টাকা

" " 7 " " $\frac{15 \times 7}{2}$ টাকা $= \frac{105}{2}$ টাকা

$= 52\frac{1}{2}$ টাকা

7 বছরের সুদ হবে $52\frac{1}{2}$ টাকা $= 52{\cdot}50$ টাকা

ঐ সময়ের শেষে সুদ-আসল দাঁড়াবে $(100 + 52{\cdot}50)$ টাকা

$= 152{\cdot}50$ টাকা

উদাহরণ 2. বার্ষিক শতকরা $6\frac{1}{4}$ হারে 800 টাকার $3\frac{1}{2}$ বছরের সুদ কত ? সুদ-আসলই বা কত ?

সুদের হার বার্ষিক শতকরা $6\frac{1}{4}$

∴ 100 টাকার 1 বছরের সুদ $6\frac{1}{4}$ টাকা $= \frac{25}{4}$ টাকা

1 „ 1 „ „ $\frac{25}{4 \times 100}$ টাকা

800 „ 1 „ „ $\frac{25 \times 800}{4 \times 100}$ টাকা

[এখানে একবার ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করা হ'ল]

800 „ „ $3\frac{1}{2}$ „ „ $\frac{25 \times 800 \times 7}{4 \times 100 \times 2}$ টাকা

$= 175$ টাকা

[এখানে দ্বিতীয়বার ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করা হ'ল]

∴ নির্ণেয় সুদ $= 175$ টাকা

∴ সুদ-আসল $= (800 + 175)$ টাকা $= 975$ টাকা

সুতরাং আসল, বার্ষিক শতকরা সুদের হার ও সময় দেওয়া থাকলে সুদের পরিমাণ হবে নিম্নরূপ।

$$\text{সুদ} = \frac{\text{আসল} \times \text{বার্ষিক শতকরা হার} \times \text{সময়}}{100}$$

প্রশ্নমালা 17

1. সুদের পরিমাণ নির্ণয় কর :

(i) বার্ষিক 5% হারে 500 টাকার 1 বছরের

(ii) বার্ষিক 10% হারে 62·50 টাকার 4 বছরের

(iii) বার্ষিক 4% হারে 4565 টাকার 2 বছর 6 মাসের

(iv) বার্ষিক $7\frac{1}{3}\%$ হারে 866·25 টাকার 4 মাসের

(v) বার্ষিক $2\frac{1}{2}\%$ হারে 146 টাকার একদিনের

(vi) 1982 সালের 1লা জানুয়ারী থেকে 27শে মে পর্যন্ত 1000 টাকার বার্ষিক 6% হারে।

2. এনায়েৎ বাড়ী মেরামতের জন্য ব্যাঙ্ক থেকে বার্ষিক 12% হারে 6000 টাকা ধার নিলেন। 5 বছর পরে সে সুদে-আসলে সমস্ত টাকা শোধ করলেন। তাঁকে কত টাকা ফেরত দিতে হয়েছিল?

3. পল্টন মুর্মু তাঁর জমি চাষের জন্য সমবায় ব্যাঙ্ক থেকে বার্ষিক 6% হারে 1600 টাকা 2 বছরের জন্য ধার নিলেন। 2 বছর পরে সুদে-আসলে তাঁকে কত টাকা শোধ দিতে হবে?

4. হাত খরচা থেকে বাঁচিয়ে স্কুলের সপ্তম শ্রেণীর ছাত্র মাণিক 125 টাকা সংগ্রহ করল। ঐ টাকা বার্ষিক 5% হারে একটি ব্যাঙ্কে জমা রাখল। $2\frac{1}{2}$ বছর পরে সে সুদ বাবদ কত টাকা পাবে?

5. ভোম্বল এবং নজরুল দুই বন্ধু। তারা একসঙ্গে একটি ছোট ব্যবসা চালাবার জন্য বার্ষিক $12\frac{1}{2}\%$ হারে একটি ব্যাঙ্ক থেকে 15000 টাকা ধার নিল। 8 বছর পরে ঐ টাকার জন্য তাদের কত সুদ দিতে হবে?

6. 400 ঠাকার বার্ষিক $6\frac{1}{2}\%$ হারে 8 বছরের সুদ-আসল কত টাকা হবে?

7. মাধববাবু বার্ষিক 10% হারে 5000 টাকা 7 বছরের জন্য পোস্ট অফিসে জমা রাখলেন। নির্দিষ্ট সময় অন্তর তিনি সুদে-আসলে মোট কত টাকা পাবেন?

8. মিসেস ঘোষ বার্ষিক $9\frac{1}{2}\%$ হারে 550 টাকা স্থায়ীভাবে 4 বছরের জন্য কোনও ব্যাঙ্কে রাখলেন। 4 বছর পরে সুদে-আসলে তিনি যত টাকা পেলেন তা অন্য একটি ব্যাঙ্কে সেভিংস অ্যাকাউণ্টে বার্ষিক $5\frac{1}{2}\%$ হারে $2\frac{1}{2}$ বছরের জন্য রাখলেন। $2\frac{1}{2}$ বছর পরে সেভিংস অ্যাকাউণ্টে তার কত সুদ জমা পড়বে?

9. 500 টাকা বার্ষিক 5% হারে 5 বছরে সুদে-আসলে কত টাকা হবে?

10. ইকবাল বার্ষিক $5\frac{1}{2}\%$ হারে 200 টাকা 1লা জানুয়ারী কোন ব্যাঙ্কে জমা রাখলেন। ছমাস পরে ঐ ব্যাঙ্কে একই হারে আরও 200 টাকা রাখলেন। বছরের শেষে সুদ বাবদ তিনি মোট কত টাকা পাবেন?

6.2. আসল নির্ণয় :

সুদ, সময় ও বার্ষিক শতকরা হার দেওয়া থাকলে কিভাবে আসল নির্ণয় করা যায় তা দেখ। ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করে আসল বার করতে হলে, প্রথম প্রদত্ত বিবৃতিতে আসল সবচেয়ে ডানদিকে রাখতে হয়। এ প্রসঙ্গে মনে রাখতে হবে, যদি সময় ও হার একই থাকে সুদ বাড়লে বা কমলে আসল যথাক্রমে বাড়ে বা কমে। আবার সুদ ও সময় অপরিবর্তিত থাকলে বার্ষিক হার বাড়লে বা কমলে আসল যথাক্রমে কম বা বেশি হবে। একইভাবে বলা যায়, সুদ ও বার্ষিক হার একই থাকলে সময় বেশি বা কম হলে, আসল যথাক্রমে কম বা বেশি হবে।

নিচের অঙ্কগুলি দেখ :

উদাহরণ 1. 4 বছরের জন্য বার্ষিক 6% হারে ব্যাঙ্কে কিছু টাকা রাখা হ'ল। ঐ সময়ের পর মোট 225 টাকা সুদ পাওয়া গেল। আসল কত ?

সুদের হার বার্ষিক 6%

6 টাকা 1 বছরের সুদ হলে আসল 100 টাকা

1 " 1 " " " " $\frac{100}{6}$ টাকা

225 " 1 " " " " $\frac{100 \times 225}{6}$ টাকা

225 " 4 " " " " $\frac{100 \times 225}{6 \times 4}$ টাকা

$= 937 \cdot 30$ টাকা

∴ নির্ণেয় আসল $= 937 \cdot 50$ টাকা।

[শেষ ধাপটি একটু লক্ষ কর। এখানে সুদের পরিমাণ সমান আছে, সময় 1 বছর থেকে বেড়ে 4 বছর হয়েছে। তখন আসল বেড়ে 4 গুণ হবে না, কমে 4 ভাগ হবে।]

লক্ষ কর, অঙ্কটি করতে ঐকিক নিয়ম দুবার ব্যবহার করা হয়েছে। প্রথম বার সময় অপরিবর্তিত রেখে আসল নির্ণয়ের জন্য সুদ পাল্টানো হয়েছে 6 টাকা থেকে 1 টাকায় এবং পরে 1 টাকা থেকে 225 টাকায়। দ্বিতীয় বার ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করা হয়েছে সময়কে 1 বছর থেকে পাল্টে 4 বছর করার জন্য। বেশি সময়ে একই সুদ পেলে বুঝতে হবে মূলধন বা আসলটা কম। তাই এখানে 4 দিয়ে গুণ না করে 4 দিয়ে ভাগ করতে হয়েছে।

উদাহরণ 2. কত টাকা বার্ষিক $7\frac{1}{2}$% সুদে 8 বছরের সুদে-আসলে 5160 টাকা হবে?

100 টাকার 1 বছরের সুদ $7\frac{1}{2}$ টাকা $=\frac{15}{2}$ টাকা

100 „ 8 „ „ $(\frac{15}{2}\times 8)$ টাকা $=60$ টাকা

বার্ষিক শতকরা $7\frac{1}{2}$% হারে 8 বছরে 100 টাকা সুদে-আসলে হলো

100 টাকা + 60 টাকা = 160 টাকা।

এখন 160 টাকা সুদ-আসল হলে আসল 100 টাকা

1 „ „ „ „ $\frac{100}{160}$ „

5160 „ „ „ „ $\frac{100\times 5160}{160}$

$=3225$ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় আসল = 3225 টাকা

এখানে প্রথমে ঐকিক নিয়মে 100 টাকার 8 বছরের সুদ-আসল বার করে নেওয়া হ'ল। তারপর আবার ঐকিক নিয়ম অনুযায়ী আসল নির্ণয় করা হ'ল। এভাবে দুবার ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করা হ'ল।

মন্তব্য : সুদ-আসলের সঙ্গে আসলের সম্পর্কটি একটু বিশেষ-ভাবে লক্ষ করা উচিত। সুদের হার এবং সময় অপরিবর্তিত থাকলে আসল যতগুণ বাড়বে বা কমবে সুদ-আসলও অনুরূপভাবে

ততগুণ বাড়বে বা কমবে। সুতরাং এর যে কোন একটির পরিবর্তন থেকে অপরটির পরিবর্তন সরাসরি ঐকিক নিয়মের সাহায্যে বার করা যায়। নিচের উদাহরণটি দেখ।

উদাহরণ 3. গুরুভক্ত রাজবংশী 700 টাকা নির্দিষ্ট হারে নির্দিষ্ট সময়ের জন্য ব্যাঙ্কে রেখে সুদে-আসলে 900 টাকা পেলেন। কত টাকা একইভাবে একই সময়ের জন্য রাখলে তিনি 1350 টাকা পেতেন ?

900 টাকা সুদ-আসলের জন্য প্রয়োজনীয় মূলধন 700 টাকা

1 " " " " " " $\frac{700}{900}$ "

1350 " " " " " " $\frac{700 \times 1350}{900}$ টা.

$= 1050$ টাকা

এখানে সুদ-আসল থেকে আসল সরাসরি ঐকিক নিয়মের সাহায্যে বার করা গেল, তার কারণ সুদ-আসল ও আসলের পারস্পরিক পরিবর্তনের চরিত্রটি এমন যে, একটি যে হারে বাড়ে বা কমে অপরটিও বাড়ে বা কমে ঠিক সেই হারে। কিন্তু সময় বা সুদের হারের সঙ্গে সুদ-আসলের পরিবর্তন কিন্তু সমহারিক নয়। তাই সেখানে সরাসরি ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করা যাবে না। সুদ-আসলের মধ্যে শুধু সুদটুকুর পরিবর্তন এসব ক্ষেত্রে সুদের হার বা সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে সমহারিক। তাই সে রকম অঙ্কে সুদ ঐকিক নিয়মের সাহায্যে বার করে নিয়ে, তারপর সুদ-আসল বার করতে হবে। নিচের উদাহরণটি লক্ষ কর।

উদাহরণ 4. 750 টাকা বার্ষিক $6\frac{1}{2}\%$ হার সুদে 6 বছরে সুদেমূলে কত হয় ? ঐ টাকা থেকে একই সময়ে সুদেমূলে 1200 টাকা পেতে হলে সুদের হার কত হওয়া দরকার ? সুদের হার

অপরিবর্তিত থাকলে ঐ টাকা থেকে কত বছরে 1140 টাকা পাওয়া যাবে ?

100 টাকার 1 বছরের সুদ $\frac{13}{2}$ টাকা

" " 6 " " $(\frac{13}{2}\times 6)$ টাকা = 39 টাকা

100 টাকা থেকে 6 বছরে সুদ-আসল হয়

$(100+39)$ টাকা = 139 টাকা

750 " " 6 " " " $\frac{139\times 750}{100}$ টাকা

= 1042·50 টাকা

750 টাকা থেকে সুদেমূলে 1200 টাকা পেতে হলে সুদ পেতে হবে $(1200-750)$ টাকা = 450 টাকা।

750 টাকার 6 বছরের সুদ 450 টাকা

1 " 1 " " $\frac{450}{750\times 6}$ "

100 " 1 " " $\frac{450\times 100}{750\times 6}$ টাকা = 10 টাকা

নির্ণেয় সুদের হার বার্ষিক 10%

সুদেমূলে 1140 টাকা পেতে হলে সুদ পেতে হবে $(1140-750)$ টাকা = 390 টাকা। আবার সুদের হার অপরিবর্তিত থাকলে

$\frac{13}{2}$ টাকা সুদ হয় 100 টাকা থেকে 1 বছরে

1 " " " 100 " " $(1\div\frac{13}{2})$ বছরে = $\frac{2}{13}$ বছরে

1 " " " 1 " " $\frac{2\times 100}{13}$ বছরে

1 " " " 750 " " $\frac{2\times 100}{13\times 750}$ বছরে

390 " " " 750 " " $\frac{2\times 100\times 390}{13\times 750}$ বছরে

= 8 বছরে।

মন্তব্য : উপরের উদাহরণে প্রথম প্রশ্নের বিষয়বস্তু হচ্ছে আসলের সঙ্গে সুদ-আসলের পরিবর্তন। এই পরিবর্তন ঐকিক নিয়মের অধীন। তাই এখানে সরাসরি ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করে উত্তরটি পাওয়া গেছে। কিন্তু উদাহরণের দ্বিতীয় প্রশ্নের বিষয়বস্তু হচ্ছে সুদ-আসলের সঙ্গে হারের পরিবর্তন। এই পরিবর্তনের চরিত্রে লক্ষণীয় হ'ল সুদ-আসলের সুদটুকুর সঙ্গে হারের পরিবর্তন ঐকিক নিয়মের অধীন। তাই এখানে সুদ আলাদা করে নিয়ে ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করতে হয়েছে। তৃতীয় প্রশ্নেও একই রকম। সুদের সঙ্গে সময়ের পরিবর্তন ঐকিক নিয়মের অধীন, সুদ-আসলের সঙ্গে নয়। এখানেও সুদ আলাদা করে নিয়ে ঐকিক নিয়মের সাহায্যে সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

প্রশ্নমালা 18

1. আসল নির্ণয় কর :

(i) যদি বার্ষিক 3% হারে 5 বছরের সুদ 126 টাকা হয়।

(ii) যদি বার্ষিক $4\frac{1}{2}$% হারে 2 বছর 4 মাসের সুদ 10·50 টাকা হয়।

(iii) যদি বার্ষিক $6\frac{1}{4}$% হারে 6 মাসের সুদ 32·50 টাকা হয়।

(iv) যদি 3 বছর 3 মাসে বার্ষিক $7\frac{1}{3}$% হারে সুদের পরিমাণ 2145 টাকা হয়।

(v) যদি বার্ষিক 5% হারে 1 দিনের সুদের পরিমাণ 1 টাকা হয়।

(vi) যদি বার্ষিক 8% হারে 1980 সালের 1লা জানুয়ারী থেকে 7ই আগস্ট পর্যন্ত সুদের পরিমাণ 31·20 টাকা হয়।

2. বার্ষিক $5\frac{1}{4}$% হারে একজন লোক একটি ব্যাঙ্কে কিছু টাকা রাখলেন। 2 বছর পরে সে সুদ হিসাবে 84 টাকা পেলেন। লোকটির আসল কত টাকা ?

3. বার্ষিক 5% হারে রাধানাথবাবু 6 মাসের জন্য কিছু টাকা ব্যাঙ্কে রাখলেন ও 6 মাসের শেষে সুদ বাবদ 13·20 টাকা পেলেন। তাঁর আসল কত ছিল ?

4. পোলট্রী খোলার জন্য গৌতম একটি সমবায় ব্যাঙ্ক থেকে 12% হারে কিছু টাকা ধার নিল। তাকে প্রত্যেক মাসে 37·80 পয়সা সুদ দিতে হয়। গৌতম কত টাকা ধার নিয়েছে ?

5. বার্ষিক 10% হারে কোন ব্যাঙ্কে কিছু টাকা রেখে শ্রীমতী সুচিত্রা ঘোষ দৈনিক 1 টাকা সুদ হিসেবে পান। তিনি ব্যাঙ্কে কত টাকা রেখেছেন ?

6.3. সময় নির্ণয় :

আসল, সুদ ও বার্ষিক শতকরা সুদের হার দেওয়া থাকলে সময়ও একইভাবে ঐকিক নিয়মে বার করা যায়। এখানে প্রদত্ত বিবৃতি থেকে সময় ডানদিকে লিখবে। আসল, সুদ ও বার্ষিক শতকরা হার পরিবর্তিত হলে সময় কখন বাড়বে বা কমবে তা নির্ভুল চিন্তা করে ঠিক করতে হবে।

উদাহরণ 1. অজিত কাপাসিয়া বার্ষিক $5\frac{1}{2}\%$ হারে 12500 টাকা কোন ব্যাঙ্কে রাখলেন। নির্দিষ্ট সময় পরে 2750 টাকা সুদ পেলেন। অজিতবাবু কত সময়ের জন্য টাকা রেখেছিলেন ?

100 টাকার $\frac{11}{2}$ টাকা ($5\frac{1}{2}$ টাকা) সুদ হয় 1 বছরে

1 " $\frac{11}{2}$ " " " 1×100 বছরে

[কম টাকায় একই সুদ পেতে হলে অনেক বেশি সময় টাকাটাকে খাটাতে হয়। তাই 100 দিয়ে ভাগ না করে গুণ করতে হ'ল।]

1 টাকার 1 টাকা সুদ হয় $\frac{1 \times 100 \times 2}{11}$ বছরে

[সুদের পরিমাণ কমলে সময়ও কম লাগবে তাই এখানে ভাগ করতে হ'ল।]

12500 টাকার 1 টাকা সুদ হয় $\frac{1 \times 100 \times 2}{11 \times 12500}$ বছরে

[বেশী টাকার একই সুদ কম সময়ে হবে অর্থাৎ ভাগ করতে হবে।]

12500 টাকার 2750 টাকা সুদ হয় $\dfrac{100 \times 2 \times 2750}{11 \times 12500}$ বছরে

[একই টাকা থেকে বেশি সুদ পেতে হলে বেশী সময় লাগবে, ফলে গুণ করতে হবে]

$= 4$ বছর

$\therefore$ নির্ণেয় সময় $= 4$ বছর ।

প্রশ্নমালা 19

1. সময় নির্ণয় কর ঃ

(i) যদি বার্ষিক $4\frac{1}{2}\%$ হারে 6400 টাকার সুদ 1008 টাকা হয় ।

(ii) যদি বার্ষিক $7\frac{1}{2}\%$ হারে 675 টাকার সুদ 202·50 টাকা হয় ।

(iii) যদি বার্ষিক $6\frac{1}{4}\%$ হারে 128 টাকার সুদ 1·60 টাকা হয় ।

(iv) যদি বার্ষিক 5% হারে 500 টাকার সুদ 50 টাকা হয় ।

(v) যদি বার্ষিক $3\frac{1}{2}\%$ হারে 624 টাকার সুদ 9·10 টাকা হয় ।

(vi) যদি বার্ষিক 12% হারে 1 টাকার সুদ 1 পয়সা হয় ।

2. বার্ষিক 5% হারে 650 টাকা কিছু সময়ের জন্য ব্যাঙ্কে রাখা হ'ল। সুদ 217·75 টাকা পেলে, কত সময়ের জন্য টাকাটা ব্যাঙ্কে রাখা হয়েছিল ?

3. কত সময়ে বার্ষিক $4\frac{1}{2}\%$ হারে 625·50 টাকার সুদ-আসল 750·60 টাকা হবে ?

4. পোস্টঅফিসে বার্ষিক $8\frac{1}{3}\%$ হারে 75 টাকা কিছু সময়ের জন্য রাখা হ'ল। ঐ সময়ের পর সুদ-আসল হ'ল 100 টাকা। কত সময়ের জন্য টাকাটা রাখা হয়েছিল ?

5. হাতঘড়ি কেনার জন্য 300 টাকা দরকার। একটি ছাত্র বার্ষিক 5% হারে কোন ব্যাঙ্কে 240 টাকা জমা রাখল। কত সময় পরে সে হাতঘড়ি কেনার জন্য টাকা সংগ্রহ করতে পারবে ?

6. A শতকরা বার্ষিক 5 হারে B কে 3500 টাকা, C কে 2500 টাকা ধার দিয়ে কত বছর পরে উভয়ের নিকট হতে মোট 1200 টাকা সুদ পাবে ?

7. কোন আসল 20 বছরে দ্বিগুণ হয়, কত বছরে তা তিনগুণ হবে ?

8. বার্ষিক 6% হার সুদে কত বছরে কোন টাকা সুদে-আসলে দ্বিগুণ হবে ?

9. গফুর বার্ষিক 5% হারে 520 টাকা ঋণ করে শোধ দেওয়ার সময় 91 টাকা সুদ দিল। গফুর ঋণ করার কতদিন পর টাকা শোধ করেছিল ?

6.4. বার্ষিক শতকরা সুদের হার নির্ণয় :

সুদ, আসল ও সময় দেওয়া থাকলে একইভাবে বার্ষিক শতকরা সুদের হার নির্ণয় করা যায়। প্রদত্ত বিবৃতি থেকে সুদের অঙ্কটা ডানদিকে রেখে অঙ্ক কষতে শুরু করবে ও তা থেকে 100 টাকায় 1 বছরের সুদ কত নির্ণয় করবে। আসল ও সময় পরিবর্তিত হলে সুদের পরিবর্তন কেমন ভাবে হয়, তা সঠিকভাবে বিচার করবে। মনে রাখবে বার্ষিক সুদের হার 5% বলার অর্থ হ'ল বছরে শতকরা সুদের হার 5 (5% নয়)।

উদাহরণ 1. বার্ষিক শতকরা কত হারে 5000 টাকার 8 বছর 3 মাসে 5500 টাকা সুদ হবে ?

8 বছর 3 মাস $= 8\frac{1}{4}$ বছর $= \frac{33}{4}$ বছর

5000 টাকার $\frac{33}{4}$ বছরের সুদ $= 5500$ টাকা

1 „ $\frac{33}{4}$ „ „ $= \frac{5500}{5000}$ টাকা

[আসল কমলে সুদের পরিমাণ কমবে—তাই ভাগ করতে হয়।]

1 টাকার 1 বছরের সুদ $\frac{5500 \times 4}{5000 \times 33}$ টাকা

100 „ 1 „ „ $\frac{5500 \times 4 \times 100}{5000 \times 33}$ টাকা

[আসল বাড়ল বলে সুদের পরিমাণও বাড়বে, তাই গুণ করতে হয়।]

$= \frac{40}{3}$ টাকা $= 13\frac{1}{3}$ টাকা

$\therefore$ বার্ষিক সুদের হার $13\frac{1}{3}\%$.

মনে রাখবে : (1) বার্ষিক হার ও সময় অপরিবর্তিত থাকলে, আসল বাড়লে সুদ বাড়ে ও আসল কমলে সুদ কমে ;

(2) বার্ষিক হার ও আসল অপরিবর্তিত থাকলে, সময় বাড়লে সুদ বাড়ে ও সময় কমলে সুদ কমে।

(3) বার্ষিক হার ও সুদ অপরিবর্তিত থাকলে আসল বাড়লে সময় কম লাগবে, আসল কমলে সময় বেশি লাগবে।

(4) সময় ও সুদ অপরিবর্তিত থাকলে, সুদের হার বাড়লে আসল কম হবে ও সুদের হার কমলে আসল বেশি হবে।

(5) সময় ও আসল অপরিবর্তিত থাকলে, সুদ বেশি হলে সুদের হার বেশি হবে ও সুদ কম হলে সুদের হার কম হবে।

(6) সুদ ও আসল অপরিবর্তিত থাকলে, সময় বেশি হলে সুদের হার কম হবে, সময় কম হলে সুদের হার বেশি হবে।

উপরে যে বাড়া-কমার কথা বলা হল, তার আরও একটি বৈশিষ্ট্য আছে। যেটি বাড়ছে, সেটি যদি দ্বিগুণ, তিনগুণ বাড়ে তাহলে তার ফলে যেটি বাড়ছে, সেটিও একই অনুপাতে বাড়বে, অর্থাৎ যথাক্রমে দ্বিগুণ, তিনগুণ বাড়বে। আবার একটি বাড়ার ফলে আর একটি কমার ক্ষেত্রেও এই রকম হবে। যেমন বার্ষিক হার ও সুদ একই থাকলে আসল বাড়লে সময় কমবে– সেও ঐ একই নিয়মে অর্থাৎ আসল যতগুণ বাড়বে সময় ঠিক তত ভাগ কমবে।

প্রশ্নমালা 20

1. বার্ষিক শতকরা সুদের হার নির্ণয় কর :

(i) যদি 500 টাকার 4 বছরের সুদ 100 টাকা হয়।

(ii) যদি 650 টাকার 2 বছরের সুদ 52 টাকা হয়।

(iii) যদি 970 টাকার 2 বছর 6 মাসের সুদ 48·50 টাকা হয়।

(iv) যদি 3157·50 টাকার 4 মাসের সুদ 105·25 টাকা হয়।

(v) যদি 7300 টাকার দৈনিক সুদ 1 টাকা হয়।

(vi) যদি 917·50 টাকার 1লা মার্চ থেকে 18ই ডিসেম্বর পর্যন্ত সুদ 55·05 টাকা হয়।

2. ফাতেমা বিবি 5000 টাকা স্থায়ী আমানত ব্যাঙ্কে রাখলেন। তা থেকে বছরের শেষে তিনি 750 টাকা পান। বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত ?

3. ধনরাজ তামাং 1500 টাকা স্থায়ী আমানত ব্যাঙ্কে রেখে 6 মাসে 75 টাকা পান। বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত ?

4. পুকুর কাটার জন্য মধু বাগ ব্যাঙ্ক থেকে 1000 টাকা ধার নিলেন। প্রতি মাসে তাঁকে 3·75 টাকা সুদ দিতে হয়। বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত ?

5. একটি ব্যাঙ্ক 500 টাকায় $3\frac{1}{2}$ বছরে 50 টাকা সুদ দেয়, অপর একটি ব্যাঙ্ক 350 টাকায় 5 বছরে 50 টাকা সুদ দেয়। দুটি ব্যাঙ্কের বার্ষিক শতকরা সুদের হার নির্ণয় কর।

6. মান্নান মিঞা কিছু টাকা ধার করার 6 বছর পর দেখলেন সুদ আসলের $\frac{3}{8}$ অংশ হয়ে গেছে। সুদের হার কত ছিল ?

সপ্তম অধ্যায়

ক্ষেত্রফল বা কালি নির্ণয়

7.1. এটা তোমরা প্রায়শঃই দেখেছ যে কোনও সমতলের উপর একটি ঘনবস্তু রাখলে অনেক সময়েই বস্তুটি ঐ সমতলের কিছুটা জায়গা জুড়ে থাকে। যেমন ধর, বিদ্যালয়ে তোমার শ্রেণীকক্ষের বেঞ্চির উপর তুমি যদি একটি বই রাখ, বইটি ঐ বেঞ্চির উপরিতলের কিছুটা জায়গা দখল করবে, আবার যদি একটি দোয়াত রাখ সেটিও জায়গা দখল করবে —তবে কম জায়গা। অবশ্যই এই জায়গা দখল করার ব্যাপারটা ঘটতে গেলে ঘন বস্তুটির পৃষ্ঠ, অন্তত তার পৃষ্ঠের একাংশ সমতল হওয়া দরকার।

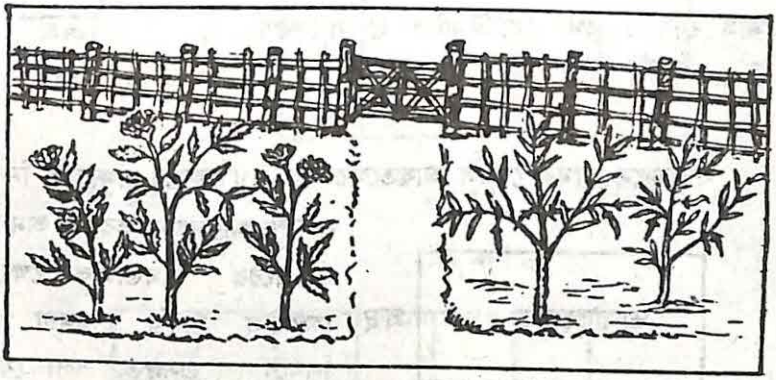
[**মন্তব্য :** সামতলিক ক্ষেত্রগুলির আকার বা আকৃতি কিন্তু বিভিন্ন ধরণের হতে পারে।]

এই অধ্যায়ের যেটা বিশেষ আলোচ্য বিষয় সেটা হ'ল, এই যে, সমতলের উপর ছোট-বড় বিভিন্ন মাপের জায়গা চিহ্নিত করা সম্ভব। সেই বিশেষ চিহ্নিত জায়গাটি মাপা যাবে কেমন করে ? প্রশ্নটির সম্মুখীন আমাদের হামেশাই হতে হয়।

বিদ্যালয়ে বা বাড়ীতে কিভাবে তোমরা এ প্রশ্নের সম্মুখীন হও তা নিচে লক্ষ কর।

ধর বিদ্যালয়ের ব্ল্যাকবোর্ডে তোমাকে জ্যামিতির ছবি আঁকতে হবে খানিক জায়গায় এবং বাকি জায়গাটুকুতে পাটীগণিতের অঙ্ক কষতে হবে। তোমার বাড়ীর পাশে হয়তো এক টুকরা জমি আছে। তুমি বললে, জমিটাতে কয়েকটা ফুলের গাছ লাগাই। তোমার বাবা বললেন, 'বেশ

তো, তবে সবটাতে ফুলের গাছ না লাগিয়ে কিছু অংশে কয়েকটা লঙ্কার চারা লাগাও না !'

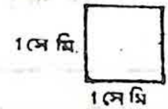


6নং চিত্র

এখানেও ছোট বড় জায়গা মাপামাপির প্রশ্ন। আবার মনে কর, তোমার বাবার ও তোমার সহপাঠী আজিজের বাবার চাষের জমি একই মাঠে পাশাপাশি। কার জমি বেশি, কতটা বেশি—এসবই সেই সামতলিক ক্ষেত্রের মাপজোখের প্রশ্ন। কাজেই প্রশ্নটিকে এড়িয়ে যাবার উপায় নেই দৈনন্দিন জীবনে। তাই গণিতেও আমরা প্রশ্নটির মোকাবিলা করব এই অধ্যায়ে।

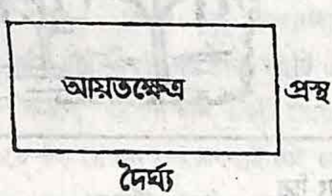
সমতলের উপর একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জায়গার মাপকে বলে ক্ষেত্রফল বা কালি। কিন্তু জায়গা মাপব কি করে? কোনও কিছু মাপতে গেলেই তার জন্যে একটি একক চাই, যেমন দৈর্ঘ্য মাপার সময়ে আমরা মিটার বা সেণ্টিমিটারকে একক ধরেছি। এই মিটার বা সেণ্টিমিটার নয় একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের পরিমাণ মাত্র। তেমনি ওজন মাপার জন্য আমরা একক নিয়েছি গ্রাম বা কিলোগ্রাম। সেগুলিও একটি সুনির্দিষ্ট ওজনের পরিমাণ। অনুরূপভাবে ক্ষেত্রফল মাপার জন্যে একটি একক আমাদের ঠিক করতে হবে।

পাশের চিত্রের মত 1 সেমি দীর্ঘ এবং 1 সেমি বিস্তৃত একটি বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে আমরা ক্ষেত্রফল মাপার একক ধরে নেব এবং এই এককের নাম দেব 1 বর্গ সেণ্টিমিটার বা সংক্ষেপে 1 ব. সেমি।



7নং চিত্র

বর্তমানে আমরা কেবল আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্বন্ধে আলোচনা করব। অন্যান্য আকারের সামতলিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় তোমরা পরে শিখবে। প্রসঙ্গতঃ বলা যেতে পারে তোমরা আয়তক্ষেত্রের সঙ্গে পূর্বেই পরিচিত হয়েছ। আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল ও সমান এবং কোণগুলি সমকোণ।



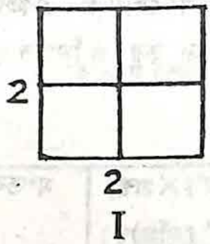
৪নং চিত্র

বর্গক্ষেত্র একটি বিশেষ ধরনের আয়তক্ষেত্র; বর্গক্ষেত্রের সব বাহুগুলি সমান।

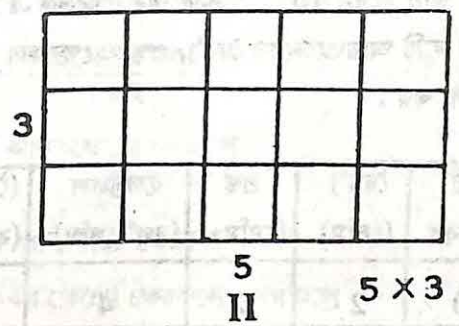


9নং চিত্র

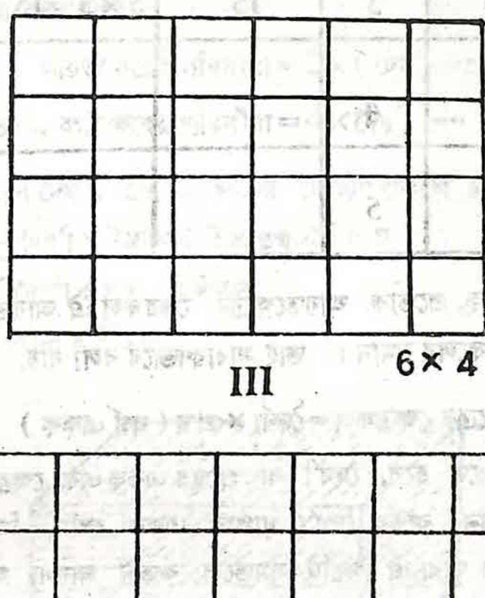
পরের পৃষ্ঠায় চারটি আয়তক্ষেত্রের নক্শা দেওয়া আছে। তাদের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিভিন্ন। দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বরাবর কতকগুলি সমান্তরাল রেখা টেনে এদের প্রত্যেকটিকে 1 ব. সেমি ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কয়েকটি ছোট ছোট বর্গক্ষেত্রে ভাগ করা হয়েছে। প্রথমটির দৈর্ঘ্য 2 সেমি ও প্রস্থ 2 সেমি। গুণে দেখ প্রথমটিতে 4টি ছোট বর্গক্ষেত্র আছে। অর্থাৎ প্রথমটির ক্ষেত্রফল 4 বর্গ সেমি। আবার দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 সেমি ও প্রস্থ 3 সেমি। এই ক্ষেত্রের ছোট বর্গক্ষেত্রগুলি গুণে পাওয়া



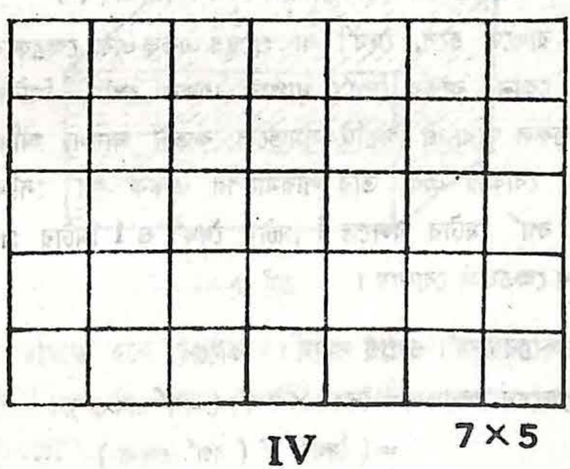
10 নং চিত্র



11 নং চিত্র



12নং চিত্র



13নং চিত্র

যাবে তার সংখ্যা 15. সুতরাং এর ক্ষেত্রফল 15 বর্গ সেমি। একইভাবে অন্য দুটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও ক্ষেত্রফল বার কর ও নিচের ছকটি পূরণ কর :

চিত্র নম্বর	দৈর্ঘ্য (সেমি)	প্রস্থ (সেমি)	ক্ষেত্রফল (বর্গ সেমি)	(দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) (বর্গ সেমি)	মন্তব্য
10	2	2	4	$2 \times 2 = 4$	আয়ত-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =(দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ সেমি
11	5	3	15	$5 \times 3 = 15$	
12	6	4			
13	7	5			

দেখা যাচ্ছে, প্রত্যেক আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণফলের সমান। তাই সাধারণভাবে বলা যায়,

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ (বর্গ একক) (I)

মনে রাখতে হবে, দৈর্ঘ্য বা প্রস্থের একক এবং ক্ষেত্রফলের একক বিভিন্ন। কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য মাপার একক সেমি, মিটার ইত্যাদি, কিন্তু ক্ষেত্রফল দ্বারা ঐ ক্ষেত্রটি সমতলে কতটা জায়গা অধিকার করে আছে তা বোঝায় এবং তার পরিমাপের একক বর্গ সেমি বা বর্গ মিটার। বর্গ মিটার বলতে 1 মিটার দৈর্ঘ্য ও 1 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বোঝায়।

বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান। কাজেই,

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × দৈর্ঘ্য (বর্গ একক)

= (দৈর্ঘ্য)^2 (বর্গ একক) ....(ii)

$\because$ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\text{সুতরাং দৈর্ঘ্য} = \frac{\text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}}{\text{প্রস্থ}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iii)}$$

$$\text{প্রস্থ} = \frac{\text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}}{\text{দৈর্ঘ্য}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iv)}$$

$\because$ (দৈর্ঘ্য $)^2$ = বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের বর্গমূল ··· (v)

আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্রের চারদিকের বাহুগুলির মাপকে যোগ করলে তাকে পরিসীমা বলা হয়।

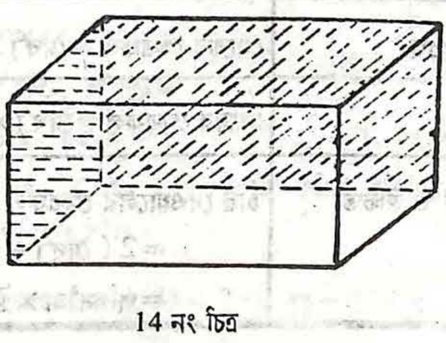
আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) ···(vi)

অনুরূপভাবে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4 × দৈর্ঘ্য ···· ····(vii)

একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল = 2 × দৈর্ঘ্য × উচ্চতা + 2 × প্রস্থ × উচ্চতা

= 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) × উচ্চতা

= পরিসীমা × উচ্চতা



14 নং চিত্র

[মনে রাখতে হবে, দৈর্ঘ্যের দিকে দুটি দেওয়াল ও প্রস্থের দিকে দুটি দেওয়াল আছে এবং প্রত্যেক দেওয়ালের উচ্চতা সমান।]

প্রাপ্ত নিয়মগুলিকে নিচের তালিকায় প্রকাশ করা যেতে পারে।

প্রদত্ত তথ্য	নির্ণেয় পরিমাপ = কত ?
আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ	ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
"	পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও প্রস্থ	দৈর্ঘ্য = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ÷ প্রস্থ
আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য	প্রস্থ = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ÷ দৈর্ঘ্য
বর্গক্ষেত্রের যে কোন একটি বাহু	ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু = (বাহু)^2
"	পরিসীমা = 4 × বাহু
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্র-ফলের বর্গমূল
মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ	মেঝের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
"	ছাদের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা	চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) × উচ্চতা = পরিসীমা × উচ্চতা

উদাহরণ **1.** একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার ও প্রস্থ 80 মিটার। তার ক্ষেত্রফল কত? ঐ বাগানে ঘাস লাগাবার জন্য প্রতি বর্গমিটারে 5 পয়সা হিসাবে মোট কত খরচ

পড়বে ? বাগানটির পরিসীমা কত ? বেড়া দিতে প্রতি মিটারে 80 পয়সা খরচ পড়লে বাগানের চারপাশে বেড়া দেওয়ার জন্য মোট কত খরচ পড়বে ?

বাগানের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = 150 মি × 80 মি

= 12000 বর্গমিটার

ঘাস বসাতে মোট খরচ = $\frac{12000 \times 5}{100}$ টাকা = 600 টাকা

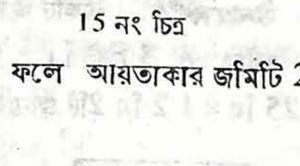
বাগানটির পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 2(150 + 80) মি

= 2 × 230 মিটার = 460 মিটার

বেড়া দেওয়ার জন্য মোট খরচ = $\frac{460 \times 80}{100}$ টাকা = 368 টাকা

উদাহরণ 2. একটি আয়াতকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের 2 গুণ। তার ক্ষেত্রফল 578 বর্গমিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, পরিসীমা কত ?

পাশে আয়তাকার জমিটির চিত্র দেওয়া আছে। দৈর্ঘ্যের মাঝ বরাবর প্রস্থের সমান্তরাল একটি সরলরেখা টেনে জমিটিকে সমান 2 ভাগে ভাগ করা হ'ল।



15 নং চিত্র

যেহেতু দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ, ভাগ করার ফলে আয়তাকার জমিটি 2টি সমান বর্গক্ষেত্রে পরিণত হ'ল।

প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল = (578 ÷ 2) ব. মি = 289 ব. মি

= 17^2 ব. মি.

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের যে কোন একটি বাহু

= তার ক্ষেত্রফলের বর্গমূল

সুতরাং এই বর্গক্ষেত্রের যেকোন একটি বাহুর দৈর্ঘ্য

$= 289$ ব. মি এর বর্গমূল $= 17$ মি

এটাই মূল আয়তাকার জমিটির প্রস্থ।

আয়তাকার জমিটির দৈর্ঘ্য $= (17 \times 2)$ মিটার $= 34$ মিটার

পরিসীমা $= 2(34+17)$ মি $= (2 \times 51)$ মি $= 102$ মিটার।

উদাহরণ 3. 20 মিটার দীর্ঘ ও 15 মিটার বিস্তৃত একটি প্রাঙ্গণ 25 সেমি দীর্ঘ বর্গাকার টালি দিয়ে বাঁধাতে কতগুলি টালি লাগবে?

প্রাঙ্গণটির ক্ষেত্রফল $= 20$ মি $\times 15$ মি $= 300$ ব. মি

একটি টালির ক্ষেত্রফল $= 25$ সেমি $\times 25$ সেমি

$= 625$ বর্গসেমি $= \frac{625}{10000}$ ব. মি

মোট টালির সংখ্যা $= \dfrac{\text{প্রাঙ্গণের ক্ষেত্রফল}}{\text{একটি টালির ক্ষেত্রফল}}$

$$= \frac{300 \times 10000}{625} = 4800$$

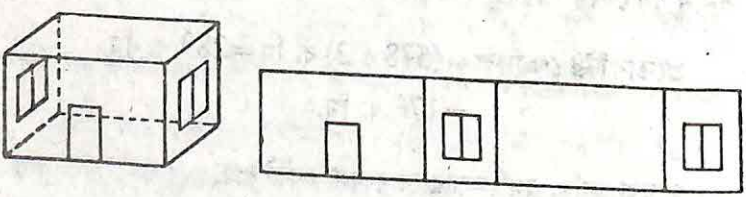
[বিঃ দ্রঃ 1 বর্গমিটার $= 1$ মি $\times 1$ মি

$= 100$ সেমি $\times 100$ সেমি

$= 10000$ ব. সেমি

$\therefore$ 625 ব. সেমি $= \frac{625}{10000}$ ব. মি]

উদাহরণ 4. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5 মিটার 4 মিটার ও 3 মিটার। ঘরে 2 মি $\times$ 1·2 মি একটি দরজা ও 1·25 মি $\times$ 1·2 মি 2টি জানালা আছে।



16 নং চিত্র

(i) ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 25 টাকা হিসাবে খরচ পড়লে মেঝে সিমেণ্ট করতে মোট কত খরচ পড়বে?

(ii) দরজা জানলা বাদে চার দেওয়ালের ভেতরের দিকের ক্ষেত্রফল কত?

(iii) ছাদের ক্ষেত্রফল কত?

(iv) প্রতি বর্গমিটার চুনকাম করতে ·85 টাকা লাগলে দরজা জানালা বাদে চার দেওয়ালের ভেতরের দিক ও ছাদ চুনকাম করতে কত খরচ পড়বে?

উত্তর : (i) ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= (5 × 4) বর্গ মি = 20 ব. মি

25 টাকা প্রতি বর্গমিটার হিসাবে মেঝে সিমেণ্ট করার মোট খরচ = (20 × 25) টাকা = 500 টাকা।

(ii) দরজাটির ক্ষেত্রফল = (2 × 1·2) ব. মি = 2·4 ব. মি

2টি জানালার ক্ষেত্রফল = 2 × (1·2 × 1·25) ব. মি = 3 ব. মি

দরজা জানালা সহ চার দেওয়ালের ভেতরের দিকের ক্ষেত্রফল

= 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) × উচ্চতা

= 2 × (5 + 4) × 3 ব. মি = 54 ব. মিটার

দরজা জানালা বাদে চার দেওয়ালের ভেতরের দিকের ক্ষেত্রফল

= চার দেওয়ালের মোট ক্ষেত্রফল − দরজার ক্ষেত্রফল

− 2টি জানালার মোট ক্ষেত্রফল

= 54 ব. মি − 2·4 ব. মি − 3 ব. মি

− 54 ব. মি − 5·4 ব.মি = 48·6 ব. মি

(iii) ছাদের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ × প্রস্থ = (5 × 4) ব. মি

= 20 ব. মি।

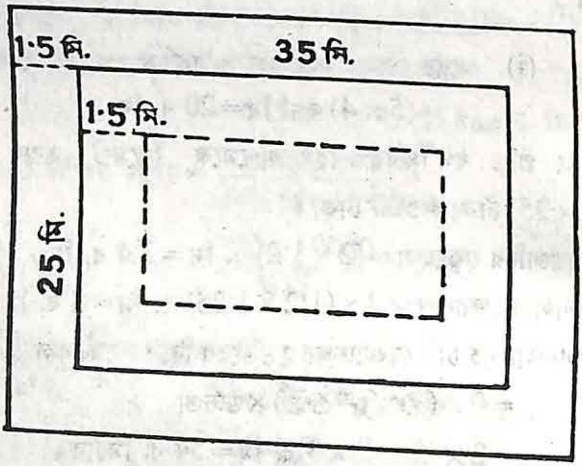
(iv) দরজা জানালা বাদে চার দেওয়াল ও ছাদের মোট ক্ষেত্রফল = 48·6 ব. মি + 20 ব. মি = 68·6 ব. মি।

চার দেওয়াল ও ছাদ চুনকাম করার জন্য মোট খরচ

$= 68{\cdot}6 \times {\cdot}85$ টাকা $= 58{\cdot}31$ টাকা

$= 58$ টাকা 31 পয়সা।

উদাহরণ 5. একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 35 মিটার ও 25 মিটার। ঐ বাগানের বাইরে চারিদিকে 1·5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। (i) রাস্তার ক্ষেত্রফল কত? (ii) রাস্তাটি যদি বাগানের ভেতরের দিকে থাকত, তাহলে তার ক্ষেত্রফল কত হ'ত?



17 নং চিত্র

(i) বাইরের রাস্তা সহ বাগানের দৈর্ঘ্য $= (35 + 2 \times 1{\cdot}5)$ মি

$= (35 + 3)$ মিটার $= 38$ মিটার

বাইরের রাস্তা সহ বাগানের প্রস্থ $= (25 + 2 \times 1{\cdot}5)$ মিটার

$= (25 + 3)$ মিটার $= 28$ মিটার

$\therefore$ বাইরের রাস্তা সহ বাগানের ক্ষেত্রফল

$= (38 \times 28)$ ব. মি $= 1064$ ব. মি

বাগানের ক্ষেত্রফল $= (35 \times 25)$ ব. মি $= 875$ ব. মি

তাহলে রাস্তার ক্ষেত্রফল $= 1064$ ব. মি $- 875$ ব. মি

$= 189$ ব. মি।

(ii) ভেতরের রাস্তা বাদে বাগানের দৈর্ঘ্য

$=(35-2\times 1{\cdot}5)$ মি $=32$ মি

ভেতরের রাস্তা বাদে বাগানে প্রস্থ $=(25-2\times 1{\cdot}5)$ মি

$=22$ মি

ভেতরের রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল $=(32\times 22)$ ব. মি

$=704$ ব. মি

∴ ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = বাগানের ক্ষেত্রফল—

ভেতরের রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল

$=875$ ব. মি $-$ 704 ব. মি $=171$ ব. মি।

প্রশ্নমালা 21

1. (i) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 45 সেমি ও প্রস্থ 35 সেমি। তার ক্ষেত্রফল কত ?

(ii) যে আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 550 ব. সেমি, তার প্রস্থ 22 সেমি। দৈর্ঘ্য কত ?

(iii) যে বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 22 সেমি, তার ক্ষেত্রফল কত ?

(iv) যে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 24 সেমি ও ক্ষেত্রফল 360 ব. সেমি, তার প্রস্থ কত ?

(v) যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 729 ব. সেমি, তার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(vi) যে বর্গক্ষেত্রের একটি বাহু 4 সেমি, তার পরিসীমা কত ?

(vii) যে বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা 20 সেমি, তার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত ? ক্ষেত্রফলই বা কত ?

(*viii*) যে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 15 সেমি, প্রস্থ 12 সেমি, তার পরিসীমা কত ?

(*ix*) যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 81 ব. সেমি, তার পরিসীমা কত ?

(*x*) 5 মি $\times 4\frac{1}{2}$ মি $\times 3\frac{1}{2}$ মি একটি ঘরের চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল কত ?

(*xi*) 1·3 মি × 1·25 মি 3টি জানালার মোট ক্ষেত্রফল কত ?

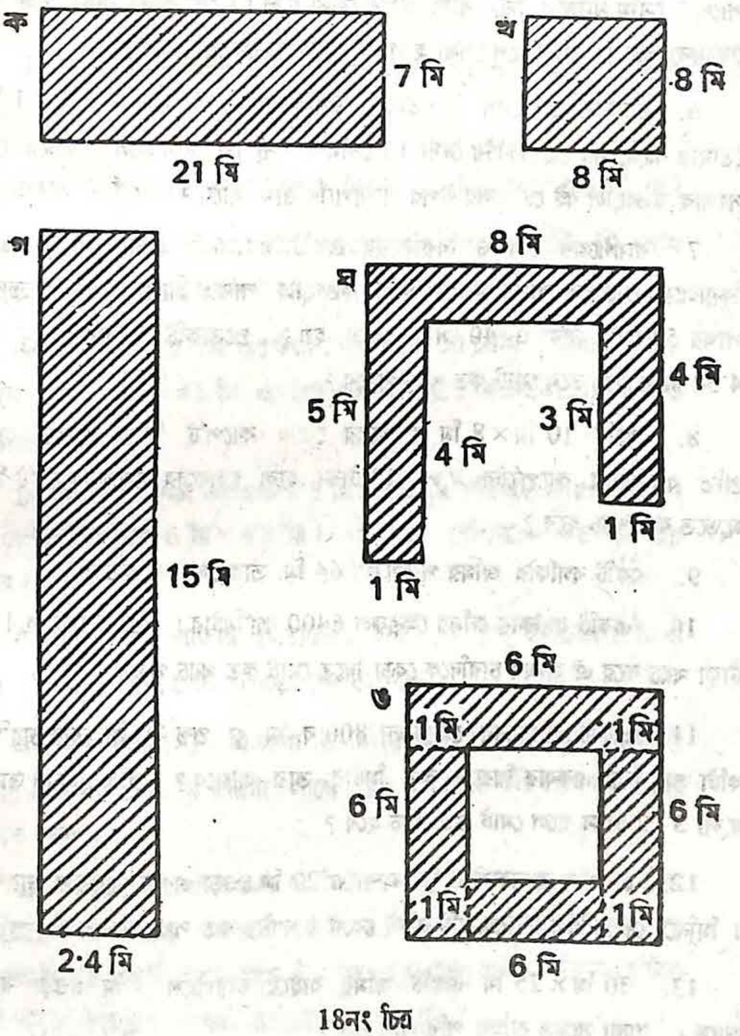
(*xii*) 20 মি দীর্ঘ একটি বর্গক্ষেত্রের বাইরে চারিদিকে 1 মি চওড়া একটি রাস্তার ক্ষেত্রফল কত ?

(*xiii*) 45 মি দৈর্ঘ্য ও 20 মি প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রের বাইরে চারিদিকে 1·5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গমিটার 1·20 টাকা করে খরচ হলে রাস্তাটি পাকা করতে কত খরচ হবে ? রাস্তাটি যদি আয়তক্ষেত্রের দেওয়াল ঘেঁষে ভিতর দিয়ে হ'ত, তবে কত কম খরচ হ'ত ?

2. (*a*) নিচের ছকটির ফাঁকা জায়গায় যথাযথ মান বসাও ও তার একক নির্দেশ কর।

চিত্রের নাম	দেওয়া আছে	নির্ণেয় পরিমাপের মান
আয়তক্ষেত্র	দৈর্ঘ্য = 5 মিটার প্রস্থ = 3 মিটার	ক্ষেত্রফল =
	ক্ষেত্রফল = 30 ব. সেমি দৈর্ঘ্য = 6 সেমি	প্রস্থ =
	ক্ষেত্রফল = 3·6 ব. মি প্রস্থ = 1·2 মি	দৈর্ঘ্য =
বর্গক্ষেত্র	একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 3 মিমি	ক্ষেত্রফল =
	একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 মি	পরিসীমা =
	ক্ষেত্রফল = 64 ব. মি	দৈর্ঘ্য =

(b) নিচে কয়েকটি জমির নক্শা দেওয়া আছে। তাদের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নক্শায় দেওয়া হয়েছে। নকশাগুলি থেকে চিহ্নিত অংশগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে চিত্রে দেখিয়ে দাও।



18নং চিত্র

3. তোমার ঘরের দৈর্ঘ্য 5 মি ও প্রস্থ 3·8 মি। মেঝেতে $3\frac{1}{2}$ মি × $1\frac{1}{4}$ মি একটি চাদর পাতা আছে। চাদর পাতা অংশ বাদে বাকি মেঝের ক্ষেত্রফল কত?

4. একটি ড্রইং কাগজ 1·2 মি লম্বা ও 1 মি চওড়া। এই কাগজের দুপাশের মোট ক্ষেত্রফল কত ?

5. তোমার খাতার একটি পাতা 15 সেমি লম্বা ও 12 সেমি চওড়া। চার-পাশে 2 সেমি মার্জিন দিয়ে বাকি অংশে লেখা হ'ল। যে অংশ লেখা হ'ল তার ক্ষেত্রফল কত ? যে অংশে লেখা হ'ল না তারই বা ক্ষেত্রফল কত ?

6. তোমার টেবিলের আয়তাকার উপরিভাগের দৈর্ঘ্য 1·8 মি ও প্রস্থ 1 মি। তোমার বইগুলির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 15 সেমি ও প্রস্থ 10 সেমি হলে সবচেয়ে বেশি সংখ্যক কতগুলি বই টেবিলের উপর পাশাপাশি রাখা যাবে ?

7. রায়গঞ্জের কোনও বিদ্যালয়ের একটি ঘর 6 মি লম্বা ও 4 মি চওড়া। বিদ্যালয়ের মেঝেতে পাথর বসাতে হলে কতগুলি পাথর লাগবে, যদি প্রত্যেকটি পাথর 50 সেমি লম্বা ও 40 সেমি চওড়া হয় ? প্রত্যেকটি পাথরের দাম যদি 4·50 টাকা হয়, তবে মোট কত খরচ পড়বে ?

8. একটি 10 মি × 8 মি হলঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে মুড়তে হবে। প্রতি বর্গমিটার কার্পেটের মূল্য 18 টাকা হলে হলঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে মুড়তে কত খরচ হবে ?

9. একটি বর্গাকার জমির পরিসীমা 64 মি, তার ক্ষেত্রফল কত ?

10. একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফল 6400 বর্গমিটার। প্রতি মিটারে 1·50 টাকা খরচ করে ঐ জমির চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত খরচ পড়বে ?

11. একটি বাগানের ক্ষেত্রফল 800 ব. মি ও প্রস্থ 20 মি, তার চারদিকে কাঁটা তার দিয়ে একবার ঘিরতে কত মিটার তার লাগবে ? প্রতি মিটার তারের মূল্য 3·12 টাকা হলে মোট কত খরচ হবে ?

12. একজন বালক 30 মি লম্বা ও 20 মি চওড়া একটা পুকুরের চারপাশ 1 মিনিটে দৌড়ে এল। ছেলেটি একই বেগে 1 ঘণ্টায় কত পথ দৌড়াবে ?

13. 30 মি × 25 মি একটি জমির বাইরে চারপাশে 1 মি চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তা সমেত জমির পরিসীমা কত ?

14. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের 3 গুণ। তার ক্ষেত্রফল 432 ব. মি হলে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত ?

15. 16 সেমি × 12 সেমি একটি কাগজের মাঝখান থেকে 4 সেমি বর্গ পরিমিত কাগজ কেটে নিলে বাকি কত কাগজ থাকবে ?

[বিঃ দ্রঃ 4 সেমি বর্গ = (4 × 4) ব. সেমি = 16 ব. সেমি = 4 সেমি বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল]

16. $3\frac{1}{2}$ মি × $2\frac{1}{2}$ মি একটি কাঠের তক্তা থেকে $1\frac{1}{2}$ মি × $1\frac{1}{4}$ মি পরিমিত একখণ্ড কাঠ কেটে নিলে বাকি কাঠের ক্ষেত্রফল কত ?

17. একটি আয়তাকার কার্ডবোর্ডের দৈর্ঘ্য 2·5 মি এবং প্রস্থ $1\frac{1}{2}$ মি। ঐ কার্ডবোর্ড থেকে, চারটি টুকরা কেটে নেওয়া হ'ল যার প্রতিটি 10 সেমি বর্গ পরিমিত। কার্ডবোর্ডের অবশিষ্ট অংশের ক্ষেত্রফল কত হবে ?

18. একটি ধান গাছের ঝাড় এর জন্য 50 সেমি × 50 সেমি পরিমাণ জায়গা লাগে। যে জমির দৈর্ঘ্য 45 মি ও প্রস্থ 40 মি তাতে কতগুলি ধানের ঝাড় লাগানো যাবে ?

19. প্রত্যেক ছাত্রের জন্য কমপক্ষে 1·5 মি × 1·2 মি পরিমিত জায়গা লাগে। তোমাদের শ্রেণীকক্ষের মাপ 6 মি × 4·8 মি। ঐ ঘরে বেশিপক্ষে কত জন ছাত্র বসতে পারে ?

20. কমলার তিনটি শাড়ীর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 5 মি ও 1·15 মি। তিনটি শাড়ীর মোট কাপড়ের ক্ষেত্রফল কত ?

21. লতিফের বাগান 10 মি লম্বা ও 8 মি চওড়া। প্রত্যেকটি গোলাপ-ফুলের চারার জন্য যদি 5 ব. মি জায়গা লাগে তবে সে মোট কটি গোলাপ গাছের চারা লাগাতে পারবে ?

22. একজন কৃষকের মোট 1600 বর্গমিটার বাস্তু জমি আছে। এর মধ্যে তার বাসগৃহের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 10 মি ও 6 মি। তাছাড়া 18 মি দৈর্ঘ্য ও 15 মি প্রস্থবিশিষ্ট একটি পুকুর আছে ঐ জমিতেই। বাস্তু জমির বাকি অংশটিতে সে সব্জীর বাগান করেছে। সব্জী বাগানের ক্ষেত্রফল কত ?

23 25 মি দৈর্ঘ্য ও 22 মি প্রস্থ বিশিষ্ট একটি পুকুরের চারপাশে $2\frac{1}{2}$ মি চওড়া একটি পাড় আছে। পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল কত ?

24. একটি বাগানের দৈর্ঘ্য 35 মি ও প্রস্থ 25 মি। তার ভিতরের দিকে চারপাশে $2\frac{1}{2}$ মি চওড়া একটি রাস্তা আছে।

(i) রাস্তার ক্ষেত্রফল কত ?

(ii) একই পরিমাণ চওড়া রাস্তা যদি বাগানের বাইরের দিকে হ'ত, তবে তার ক্ষেত্রফল কত হ'ত ?

25. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 6 মি, 5 মি ও 3 মি হলে

(i) উহার চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল কত ?

(ii) ঘরটিতে যদি $2\frac{1}{2}$ মি $\times$ 2 মি একটি দরজা ও $1\frac{1}{2}$ মি $\times$ 1 মি তিনটি জানালা থাকে তবে ঐগুলি বাদে চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল কত দাঁড়াবে ?

(iii) ঐ ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে প্রতি বর্গমিটার 9·50 টাকা হিসাবে মোট কত খরচ পড়বে ?

(iv) প্রতি বর্গমিটার চুনকাম করার খরচ যদি 50 পয়সা হয়, তাহলে দরজা জানালা বাদে চার দেওয়াল ও ছাদ চুনকাম করতে মোট কত খরচ পড়বে ?

26. প্রতি বর্গমিটার 2·50 টাকা হিসাবে 3 মি চওড়া 10 কিমি রাস্তা তৈরি করতে কত খরচ পড়বে ?

27. 4 মি চওড়া ও 95 মি লম্বা একটি কাঁচা রাস্তা তৈরি করার সিদ্ধান্ত নিয়ে সপ্তগ্রামের প্রধান নগদ 570 টাকা ও 1·50 টাকা কেজি মূল্যের 380 কেজি গম বরাদ্দ করলেন। রাস্তাটি তৈরি করতে প্রতি বর্গমিটারে কত খরচ পড়ল ?

উত্তরমালা

প্রশ্নমালা 1

1. না, হ্যাঁ 2. 2249280, 2 3. (i) 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105 (ii) 3, 5 বা 3, 7 বা 5, 7 (iii) 1, 3, 5, 15 ; 15, কারণ এটি সাধারণ উৎপাদকগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড় 4. (i) 42, 84, 126, 168, 210, 252, 294, 336, 378, 420 (ii) 105, 210, 315, 420, 525, 630, 735, 840, 945, 1050 (iii) 210, 420 ; 210, কারণ সাধারণ গুণিতকগুলির মধ্যে এটি সবচেয়ে ছোট 5. (i) 99937, 1000i (ii) হ্যাঁ 6. 15 জন 7. 852 8. 180, 360 9. 17 মি 50 সেমি ; 5. 7 10. 24 ; 3, 4, 6, 8, 12.

প্রশ্নমালা 2

1. (i) $5\div2$, $5-2$, $5+2$, 5×2, 5^2 (ii) $\frac{6}{11}, \frac{5}{7}, \frac{5}{4}$, (iii) $\frac{3}{9}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{9}$ 2. (i) $\frac{7}{11}$ (ii) $1\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{7}{10}$ (iv) $\frac{14}{81}$ (v) $1\frac{4}{9}$ (vi) $41\frac{2}{9}$ (vii) $\frac{3}{4}$ (viii) $\frac{4}{97}$ (ix) 1 (x) $\frac{1}{7}$ (xi) $6\frac{5}{6}$ (xii) $\frac{53}{130}$

3. $91\frac{1}{8}$ কেজি 4. 1280 টাকা 5. $\frac{1}{8}, \frac{4}{35}, \frac{1}{15}$

নাম	খাদ্যের জন্য খরচ	বস্ত্রের জন্য খরচ	অন্যান খরচ	সঞ্চয়
রাইচরণ	200 টাকা	50 টাকা	100 টাকা	50 টাকা
হরিচরণ	150 টাকা	20 টাকা	140 টাকা	40 টাকা
বৃন্দাবন	342 টাকা	76 টাকা	114 টাকা	38 টাকা

6. 600, মায়া—500, ছায়া—480 7. 12000 টাকা, 3000 টাকা, 2000 টাকা 8. 40টি।

প্রশ্নমালা 3

1. (i) ·077, 079, ·69, ·7 (ii) $\frac{2}{3}$, ·75, $\frac{39}{50}$, ·781 2. (i) 9461·29 (ii) 2·83211 (iii) 0106704 (iv) ·10200000 (v) ·026 (vi) 7·4 3. ·248, ·06875, ·2142857 4. 2880 কিমি, 1920 কিমি 5. 4 কেজি, 2 কেজি, 1 কেজি, $\frac{1}{2}$ কেজি 6. মুস্তাক—28 বছর, হানিফ—32

বছর 7 800 টাকা, 400 টাকা, .0 টাকা 8. ·004375 সেমি 9 2·04 মি 10. 650 কিমি 11. 17 বার, 1·08 লিটার 12. 2 টাকা, 2·40 টাকা, 1·20 টাকা 13. 10 মি 1 . 50000 টাকা।

প্রশ্নমালা 4

1. (i) 24 (ii) 32 (iii) 39 2. 21 জন 3. 340 জন, 3·40 টাকা 4. 6 5. 3, 27 6. 900 7. 68, 17 8. 10 জন 9. 42 জন 10. 24, 16.

প্রশ্নমালা 5

1. 15 দিনে 2. 8 দিনে 3. 32 জন 4. 2200 টাকা 5. 2 26 টাকা 6. 183 টাকা 7. 441 জন 8. 1050 টাকা 9 40 টাকা ক্ষতি 10. 7 ঘণ্টা।

প্রশ্নমালা 6

1. (i) $\frac{13}{50}, \frac{4}{5}, \frac{1}{20}, 1\frac{1}{5}, 2\frac{1}{20}$ (ii) $\frac{11}{4000}, \frac{5}{8}, \frac{51}{200}, \frac{17}{2000}, 260\frac{1}{400}$ (iii) $253\frac{1}{5}, 11\frac{58}{61}, \frac{1}{5}$, 10120, 25025 2. (i) ·32 (ii) ·175 (iii) 1 625 (iv) 2·34 (v) 1·5625 (vi) 4·367 3. (i) 3375 টা. (ii) 15·25 কেজি (iii) 1 টাকা (iv) 562·5 কিমি (v) 40000 টাকা (vi) 45 কোটি 50 লক্ষ।

প্রশ্নমালা 7

1. (*a*) 3·3, 5·5, 8·8 (*b*) 3, 5, 8 (*c*) 9 (*d*) $\frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}$ 2 (*a*) 12·12, 35·35, 78·78 (*b*) 12, 35, 78 (*c*) 99 (*d*) $\frac{12}{99}, \frac{35}{99}, \frac{78}{99}$. 3. (*a*) 3 3, 16·6, 124·4 (*b*) 3, 1·6, 12·4 (*c*) 3 − 0, 16 − 1, 124 − 12 (*d*) 90 (*e*) $\frac{3-0}{90}, \frac{26-1}{90}, \frac{124-12}{90}$ 4. (*a*) $\frac{1}{3}, \frac{1}{99}, \frac{8}{16}, 1, \frac{101}{339}$ (*b*) $\frac{1}{80}, \frac{1}{6}, \frac{7}{900}, \frac{701}{3300}, \frac{1061}{3300}$ (*c*) $\frac{9028}{24975}, \frac{93}{11000}, \frac{6401}{46975}, \frac{20}{12375}$ (*d*) $\frac{1301}{1000}$ বা $1\frac{301}{1000}$, $\frac{3094}{99}$ বা $31\frac{25}{99}$, $\frac{787}{333}$ বা $2\frac{121}{333}$, $\frac{101101}{99900}$ বা $1\frac{1201}{99900}$ (*e*) $\frac{8479}{495}$ বা $7\frac{14}{495}$, $\frac{59}{55}$ বা $1\frac{4}{55}$, $\frac{108}{99}$ বা $2\frac{10}{99}$,

$\frac{1402007}{42995}$ বা $29\frac{12152}{49995}$ (*f*) $\frac{34}{99}$, $\frac{529}{2475}$, $\frac{422}{99}$ বা $4\frac{20}{99}$, $\frac{199100}{49800}$ বা $4\frac{1159}{46500}$.

প্রশ্নমালা 9

1. 5, 459, 45904, 459040 2. অন্ধ্র প্রদেশ—279, 27910, 279097 ; আসাম—44, 4431, 44314 ; বিহার—108, 10847, 108474 ; কর্ণাটক—119, 11940, 119395 ; তামিলনাড়ু—246, 24634, 246345. 3. 45, 46 ; 45·9, 45·97, 45·974 ; 46·0, 45·97, 45·975 4. 45, 45, 45·3, 45·3, 45·30, 45·31, 45·306, 45·307 , 4, 4, 4·3, 4·4, 4·36, 4·36, 4·364, 4·365 ; 1, 1, 1·0, 1·0, 1·00, 1·00, 1·000, 1·001 ; 0, 1, ·6, 7, ·67, ·67, ·673, ·674 ; 8, 9, 8·5, 8·5, 8·54, 8·54, 8·543, 8·544 ; 0, 0, ·0, ·1, ·06, ·06, ·061, ·062 ; 0, 0, ·0, ·0, ·00, ·00, ·001, ·001. 5. (i) ·2, (ii) 3·14 (iii) ·1 (iv) 104·667 6. ·62 মাইল 7. 299330 কিমি 8. ·4 ইঞ্চি 9. 57·27 ডিগ্রি 10. 5·51 পাউণ্ড 11. (i) 1·83 টাকা (ii) 28 পয়সা (iii) 21·42 টাকা, 28·56 টাকা, বা, 2 পয়সা কম হবে।

প্রশ্নমালা 10

1. (i) $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{15}, \frac{1}{10}, \frac{2}{25}$; $\frac{7}{10}, \frac{7}{20}, \frac{7}{30}, \frac{7}{40}, \frac{7}{50}$

(ii) $3\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, 1\frac{1}{6}, \frac{7}{8}, \frac{7}{10}$; $2\frac{1}{8}, 1\frac{1}{16}, \frac{17}{24}, \frac{17}{32}, \frac{11}{40}$

(iii) $\frac{9}{10}, \frac{9}{20}, \frac{3}{10}, \frac{9}{40}, \frac{9}{50}$; $\frac{7}{10}, \frac{7}{20}, \frac{7}{30}, \frac{7}{40}, \frac{7}{50}$

(iv) $\frac{7}{8}, \frac{7}{16}, \frac{7}{24}, \frac{7}{32}, \frac{7}{40}$; $1\frac{5}{16}, \frac{21}{32}, \frac{7}{16}, \frac{21}{64}, \frac{21}{80}$

(v) $2\frac{54}{65}, 1\frac{27}{65}, \frac{184}{195}, \frac{46}{65}, \frac{184}{325}$; $\frac{35}{39}, \frac{35}{78}, \frac{35}{117}, \frac{35}{156}, \frac{7}{39}$

(vi) $1\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{5}{12}, \frac{1}{3}$; $2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{1}{7}$

(i) নাই (ii) নাই (iii) নাই (iv) আছে, $\frac{7}{16}$ (v) নাই (vi) আছে, $\frac{5}{6}$

2. (i) $\frac{1}{48}, \frac{1}{96}, \frac{1}{144}, \frac{1}{192}, \frac{1}{240}, \frac{17}{288}$ (ii) $\frac{7}{36}, \frac{7}{72}, \frac{7}{108}, \frac{7}{144}, \frac{7}{180}, \frac{7}{216}$ (iii) $\frac{4}{165}, \frac{2}{165}, \frac{4}{495}, \frac{1}{165}, \frac{4}{825}, \frac{1}{495}$ (iv) $\frac{11}{70}, \frac{11}{140}$,

$\frac{11}{210}, \frac{11}{280}, \frac{11}{350}, \frac{11}{420}$ (v) $\frac{23}{50}, \frac{23}{100}, \frac{23}{150}, \frac{23}{200}, \frac{23}{250}, \frac{23}{300}$ 3. (i) $\frac{1}{60}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{2}{27}$ (iv) $\frac{2}{63}$ (v) $\frac{1}{30}$ (vi) $\frac{4}{5}$ (vii) $\frac{1}{104}$ (viii) $\frac{1}{120}$

প্রশ্নমালা 11

1. (i) $\frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, 3$ (ii) $\frac{5}{7}, 1\frac{3}{7}, 2\frac{1}{7}, 2\frac{6}{7}$ (iii) $2\frac{2}{3}, 5\frac{1}{3}, 8, 10\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{9}{16}, 1\frac{1}{8}, 1\frac{11}{16}, 2\frac{1}{4}$ (v) $\frac{5}{18}, \frac{5}{9}, \frac{5}{6}, 1\frac{1}{9}$ (vi) $\frac{14}{23}, 1\frac{5}{23}, 1\frac{19}{23}, 2\frac{10}{23}$ 3. (i) 4, 8, 12 (ii) $4\frac{1}{5}, 8\frac{2}{5}, 12\frac{3}{5}$ (iii) $6\frac{3}{4}, 13\frac{1}{2}, 20\frac{1}{4}$ (iv) 42, 84, 126 (v) $46\frac{4}{5}, 93\frac{3}{5}, 140\frac{2}{5}$ (vi) 60, 120, 180, (vii) 21, 42, 63 (viii) $50\frac{2}{5}, 100\frac{4}{5}, 151\frac{1}{5}$.

প্রশ্নমালা 12

1. (i) $1\frac{1}{2}$ (ii) $1\frac{4}{5}$ (iii) $3\frac{1}{5}$ (iv) $2\frac{5}{8}$ (v) $7\frac{1}{2}$ (vi) $38\frac{1}{2}$ (vii) $7\frac{1}{2}$ (viii) $27\frac{3}{5}$ (ix) 42 (x) 60 (xi) 60 (xii) 90 (xiii) $7\frac{1}{2}$ (xiv) $52\frac{1}{2}$ (xv) $94\frac{2}{7}$ (xvi) 1386.

প্রশ্নমালা 13

1. (i) 6·4, 1·6 (ii) 4·6, ·23 (iii) 6·6, 1·1 (iv) 8, ·008 (v) 88·2, ·014 (vi) ·8, ·002 (vii) 262·5, ·025 (viii) 8·1, ·00001.

প্রশ্নমালা 14

1. (i) 21, $\frac{1}{56}$; সমান (ii) $1\frac{7}{8}, \frac{1}{16}$; সমান (iii) $5\frac{1}{4}, \frac{7}{32}$; সমান (iv) $48\frac{3}{4}, \frac{1}{192}$; সমান (v) $1\frac{7}{9}, \frac{4}{81}$; সমান 2. (i) $4\frac{4}{5}, \frac{1}{75}$; সমান নয় (ii) 24, $\frac{4}{105}$; সমান নয় (iii) $2\frac{2}{11}, \frac{2}{165}$; সমান নয় (iv) $56\frac{1}{4}, \frac{5}{288}$; সমান নয় (v) 30, $\frac{1}{105}$; সমান 3. (i) 2 (ii)

$3\frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{4}$ 4. (i) $\frac{5}{84}$ (ii) $\frac{5}{6}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) ˙016 (v) ˙003 5. $\frac{4}{9}$ 6. $\frac{3}{16}$ 7. $2\frac{2}{3}$ 8. ˙15 9. 28˙8 10. (a) (i) $31\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{2}{9}, \frac{10}{21}$ (iv) $3\frac{1}{3}$ (v) $\frac{2}{63}$ (b) (i) $4\frac{1}{2}, 2\frac{1}{10}$; $31\frac{1}{2}, \frac{3}{10}, \frac{2}{9}, \frac{10}{21}$; $3\frac{1}{3}$; $\frac{2}{63}$ (ii) গ. সা. গু., ল. সা. গু., ল. সা. গু., গ. সা. গু.

প্রশ্নমালা 15

1. (a) (i) 2, (ii) 3, (iii) 5, (iv) 6, (b) (i) 9, 1 (ii) 3, 7 (iii) 3, 7 2. (i) 27 (ii) 31 (iii) 23 (iv) 25 (v) 39 (vi) 81 (vii) 36 (viii) 41 (ix) 252 (x) 825 (xi) 1002 (xii) 6930 (xiii) 10003 (xiv) 13765 (xv) 600098 3. 503, 200 4. 59, 136 5. 105 6. 64 7. 84, 1˙68 টা 8. 9801. 1024 9. 100489 10. 32, 64.

প্রশ্নমালা 16

1. (i) 20 কিমি / ঘণ্টা (ii) ˙50 সেমি / মিনিট (iii) 5 মি/সেকেণ্ড 2. (i) 225 কিমি (ii) 11˙250 কিমি (iii) 175 মি 3. (i) 50 ঘণ্টা (ii) $29\frac{7}{17}$ সেকেণ্ড (iii) 3 সেকেণ্ড 4. $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় 5. 6 কিমি 6. 202˙500 কিমি 7. 6˙4 কিমি / ঘণ্টা 8. 50 কিমি 9. 4˙5 সেকেণ্ড 10. 80 মি 11. 12 সেকেণ্ডে 12. 50˙4 কিমি / ঘণ্টা 13. সকাল 10-46 এ 14. $6\frac{2}{3}$ কিমি, $73\frac{1}{3}$ কিমি 15. 10 কিমি, 102˙500 কিমি 16. ঘণ্টায় 30 কিমি 17. 5 ঘণ্টায় 18. ঘণ্টায় 80 কিমি 19. ঘণ্টায় $3\frac{3}{4}$ কিমি 20. $57\frac{1}{27}$ সেকেণ্ড, $57\frac{61}{107}$ সেকেণ্ড ; $14\frac{1}{7}$ কিমি / ঘণ্টা, $13\frac{21}{25}$ কিমি / ঘণ্টা, $13\frac{59}{70}$ কিমি / ঘণ্টা।

প্রশ্নমালা 17

1. (i) 25 টাকা (ii) 25 টাকা (iii) 456˙50 টাকা (iv) 21˙18 টাকা (v) 1 পয়সা (vi) 24 টাকা 2. 9600 টাকা 3. 1792 টাকা 4. 15˙63 টাকা 5. 15000 টাকা 6. 608 টাকা 7. 8500 টাকা 8. 104˙39 টাকা 9. 625 টাকা 10. 16˙50 টাকা।

প্রশ্নমালা 18

1. (i) 840 টাকা (ii) 100 টাকা (iii) 1040 টাকা (iv) 4500 টাকা (v) 7300 টাকা (vi) 650 টাকা 2. 800 টাকা 3 528 টাকা 4. 3780 টাকা 5. 3650 টাকা।

প্রশ্নমালা 19

1. (i) $3\frac{1}{2}$ বছর (ii) 4 বছর (iii) 73 দিন (iv) 2 বছর (v) 5 মাস (vi) 1 মাস 2. $6\frac{7}{10}$ বছর 3. $4\frac{4}{9}$ বছর 4. 4 বছর 5. 5 বছর 6. 4 বছর 7. 40 বছর 8. $16\frac{2}{3}$ বছর 9. $3\frac{1}{2}$ বছর।

প্রশ্নমালা 20

1. (i) 5 (ii) 4 (iii) 2 (iv) 10 (v) 5 (vi) $7\frac{1}{2}$ 2. 15 3. 10 4. $4\frac{1}{2}$ 5. $2\frac{6}{7}, 2\frac{6}{7}$ 6. $6\frac{1}{4}$%.

প্রশ্নমালা 21

1. (i) 1575 ব. সেমি (ii) 25 সেমি (iii) 484 ব. সেমি (iv) 15 সেমি (v) 27 সেমি (vi) 16 সেমি (vii) 5 সেমি, 25 ব. সেমি (viii) 54 সেমি (ix) 36 সেমি (x) 66·5 ব. মি (xi) 4·875 ব. মি (xii) 84 ব.মি (xiii) 244·80 টা., 21·60 টা. 2. (a) 15 ব.মি, 5 সেমি, 3 মি, 9 ব. মিমি, 20 মি, 8 মি (b) (ক) 147 ব. মি (খ) 64 ব. মি. (গ) 36 ব. মি (ঘ) 15 ব. মি (ঙ). 20 ব.মি. 3. 14·625 ব.মি. 4. 2·4 ব.মি .5 88 ব. সেমি, 92 ব. সেমি 6. 120 খানা 7. 120 খানা, 540 টা., 8. 1440 টা. 9. 256 ব.মি 10. 480 টা. 11. 120 মি, 374·40 টা. 12. 6 কিমি 13. 118 মি 14. 36 মি, 12 মি 15. 1·76 ব. সেমি 16. 6·875 ব.মি 17. 3·71 ব.মি 18. 7200 ঝাড় 19. 16 জন 20. 17·25 ব.মি 21. 16টি 22. 1270 ব.মি. 23. 260 ব.মি 24. 275 ব.মি, 325 ব.মি 25. (i) 66 ব.মি. (ii) 56·5 ব.মি (iii) 285 টা. (iv) 43·25 টা. 26. 75000 টা. 27. 3 টা.।

বীজগণিত

প্রথম অধ্যায়

প্রতীকের ব্যবহার

1.1. তোমরা জান সংখ্যা দিয়ে আমরা গণনা করি, আবার সংখ্যার সঙ্গে একটি একক ব্যবহার করে আমরা পরিমাণ নির্দেশও করে থাকি। কিন্তু পাটীগণিতে যে সব সংখ্যার ব্যবহার তোমরা শিখেছ, সেগুলির মান সব সময়েই নির্দিষ্ট। এরা সর্বদাই একটা নির্দিষ্ট পরিমাণকেই বোঝায়। যেমন তুমি 10 টাকা নিয়ে বাজারে গেলে, 7 টাকা খরচ করলে, তাহলে তোমার কাছে ঠিক $(10-7)$ টাকা বা 3 টাকা থাকবে। কিন্তু বাস্তবে এমন অনেক কিছু আছে, যাদের মান সঠিক জানা থাকে না বা সব সময়েই পরিবর্তিত হয়। সেসব ক্ষেত্রে পাটীগণিতের নির্দিষ্ট মানের সংখ্যা দিয়ে গাণিতিক সম্পর্ক সঠিকভাবে প্রকাশ করা যায় না। যেমন মনে কর, খেলা দেখতে গিয়ে, তুমি তোমার বন্ধুকে জিজ্ঞাসা করলে মাঠে দর্শক সংখ্যা কত হবে। তোমার বন্ধু বলল দু হাজার হবে। এই 'দু হাজার' সংখ্যাটি কিন্তু সে অনুমান করে বলেছে। প্রকৃত দর্শক সংখ্যা 2000-এর বেশি বা কম অনেক সংখ্যাই হতে পারে। সেরকম নীহারের কিছু টাকা আছে বললে নির্দিষ্ট কোন সংখ্যা দিয়ে তা বোঝানো সম্ভব নয়, কারণ তার কাছে যে কোন পরিমাণ টাকা থাকতে পারে। একটু ভাবলে এরকম অনেক উদাহরণ তোমরা পাবে।

এই কারণে বীজগণিতে পাটীগণিতের সংখ্যাগুলি ছাড়া আরও এক রকম অনির্দিষ্ট সংখ্যার ব্যবহার করা হয়। সাধারণত ইংরাজী বর্ণমালার বিভিন্ন অক্ষর, যেমন a, b, c, x, y, z ইত্যাদি বর্ণগুলিকে অনির্দিষ্ট সংখ্যার পরিবর্তে ব্যবহার করা হয়। এভাবে সংখ্যা ব্যবহারের সুবিধা এই যে, প্রয়োজনমত এরা যেকোন সংখ্যা বোঝাতে

পারে। যেমন, উপরের প্রথম উদাহরণটিতে আমরা ধরে নিতে পারি মাঠের দর্শক সংখ্যা x ছিল। দর্শক সংখ্যা x ধরে আমরা প্রয়োজন হলে গাণিতিক হিসাবও করতে পারি। কিন্তু একটা বিষয় লক্ষ করতে হবে যে x-এর কোন নির্দিষ্ট মান নেই।

দর্শক সংখ্যা 2000 হলে x এর মান হবে 2000

" " 2500 " x " " " 2500 ইত্যাদি।

সেরকম দ্বিতীয় উদাহরণে মনে করতে পার, নীহারের a টাকা আছে। এখানেও আগের মত a-এর যেকোন মান হতে পারে। যেমন,

$a=10$ হলে, নীহারের 10 টাকা থাকবে ;

$a=20$ হলে, নীহারের 20 টাকা থাকবে ; ইত্যাদি।

উপরের আলোচনা থেকে বোঝা যাচ্ছে যে x, a অক্ষরগুলি সংখ্যার পরিবর্তে ব্যবহার করা হয়েছে এবং এদের নানা রকমের মান হতে পারে। এখানে অক্ষরগুলি সংখ্যার প্রতীকরূপে ব্যবহৃত হয়েছে। একটু ভেবে দেখলে বুঝতে পারবে, পাটীগণিতের অঙ্কগুলিও এক একটি সংখ্যার প্রতীক।

বীজগণিতে প্রতীক ব্যবহার করে আমরা যেকোন অজানা সংখ্যাকে লিখে প্রকাশ করতে পারি। যেমন, তোমাদের স্কুলের খেলার মাঠ কত লম্বা তুমি জান না, তুমি ধরে নিতে পার মাঠটি x মিটার লম্বা। করিমের বয়স কত জানা নেই, আমরা ধরে নিতে পারি, করিমের বয়স y বছর।

এরকম ভাবে আমরা ধরে নিতে পারি,

কোন গ্রাম বা শহরের জনসংখ্যা $=x$;

কলকাতা থেকে দিল্লীর দূরত্ব $=z$ কিমি ;

কমলের বয়স $=y$ বছর ইত্যাদি।

প্রতীক ব্যবহার করে আমরা যে কেবল অজানা বা অনির্দিষ্ট

সংখ্যা বোঝাতে পারি তা নয়, গাণিতিক হিসাবেও আমরা এদের ব্যবহার করতে পারি। এ সম্বন্ধে আমরা এখন আলোচনা করব।

সংখ্যার পরিবর্তে আমরা যখন প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করি তখন আসলে সেগুলি এক একটি সংখ্যাই বোঝায়, যদিও তাদের মান নির্দিষ্ট থাকে না। তাই পাটীগণিতের সংখ্যাগুলির সঙ্গে বা এদের নিজেদের মধ্যে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ প্রভৃতি নিয়মগুলি প্রযোজ্য হবে। দুটি আমের সঙ্গে পাঁচটি আম মিলায়ে সাতটি আম পাওয়া যায়। একে গণিতের ভাষায়,

$2+5=7$ রূপে লেখা যায়।

অনুরূপভাবে xটি আমের সঙ্গে যদি 5টি আম একত্রে রাখা হয়, তাহলে একেও গণিতের ভাষায় $x+5$ লেখা হয়।

এখানে লক্ষ কর, $2+5=7$ লেখা যায় সেভাবে $x+5$-কে কিন্তু সরল করে লেখা যায় না। এর কারণ সহজেই বোঝা যায়। এখানে x-এর কোন নির্দিষ্ট মান নেই, এর যেকোন মান থাকতে পারে। তাই x-এর সঙ্গে 5 যোগ করলে যোগফলটির মানও নির্দিষ্ট হবে না, সেজন্যে কেবল '+' চিহ্ন ব্যবহার করে যোগফলটি $x+5$ লেখা হয়েছে। ঠিক এভাবে

a মিটার $+ 10$ মিটার $=(a+10)$ মিটার ;

10 টাকা $+\, b$ টাকা $=(10+b)$ টাকা ;

x টাকা $+\, y$ টাকা $=(x+y)$ টাকা ; ইত্যাদি।

(2) বিয়োগের ক্ষেত্রেও ঠিক একই রকম ভাবে '−' চিহ্ন ব্যবহার করে বিয়োগফলটি বোঝান হয়। যেমন রুমার এখন বয়স 12 বছর, x বছর পূর্বে তার বয়স ছিল $(12-x)$ বছর। সেরকম, y টাকা থেকে 5 টাকা খরচ করলে বাকি থাকবে $(y-5)$ টাকা। xটি ডিমের মধ্যে yটি ডিম পচে গেলে ভাল ডিমের সংখ্যা হবে $(x-y)$.

(3) গুণের বেলায় বীজগণিতে গুণফলটি একটু আলাদাভাবে লেখা হয়।

পাটীগণিতে আমরা লিখি

$$4 \times 5 = 20.$$

কিন্তু বীজগণিতে লিখি,

$$4 \times x = 4x$$

এভাবে $a \times b = ab$

$m \times n = mn$ ইত্যাদি

অর্থাৎ যে সংখ্যা দুটি গুণ করা হয়েছে সেগুলিকে পাশাপাশি বসিয়ে গুণফল লেখা হয়েছে। $4 \times x$-কে অনেক সময় $4.x$ লেখা হয়।

বিঃ দ্রঃ (i) কোন বীজগণিতের সংখ্যা—যা ইংরাজী বর্ণমালার অক্ষর দিয়ে প্রকাশ করা হয়—তার সঙ্গে যদি কোন পাটীগণিতের সংখ্যার গুণফল নির্ণয় করতে হয়, তাহলে গুণফলে প্রথমে পাটীগণিতের সংখ্যাটি লিখতে হয় ; যেমন

$$10 \times y = 10y,$$

$y \times 10 = 10y$, $y10$ লেখা হয় না।

(ii) a ও b-এর গুণফল $a \times b$ বা $a.b$ বা ab-এদের যেকোন একটি রূপে লেখা যেতে পারে, তবে আমরা ab রূপটিই বেশী ব্যবহার করব।

(4) ভাগের ক্ষেত্রে '÷' চিহ্ন ব্যবহার করে অথবা ভগ্নাংশের সাহায্যে ভাগ প্রক্রিয়াটি বোঝানো হয়। যেমন, a-কে x দিয়ে ভাগ করলে ভাগফলটি হবে

$$a \div x = \frac{a}{x}$$

এখানে ভাজ্য $= a$ এবং ভাজক $= x$

এখানে ভাজ্য ও ভাজকের যেকোন মান থাকতে পারে, কিন্তু ভাজকের মান কখনই শূন্য হওয়া চলবে না।

উদাহরণ 1. চিহ্নের সাহায্যে লেখ :—

(i) a থেকে 10 কম।

(ii) b থেকে 5 বেশি।

(iii) x এর 3 গুণ।

(iv) y এর 4 ভাগের এক ভাগ।

(v) m এর 3 গুণ অপেক্ষা 2 বেশি।

(vi) z-এর 10 গুণ অপেক্ষা 6 কম।

(vii) x থেকে y কম।

(viii) x ও y এর গুণফলের দ্বিগুণ।

(ix) x-এর মান 12 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

(x) x-এর মান y-এর মান অপেক্ষা বৃহত্তর।

উত্তর : (i) $a-10$, (ii) $b+5$, (iii) $3x$, (iv) $\frac{y}{4}$, (v) $3m+2$, (vi) $10z-6$, (vii) $x-y$, (viii) $2xy$, (ix) $x>12$, (x) $x>y$.

উদাহরণ 2. কথায় লেখ :—

(i) $a-b$

(ii) $m+n$

(iii) $2a$

(iv) $\frac{a}{3}$

(v) $3p+2$.

(vi) $p+q+r$

(vii) $\frac{x}{3}-2$

উত্তর : (i) a থেকে b কম, (ii) m ও n এর সমষ্টি, (iii) a এর দ্বিগুণ, (iv) a-এর এক তৃতীয়াংশ, (v) p-এর

3 গুণ অপেক্ষা 2 বেশী, (vi) p, q ও r এর সমষ্টি (vii) x-এর এক তৃতীয়াংশ থেকে 2 কম।

উদাহরণ 3. তোমার 10টি মার্বেল আছে, তোমার বন্ধু তোমাকে আরও xটি মার্বেল দিল, তোমার কয়টি মার্বেল হল ?

মার্বেলের সংখ্যা $= 10 + x$.

উদাহরণ 4. তুমি 10 টাকা নিয়ে বাজারে গিয়ে x টাকা খরচ করলে, তোমার কাছে আর কত টাকা রইল ?

10 টাকা থেকে x টাকা খরচ করলে, x টাকা কম থাকবে অর্থাৎ 10 টাকা থেকে x টাকা বিয়োগ করতে হবে।

$\therefore$ বাকি থাকবে $= (10 - x)$ টাকা।

উদাহরণ 5. দুটি সংখ্যার যোগফল a, একটি সংখ্যা 10 হলে অপর সংখ্যাটি কত ?

যোগফল থেকে প্রদত্ত সংখ্যাটি বিয়োগ করলে অপর সংখ্যাটি পাওয়া যাবে।

$\therefore$ অপর সংখ্যাটি $= a - 10$.

উদাহরণ 6. a, b অপেক্ষা বড় হলে a, b সংখ্যা দুটির যোগফল ও বিয়োগফল কত হবে ?

যোগফল $= a + b$.

বিয়োগফল $= a - b$.

উদাহরণ 7. কোন শ্রেণীতে 10টি বেঞ্চি আছে, প্রত্যেক বেঞ্চিতে x জন ছাত্রছাত্রী বসলে ঐ শ্রেণীতে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা কত ?

ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য 10-কে x দিয়ে গুণ করতে হবে।

সুতরাং ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা $= 10 \times x = 10x$.

উদাহরণ 8. তোমরা জান যে দুই-অঙ্ক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার দশকের অঙ্ককে 10 দিয়ে গুণ করে তার সঙ্গে এককের অঙ্ক যোগ করলে সংখ্যাটি পাওয়া যায়, যেমন $45 = 4 \times 10 + 5$. তাহলে, দুই-অঙ্ক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার দশকের অঙ্ক x আর এককের অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত হবে ?

$$\text{সংখ্যাটি} = 10 \times x + y = 10x + y.$$

মন্তব্য : এখানে পাটীগণিতের মত অঙ্ক দুটি পাশাপাশি লিখে সংখ্যাটি xy লেখা যাবে না ; কারণ xy বলতে $x \times y$ বোঝায়।

উদাহরণ 9. তোমাদের খেলার মাঠ লম্বায় চওড়ার 3 গুণ ; মাঠটি লম্বায় a মিটার হলে, তা কত মিটার চওড়া ?

a মিটারকে 3 দিয়ে ভাগ করতে হবে। অতএব মাঠটি $(a \div 3)$ মিটার বা $\frac{a}{3}$ মিটার চওড়া।

প্রশ্নমালা 1

1. চিহ্নের সাহায্যে লেখ :

(i) x ও y এর সমষ্টি. (ii) a থেকে b এর বিয়োগফল. (iii) 10 থেকে k কম. (iv) 5 ও r এর সমষ্টি. (v) x এর 15 গুণ. (vi) x এর দুই গুণ অপেক্ষা 5 কম. (vii) b এর এক সপ্তমাংশ. (viii) x ও y এর সমষ্টি থেকে 10 কম. (ix) z এর মান 10 অপেক্ষা কম. (x) x এর মান y এর মানের সমান।

2. কথায় লেখ :

(i) $p+q$. (ii) $z-y$. (iii) $5a$. (iv) $\frac{x}{6}$. (v) $x+y+z$. (vi) $2p+r$. (vii) $m+2n$. (viii) $a-3b$. (ix) $\frac{p}{3}+6$. (x) $\frac{a+2b}{3}$.

3. তোমার 5টি খাতা আছে. তোমার বাবা তোমাকে আরও xটি খাতা কিনে দিলেন. তোমার মোট কটি খাতা হ'ল ?

4. রহিমের 15টি মার্বেল ছিল, তার xটি মার্বেল হারিয়ে গেল। এখন কটি মার্বেল রইল ?

5. অমূল্যবাবুর বয়স 60 বছর (i) x বছর পূর্বে তাঁর বয়স কত ছিল, (ii) y বছর পরে তাঁর বয়স কত হবে ?

6. মিতালী, টুম্পার চেয়ে 3 বছরের বড়। টুম্পার বয়স x বছর হলে মিতালীর বয়স কত ?

7. 1 ডজন কলার দাম x টাকা হলে 4 ডজন কলার দাম কত ?

8. দুটি সংখ্যার যোগফল x, একটি সংখ্যা 10 হলে অপরটি কত ?

9. দুটি সংখ্যার বিয়োগফল y, বড় সংখ্যাটি 18 হলে ছোট সংখ্যাটি কত ?

10. দুটি সংখ্যার গুণফল 64, একটি সংখ্যা p হলে অপর সংখ্যাটি কত ?

11. একজন লোক বাড়ী থেকে যাত্রা করে প্রথমে x কিলোমিটার হাঁটলেন ও পরে y কিলোমিটার বাসে গেলেন। তিনি মোট কত কিলোমিটার ভ্রমণ করলেন ?

12. প্রজাতন্ত্র দিবসে কোন বিদ্যালয়ের প্রত্যেক ছাত্রছাত্রীকে 2টি করে কমলালেবু দেওয়া হ'ল, ঐ বিদ্যালয়ের ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা x হলে কতগুলি লেবু লাগল ? প্রত্যেক লেবুর দাম 20 পয়সা হলে লেবু দিতে কত খরচ পড়বে ?

13. একটি ঝুড়িতে 200টি লেবু ছিল, তার মধ্যে xটি লেবু নষ্ট হ'ল, বাকি লেবু y সংখ্যক বালক-বালিকার মধ্যে সমানভাগে ভাগ করে দেওয়া হ'ল. প্রত্যেকে কটি করে লেবু পাবে ?

14. 1 কিলো চালের দাম x টাকা হলে 15 কিলো চালের দাম কত ? 25 টাকায় কত কিলো চাল পাওয়া যাবে ?

15. (i) a কিলোমিটার = কত মিটার ?

(ii) y মিটার = কত কিলোমিটার ?

16. কলকাতা থেকে মধুপুরের দূরত্ব z কিমি, ঘণ্টায় 40 কিমি বেগে গাড়ী চালালে কলকাতা থেকে মধুপুর যেতে কত সময় লাগবে ?

17. তোমার এখন বয়স x বছর ; 5 বছর আগে তোমার বয়স কত ছিল ? 15 বছর পরে তোমার বয়স কত হবে ?

18. একটি বাগানে 10 সারি গাছ আছে। প্রত্যেক সারিতে xটি গাছ থাকলে ঐ বাগানে মোট কতগুলি গাছ আছে ?

19. কোন সমিতিতে 50 জন সভ্য আছে। প্রত্যেক সভ্য x টাকা করে চাঁদা দিলে মোট কত টাকা উঠবে? ঐ টাকা দিয়ে বন্যাত্রানের জন্য y সংখ্যক কম্বল কেনা হ'ল। প্রত্যেক কম্বলের দাম কত?

20. দুই-অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অঙ্ক x আর দশকের অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত?

21. মিতু, রিংকুর চেয়ে x বছরের বড় মিতুর বর্তমান বয়স y বছর হলে, রিংকুর বয়স কত? 5 বছর পরে প্রত্যেকের বয়স কত হবে?

1.2. সংখ্যা ও রাশি :

তোমরা জান 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 প্রতীকগুলি এক একটি সংখ্যা বোঝায়। এসব প্রতীক দিয়ে অন্যান্য সংখ্যা কিভাবে লিখতে হয় তাও তোমরা জান। কোন কিছু গুণতে আমরা সংখ্যা ব্যবহার করি, যেমন 10 জন লোক, 15টি খাতা, 12টি ফুল ইত্যাদি। কেবল গুণতে নয়, পরিমাণ বোঝাতেও আমরা সংখ্যা ব্যবহার করি। প্রথমে পরিমাপযোগ্য কোন কিছুর একটা নির্দিষ্ট পরিমাণকে 'একক' ধরে নেওয়া হয়। তারপর যার পরিমাণ প্রকাশ করতে হবে তারমধ্যে সেই সমজাতীয় এককটি যতবার আছে সেই সংখ্যা দিয়ে তার পরিমাণ বোঝানো হয়। যেমন, একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে 1 মিটার ধরা হয়, অর্থাৎ মিটার হ'ল দৈর্ঘ্যের একটি একক; সেরকম 1 কিলোগ্রাম হ'ল ওজনের একটি একক; 1 ঘণ্টা হ'ল সময়ের একটি একক ইত্যাদি। একটি দাড় 10 মিটার লম্বা বললে আমরা বুঝি যে দড়িটির দৈর্ঘ্যের মধ্যে 1 মিটার এককটি 10 বার আছে, বা দাড়টির দৈর্ঘ্য 1 মিটার একক দৈর্ঘ্যের 10 গুণ। অর্থাৎ 10×1 মিটার $= 10$ মিটার

ঠিক এভাবে, 5×1 কিলোগ্রাম $= 5$ কিলোগ্রাম,

4×1 ঘণ্টা $= 4$ ঘণ্টা ; ইত্যাদি।

তাহলে দেখছ, পরিমাণ বোঝাতে সংখ্যার পরে একটি একক যুক্ত হয়। এরকম এককযুক্ত সংখ্যাকে রাশি বলে। 10 মিটার, 5 কিলো, 3 ঘণ্টা, 100 টাকা প্রভৃতি বিভিন্ন রাশির দৃষ্টান্ত। কোন রাশির মধ্যে এককটি যতবার আছে তাকে ঐ রাশির সাংখ্যমান বলে। যেমন 10 মিটার রাশিটির 10 হ'ল দৈর্ঘ্যের সাংখ্যমান, আর মিটার হ'ল তার একক।

বীজগণিতীয় রাশি : কতকগুলি সংখ্যাবোধক প্রতীক ও সংখ্যা যদি '+', '−', '×', '÷' প্রভৃতি চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে তাহলে ঐ সমষ্টিকে বীজগণিতীয় রাশিমালা বা সংক্ষেপে রাশি বলা হয়।

(i) $2a+3b+4c$

(ii) $3a\times 4c\div 2$

(iii) $a-b+c-d$ প্রভৃতি বিভিন্ন রাশির দৃষ্টান্ত।

রাশির যে অংশগুলি '+', '−', চিহ্ন দ্বারা আলাদা আলাদা থাকে, তাদের পদ বলা হয়। যেমন $2a+3b-4c$ রাশিতে $2a$, $3b$, $4c$ প্রত্যেকে এক একটি পদ।

যে রাশিতে কেবল একটি মাত্র পদ থাকে, তাকে একপদ রাশি বলে ; যেমন $2a$, $3b$, $8c$ ইত্যাদি। যে রাশিতে দুটি পদ থাকে, তাকে দ্বিপদরাশি বলে ; যেমন $2a+3b$, $4a-5c$ ইত্যাদি। সেরকম যে রাশিতে তিনটি বা তার বেশি পদ থাকে, সাধারণভাবে তাকে বহুপদরাশি **(Polynomial)** বলে, যেমন $a+b+c$, $2a-3b+4c+5d$ ইত্যাদি।

সহগ : কোন রাশির সঙ্গে কোন সংখ্যা বা প্রতীক গুণক হিসাবে যুক্ত থাকলে ঐ সংখ্যা বা প্রতীককে রাশিটির সহগ বলে। সাধারণত সহগ রাশিটির পূর্বে লেখা হয়। $2xy$ রাশিটিতে xy এর সহগ 2, আবার y এর সহগ $2x$ এবং x এর সহগ $2y$.

সেরকম, $4y$ এ y এর সহগ 4,
$3m$ এ m এর সহগ 3 ইত্যাদি।

বিঃ দ্রঃ কোন রাশির সঙ্গে কোন সংখ্যা গুণক হিসাবে না থাকলে সহগ 1 ধরা হয়, যেমন x এর সহগ 1.

1.3. বন্ধনীর ব্যবহার ঃ

তোমরা এর আগে ( ), { }, [ ], এই তিন ধরনের বন্ধনী ও রেখাবন্ধনী '—' এর সঙ্গে পরিচিত হয়েছে। বীজগণিতে বন্ধনীর ভেতরের রাশিটিকে একটি পদ হিসাবে গণ্য হয়। $2(a+b)$ এমন একটি রাশি বোঝায় যা a ও b এর সমষ্টিকে 2 দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায়। কিন্তু $2a+b$ রাশিটি aকে 2 দিয়ে গুণ করে তার সঙ্গে b যোগ করলে পাওয়া যাবে।

$2x-\overline{3y-4z}$ এর অর্থ $2x-(3y-4z)$ এর সমান। এ সম্বন্ধে তোমরা পরে আরও শিখবে।

উদাহরণ 1. $a=4$, $b=1$, $c=3$ এবং $h=2$ হলে, নিম্নলিখিত রাশিগুলির মান নির্ণয় কর ঃ

(i) $3a-9b+c$

(ii) $6h+8b-5a$

উত্তর ঃ (i) $3a=3\times a=3\times 4=12$

$9b=9\times b=9\times 1=9$

এবং $c=3$

সুতরাং, $3a-9b+c=12-9+3=15-9=6$

(ii) $6h=6\times h=6\times 2=12$

$8b=8\times b=8\times 1=8$

$5a=5\times a=5\times 4=20$

সুতরাং $6h+8b-5a=12+8-20=20-20=0.$

উদাহরণ 2. $a=5, b=3, c=1$, হলে নিম্নলিখিত রাশিগুলির মান নির্ণয় কর :

(i) $2a-3(b-c)$

(ii) $(a+b)-(b-c)$

উত্তর : (i) $2a=2\times5=10.$

$3(b-c)=3(3-1)=3\times2=6.$

$\therefore\ 2a-3(b-c)=10-6=4.$

(ii) $a+b=3+3=8$

$b-c=3-1=2$

$\therefore\ (a+b)-(b-c)=8-2=6.$

উদাহরণ 3. $a=2,\ b=1$ এবং $c=2$ হলে, $2a\div4b\times5c$ এর মান কত ?

$2a=2\times2=4,\ 4b=4\times1=4,\ 5c=5\times2=10$

প্রদত্ত রাশি $=4\div4\times10=1\times10=10.$

প্রশ্নমালা 2

$a=2,\ b=5,\ c=1$ এবং $d=8$ হলে নিচের রাশিগুলির মান নির্ণয় কর :

1. $a+b+c+d.$
2. $a\times b+c.$
3. $a\div c\times b.$
4. $b\div ac.$
5. $6+a-c+d.$
6. $2a+4c-b.$
7. $3a+5b+4c.$
8. $b\div a\div c.$
9. $6a\div b.$
10. $5a\times3b\times8c.$
11. $5d\div4a\times b+14c.$
12. $4ab+6d.$
13. $6ab+2bc+3ca+d.$
14. $ad-bc-ca.$
15. $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}.$

16. $\dfrac{2a+3b}{3b+4c}$. 17. $\dfrac{abc+bca+cab}{ab+bc+ca}$.

18. $\dfrac{2a+5b}{5c}+\dfrac{3d-8a}{a+b+c}$.

19. $5\times\dfrac{b-c}{a}+4\times\dfrac{b-a}{d}+3\times\dfrac{d-a}{c}$.

20. 25 থেকে $(b+c+d)$ এর বিয়োগফল।

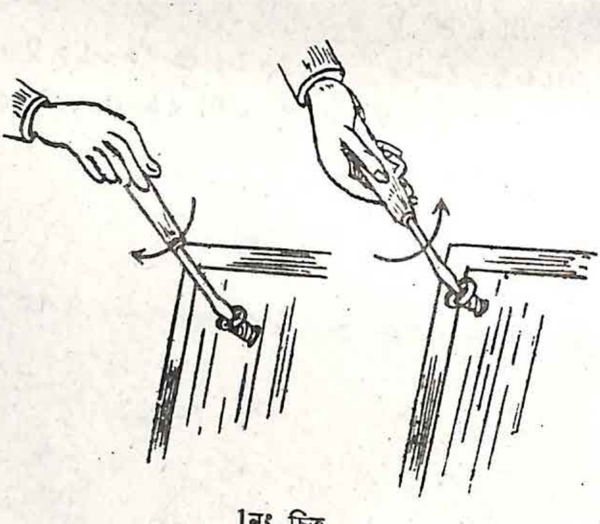
21. a ও b এর সমষ্টিকে d দ্বারা গুণ করে গুণফল।

দ্বিতীয় অধ্যায়

অখণ্ড সংখ্যা

2.1 ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ঃ

কাঠের মিস্ত্রী কিভাবে কাঠের উপর স্ক্রু আটকায় তা তোমরা নিশ্চয়ই দেখেছ। স্ক্রুর মাথার উপরে যে খাঁজকাটা থাকে, তাতে যন্ত্রটি বসিয়ে একটা নির্দিষ্ট দিকে ঘোরানো হয়, আর তার ফলে স্ক্রুটি ধীরে ধীরে কাঠের মধ্যে বসে যায়। তোমরা এও নিশ্চয় লক্ষ্য করেছ যে, স্ক্রুটি কাঠ থেকে খুলে নিতে হলে, আটকানোর সময় যেদিকে যন্ত্রটিকে ঘোরাতে হয়েছিল, এবার ঠিক তার বিপরীত দিকে ঘোরাতে হবে।



1নং চিত্র

স্ক্রুটি আটকানোর সময় যদি যন্ত্রটিকে 6 বার ঘোরাতে হয়, তাহলে খোলার সময়ও ঠিক 6 বার ঘোরাতে হবে, তবে উল্টো-

দিকে। উভয়ক্ষেত্রে সমসংখ্যকবার ঘোরাতে হলেও এদের প্রকৃতি কিন্তু সম্পুর্ণ বিপরীত। এরকম সমজাতীয় কিন্তু বিপরীতধর্মী প্রক্রিয়ার পার্থক্য বোঝাতে যে কোনও একটি ধনাত্মক ('+' চিহ্ন-যুক্ত) ও অপরটি ঋণাত্মক ('—' চিহ্নযুক্ত) ধরা হয়। যেমন, স্ক্রু আটকানো প্রক্রিয়াকে যদি ধনাত্মক ধরা হয়, তাহলে স্ক্রু খোলা প্রক্রিয়াটি ঋণাত্মক বলে গণ্য হবে। আবার স্ক্রু আটকানো প্রক্রিয়াকে যদি ঋণাত্মক ধরা হয়, তাহলে স্ক্রু খোলা প্রক্রিয়াটি ধনাত্মক হবে। তাহলে স্ক্রু আটকাতে 6 বার ঘোরানোকে যদি '+6' লেখা হয়, স্ক্রু খুলতে 6 বার ঘোরানোকে '—6' লিখতে হবে।

এরকম আরও কয়েকটি সমজাতীয় ও পরস্পর বিপরীতমুখী প্রক্রিয়া লক্ষ্য কর :

জমা	খরচ
লাভ	ক্ষতি
ওপরে উঠা	নীচে নামা
পূর্বদিকে যাওয়া	পশ্চিমদিকে যাওয়া
হ্রাস	বৃদ্ধি
ঘড়ির কাঁটার অভিমুখে ঘূর্ণন	ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘূর্ণন
ডানদিকে যাওয়া	বাঁদিকে যাওয়া
স্রোতের অনুকূলে গতি	স্রোতের প্রতিকূলে গতি

এদের একটিকে '+' চিহ্নযুক্ত ধরলে অপরটি '—' চিহ্নযুক্ত হবে।

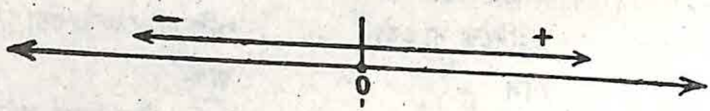
উদাহরণ : 1. 5 মিটার ওপরে ওঠা +5 মিটার হলে, 3 মিটার নীচে নামা —3 মিটার হবে।

2. পূর্বদিকে 2 কিমি যাওয়াকে যদি —2 কিমি লেখা হয়, তাহলে পশ্চিমদিকে 1 কিমি যাওয়াকে +1 কিমি লিখতে হবে।

3. 50 টাকা লাভকে +50 টাকা ধরা হলে, 20 টাকা ক্ষতিকে −20 টাকা ধরতে হবে।

উপরের যে সংখ্যাগুলির কথা বলা হ'ল, সেগুলির কেবল পরিমাণই নয়, ওদের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট দিকের ধারণাও জড়িত আছে। যেমন, 15 টাকা লাভ বা 10 টাকা ক্ষতিকে কেবল 15 বা 10 সংখ্যাগুলি দিয়ে সঠিকভাবে বোঝান যাবে না। 'লাভ' কথাটি এমন একটি দিক বোঝায়, যেদিকে টাকার পরিমাণ বৃদ্ধি পায় আর 'ক্ষতি' টাকার হ্রাসের দিক বোঝায়। বৃদ্ধির দিক '+' চিহ্নযুক্ত ধরলে হ্রাসের দিক '−' চিহ্নযুক্ত হবে। তাই 15 টাকা লাভ + 15 টাকা দিয়ে সূচিত হলে, 10 টাকা ক্ষতি − 10 টাকা দ্বারা সূচিত হবে। এ রকম যেসব সংখ্যা কেবল পরিমাণ নয়, একটা নির্দিষ্ট অভিমুখও বোঝায় তাদের **নিয়ন্ত্রিত সংখ্যা** বলা হয়।

জ্যামিতিক উপায়ে নিয়ন্ত্রিত সংখ্যার ধারণা খুব সহজেই পাওয়া যেতে পারে।

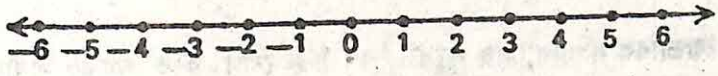


2নং চিত্র

একটি সরলরেখা এঁকে তার উপরে যে কোন একটি বিন্দু O নাও। সরলরেখাটি উভয়দিকে সীমাহীন ভাবে বিস্তৃত এবং O বিন্দুটি সরলরেখাটিকে দুটি অংশে বিভক্ত করবে। একটি অংশ ডানদিকে ও অপর অংশটি বাঁদিকে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত। ডানদিক ও বাঁদিকের যে কোন একটি দিককে ধনাত্মক ধরা যেতে পারে, তাহলে অন্য দিকটি ঋণাত্মক হবে। সাধারণত ডানদিককে ধনাত্মক ধরা হয়, তাহলে বাঁদিকটি ঋণাত্মক হবে। এখন একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য এককের সমান করে O বিন্দু হতে আরম্ভ করে ডানদিকে ও বাঁদিকে

পর পর অংশ কেটে নাও। ডানদিকের প্রথম বিভাজন বিন্দুটি O হতে 1 একক দূরে অবস্থিত, আমরা এই বিন্দুটিকে +1 সংখ্যার নির্দেশক বিন্দু ধরতে পারি। এভাবে ডানদিকের দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ, পঞ্চম,…ইত্যাদি বিভাজন-বিন্দুগুলি যথাক্রমে +2, +3, +4, +5…ইত্যাদি সংখ্যাগুলি নির্দেশ করবে।

যেহেতু সরলরেখাটি ডানদিকে সীমাহীন ভাবে বিস্তৃত, সুতরাং 1, 2, 3, 4…প্রভৃতি সমস্ত সংখ্যা নির্দেশক বিন্দুগুলিই O বিন্দুর ডানদিকের অংশের উপরে অবস্থিত হবে। এসব সংখ্যা ধনাত্মক দিকে অবস্থিত বলে এদের ধনাত্মক সংখ্যা বলা হয়। ঠিক এরকম ভাবে O বিন্দুর বাঁদিকে প্রথম, দ্বিতীয় তৃতীয়, চতুর্থ…ইত্যাদি বিভাজন বিন্দু যথাক্রমে −1, −2, −3, −4… ইত্যাদি সংখ্যাগুলি বোঝাবে। যেহেতু O বিন্দুর বাঁদিকের অংশটিও সীমাহীন ভাবে বিস্তৃত। সুতরাং −1, −2, −3, −4…ইত্যাদি সমস্ত সংখ্যা নির্দেশক বিন্দুগুলিই এই অংশের উপরে অবস্থিত হবে। এসব সংখ্যা ঋণাত্মক দিকে অবস্থিত বলে এদের ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়। O বিন্দু ধনাত্মক বা ঋণাত্মক কোন দিকই নির্দেশ করে না ; এই বিন্দু দ্বারা শূন্য (0) বোঝায়।



3 নং চিত্র

তাহলে দেখতে পাচ্ছ, একটা সরলরেখার উপরের বিন্দু দিয়ে আমরা 1, 2, 3, 4, 5…, 0; এবং −1, −2, −3, −4, −5… ইত্যাদি সংখ্যাকে বোঝাতে পারি। এ সমস্ত সংখ্যাকে অখণ্ড সংখ্যা বলে। ঐ সরলরেখাকে আমরা সংখ্যা-রেখা বলতে পারি। 1, 2, 3, 4, 5,… সংখ্যাকে বলে ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ; −1, −2, −3, −4, −5, … সংখ্যাকে বলে ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা। আর

শূন্য (0) এমন একটি অখন্ড সংখ্যা যা ধনাত্মকও নয়, ঋণাত্মকও নয়।

এর আগে তোমরা দেখেছ, বৃদ্ধির দিককে সাধারণত ধনাত্মক, আর হ্রাসের দিককে ঋণাত্মক ধরা হয়, তাই 0 বিন্দুর ডানদিকের সংখ্যাগুলি সব শূন্য অপেক্ষা বড় আর বাঁদিকের সংখ্যাগুলি সব শূন্য অপেক্ষা ছোট। তাই ধনাত্মক সংখ্যাকে '>0' আর ঋণাত্মক সংখ্যাকে '<0' চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হয়। সুতরাং x ধনাত্মক সংখ্যা হলে $x>0$ এবং y ঋণাত্মক সংখ্যা হলে $y<0$ লেখা হয়।

আরও একটা বিষয় লক্ষ কর। সংখ্যা-রেখার উপরে যে কোন বিন্দু থেকে যত ডানদিকে যাবে, তত সংখ্যাগুলির মান বৃদ্ধি পাবে, আর যত বাঁদিকে যাবে, তত সংখ্যাগুলির মান হ্রাস পাবে।

তাই, 1, 0 অপেক্ষা বড়, কিন্তু -1, 0 অপেক্ষা ছোট।

চিহ্ন ব্যবহার করে লিখতে পারি: $1>0$, কিন্তু $-1<0$

সেরকম, $5<10$,

কিন্তু $-5>-10$

স্বাভাবিক সংখ্যা: গণনার জন্য 1, 2, 3, 4, 5,......ইত্যাদি সংখ্যাগুলি ব্যবহার করা হয়। এই সংখ্যাগুলিকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে।

স্বাভাবিক সংখ্যাগুলির পূর্বে '+' চিহ্ন যোগ করে ধনাত্মক সংখ্যা বা ধনসংখ্যা, আর '−' চিহ্ন যোগ করে ঋণাত্মক সংখ্যা বা ঋণসংখ্যা বোঝানো হয়।

$+1, +2, +3, +4,$......ইত্যাদি ধনসংখ্যা,

আর $-1, -2, -3, -4,$......ইত্যাদি ঋণসংখ্যা।

বিপরীত সংখ্যা: ধনসংখ্যা আর ঋণসংখ্যাগুলি ভাল করে লক্ষ করে দেখ যে একই স্বাভাবিক সংখ্যা ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় প্রকার সংখ্যার মধ্যেই আছে, কিন্তু ধনাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে তা '+' চিহ্ন যুক্ত আর ঋণাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে তা '−' চিহ্ন যুক্ত। যেমন,

$+5$ আর -5, এই দুটি সংখ্যার মধ্যেই স্বাভাবিক সংখ্যাটি হচ্ছে 5. এরকম সংখ্যাদ্বয়কে পরস্পর বিপরীত সংখ্যা বলে। যেমন,

$+5$ এর বিপরীত সংখ্যা -5.

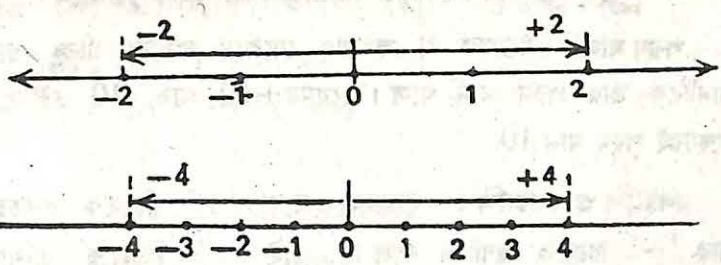
আর -5 এর বিপরীত সংখ্যা $+5$.

সেরকম $+3$ ও -3 পরস্পর বিপরীত সংখ্যা

$+10$ ও -10 " "

সাধারণভাবে আমরা বলতে পারি $+a$ ও $-a$ পরস্পর বিপরীত সংখ্যা।

তাহলে আমরা দেখতে পাচ্ছি 0 ছাড়া প্রত্যেক সংখ্যারই একটি বিপরীত সংখ্যা আছে (4নং চিত্র)।

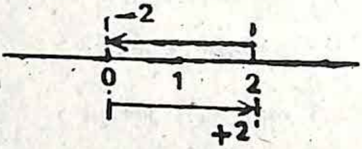


4নং চিত্র

দুটি পরস্পর বিপরীত সংখ্যার চরিত্রের একটা বৈশিষ্ট্য লক্ষ কর।

$+2$ একটি ধনসংখ্যা, এই সংখ্যাটি O বিন্দু থেকে ডানদিকে 2 একক দূরে আছে। এখন এই $+2$ সংখ্যাটির সঙ্গে যদি তার বিপরীত সংখ্যা -2 যোগ করা যায় তাহলে কি হয় দেখা যাক। $+2$ এর সঙ্গে -2 যোগ করার অর্থ হ'ল $+2$ বিন্দুটির পরে তোমাকে আরও 2 একক বাঁদিকে যেতে হবে (5নং চিত্র)। দেখ এর ফলে তুমি O বিন্দুতে অর্থাৎ শূন্যতে উপস্থিত হলে।

অর্থাৎ $(+2)+(-2)=0.$



5নং চিত্র

ঠিক এইভাবে সংখ্যা-রেখার উপর পরীক্ষা করে দেখ,

$$(+5)+(-5)=0,$$

$$(+10)+(-10)=0.$$ ইত্যাদি।

সাধারণভাবে,

$$(+x)+(-x)=0$$

অর্থাৎ দুটি পরস্পর বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি সর্বদা শূন্য হবে।

পরম মান : ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যেকোন সংখ্যার চিহ্ন ছাড়া মানটিকে তার পরম মান বলে। যেমন $+10$ আর -10 এই দুটি সংখ্যারই পরম মান 10.

ধনরাশি ও ঋণরাশি : তোমরা জান '+' চিহ্নকে ধনচিহ্ন, আর '−' চিহ্নকে ঋণচিহ্ন বলে। তাই '+' চিহ্নযুক্ত রাশিকে ধনাত্মক রাশি বা ধনরাশি, আর '−' চিহ্নযুক্ত রাশিকে ঋণাত্মক রাশি বা ঋণরাশি বলে। সাধারণত ধনরাশির আগে '+' চিহ্ন দেওয়া হয় না। কোন রাশির পূর্বে কোন চিহ্ন না থাকলে তা ধনরাশি বলেই ধরে নেওয়া হয়। যেমন,

5 মিটার, y টাকা, a ঘণ্টা, p কিলো প্রভৃতি ধনরাশি, আর -10 টাকা, -2 কিলো, -7 মিটার, $-x$ ঘণ্টা প্রভৃতি ঋণরাশি

উদাহরণ 1. নিচের রাশিগুলি কি বোঝায় বল :

(i) -15 টাকা লাভ (ii) -5 কিমি পূর্বদিকে (iii) -30 মিটার ওপরে ওঠা।

উত্তর : (i) 15 টাকা ক্ষতি

(ii) 5 কিমি পশ্চিমদিকে

(iii) 30 মিটার নিচে নামা।

উদাহরণ 2. (i) 10 টাকা লাভকে −10 লিখলে 15 টাকা ক্ষতিকে কত লেখা হবে ?

(ii) পশ্চিমদিকে 25 কিমি দূরত্বকে 25 কিমি লিখলে পূর্বদিকে 10 কিমি দূরত্বকে কত লেখা হবে ?

উত্তর : (i) 15

(ii) −10 কিমি।

উদাহরণ 3 নিচের রাশিগুলির বিপরীত রাশি লেখ :

(i) 10 টাকা ব্যয় (ii) 110 টাকা ক্ষতি (iii) 15 টাকা লাভ (iv) 25 মিটার নিচে নামা (v) −5 টাকা লাভ।

উত্তর : (i) 10 টাকা আয়

(ii) 110 টাকা লাভ

(iii) 15 টাকা ক্ষতি

(iv) 25 মিটার ওপরে ওঠা

(v) 6 টাকা লাভ

উদাহরণ 4. নিচের সংখ্যাগুলির পরম মান লেখ :

(i) +3 (ii) −11 (iii) −10 (iv) −20 (v) −15.

উত্তর : (i) 3, (ii) 11, (iii) 10, (iv) 20, (v) 15.

প্রশ্নমালা 3

1. নিচের রাশিগুলির দ্বারা কি বোঝায় বল ?

(i) −10 টাকা ক্ষতি (ii) −20 কিলো ওজন বৃদ্ধি (iii) −5°

উষ্ণতা হ্রাস (*iv*) -3 মিটার নিচে (*v*) -12 কিমি পূর্বে (*vi*) কমল করিমের চেয়ে -5 টাকা বেশি আয় করে।

2. নিচের রাশিগুলির বিপরীত রাশি লেখ ঃ

(*i*) 5 টাকা আয় (*ii*) 12 টাকা ধার (*iii*) 3 কিমি উত্তরদিকে (*iv*) 2 কিলো ওজন হ্রাস (*v*) -5 কিমি পূর্বদিকে (*vi*) -3° উষ্ণতা হ্রাস।

3. সংখ্যা-রেখার উপরে নিচের সংখ্যাগুলির অবস্থান দেখাও।

(*i*) $+5$, (*ii*) -3, (*iii*) -5, (*iv*) $+6$, (*v*) -10, (*vi*) -4.

4. নিচের সংখ্যাগুলিকে মানের উর্দ্ধক্রমে সাজাও ঃ

(*i*) $0, -2, 5, -10$.

(*ii*) $-12, -13, -16, 0$.

(*iii*) $5, 7, -8, -10$.

5. নিচের সংখ্যাগুলির পরম মান লেখ ঃ

(*i*) -5 (*ii*) $+10$ (*iii*) -100 (*iv*) $+15$ (*v*) -200

6. 1লা জানুয়ারী থেকে আরম্ভ করে -10 দিন পরের তারিখ কত ?

7. একজন দোকানদার 60 টাকায় একটি জিনিস কিনে -5 টাকা লাভে বিক্রি করল। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত ?

2.2 প্রথম চারটি নিয়ম ঃ

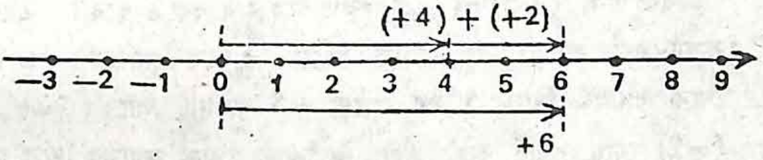
পাটীগণিতে তোমরা যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ প্রভৃতি নিয়মগুলি শিখেছ। পাটীগণিতে সমস্ত সংখ্যাই ধনাত্মক, কিন্তু বীজগণিতে ধনসংখ্যা ও ঋণসংখ্যা উভয়ই হতে পারে। নির্দিষ্ট সংখ্যার ক্ষেত্রে এই চারটি নিয়ম কেমনভাবে প্রয়োগ করা হয় সে সম্বন্ধে এখন আমরা আলোচনা করব।

অখণ্ড সংখ্যার যোগ

(i) দুটি ধনাত্মক সংখ্যার যোগফল নির্ণয় ঃ

সংখ্যা-রেখার সাহায্যে সহজেই যোগের নিয়মটি বুঝতে পারবে।

মনে কর, (+4) এর সঙ্গে (+2) এর যোগফল নির্ণয় করতে হবে।



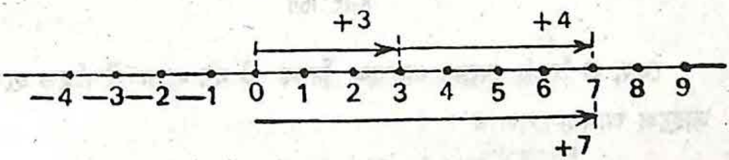
6নং চিত্র

O বিন্দু থেকে ধনাত্মক দিকে চার ঘর গেলে +4 বিন্দুটি পাবে, এর পরই ঐ একই দিকে আরও দু ঘর যাও (6নং চিত্র)। এখন গুণে দেখ, O বিন্দু থেকে তুমি মোট 6 ঘর ধনাত্মক দিকে গিয়েছ, অর্থাৎ ঐ বিন্দুটি হ'ল +6. তাহলে তুমি পেলে

$$(+4)+(+2)=(+6)$$

ঠিক এভাবে দেখ (7নং চিত্র),

$$(+3)+(+4)=(+7)$$



7নং চিত্র

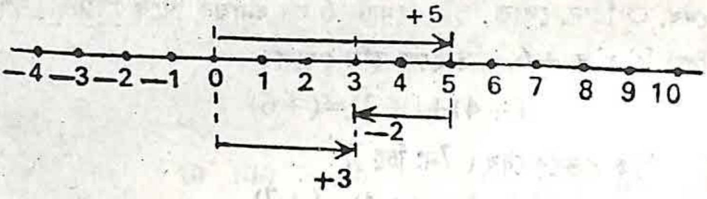
আরও উদাহরণ

$$(+2)+(+3)=(+5)$$
$$(+6)+(+3)=(+9)$$
$$(+5)+(+5)=(+10)$$
$$(+7)+(+4)=(+11)$$

তাহলে দেখতে পাচ্ছ, দুটি ধনাত্মক সংখ্যার পরম মান যোগ করে সেই যোগফলের পূর্বে '+' চিহ্ন দিলে ঐ সংখ্যা দুটির যোগফল পাওয়া যাবে।

(ii) একটি ধনাত্মক সংখ্যার সঙ্গে একটি ঋণাত্মক সংখ্যার বা একটি ঋণাত্মক সংখ্যার সঙ্গে একটি ধনাত্মক সংখ্যার যোগফল নির্ণয় :

ধরা যাক, $(+5)+(-2)=$ কত হবে বার করতে হবে। এখানেও সংখ্যা-রেখার সাহায্য নিয়ে নিয়মটি সহজেই বুঝতে পারবে। O বিন্দু থেকে ধনাত্মক দিকে 5 ঘর গেলে $+5$ সংখ্যাটি পাবে। এর সঙ্গে (-2) যোগ করার অর্থ হ'ল ঐ বিন্দু থেকে ঋণাত্মক দিকে অর্থাৎ বাঁদিকে 2 ঘর পিছিয়ে আসতে হবে (8নং চিত্র)। এখন দেখ, O বিন্দু থেকে কোন দিকে এবং কত ঘর দূরে হাজির হলে ?

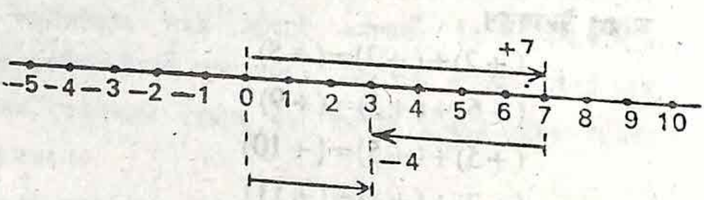


8নং চিত্র

দেখ, O বিন্দু থেকে ধনাত্মক দিকে 3 ঘর দূরে উপস্থিত হয়েছে। তাহলে আমরা পেলাম

$$(+5)+(-2)=(+3).$$

ঠিক এইভাবে দেখ (9নং চিত্র)



9নং চিত্র

$$(+7)+(-4)=(+3)$$

আরও উদাহরণ

$$(+5)+(-1)=(+4)$$

$$(+10)+(-6)=(+4)$$

$$(+7)+(-5)=(+2)$$

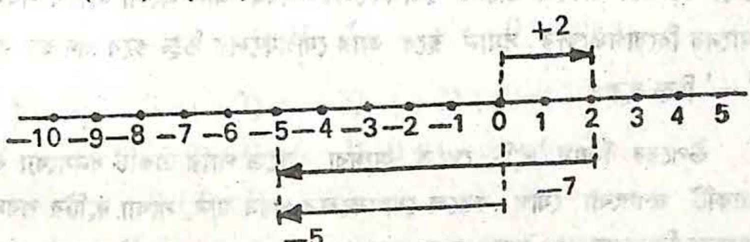
$$(+12)+(-11)=(+1)$$

তাহলে দেখতে পাচ্ছ একটি ধনসংখ্যা ও একটি ঋণসংখ্যার মধ্যে যদি ধনসংখ্যার পরম মান ঋণসংখ্যার পরম মানের চেয়ে বড় হয়, তাহলে তাদের যোগফলের পরম মান হবে সংখ্যা দুটির পরম মানের বিয়োগফলের সমান, আর যোগফলের চিহ্ন হবে ধনাত্মক বা '+' চিহ্ন।

এখন ঋণসংখ্যার পরম মানটি ধনসংখ্যার পরম মানের চেয়ে বড় হলে কি হয় দেখ।

মনে কর,

$(+2)+(-7)=$ কত তা আমরা জানতে চাই।

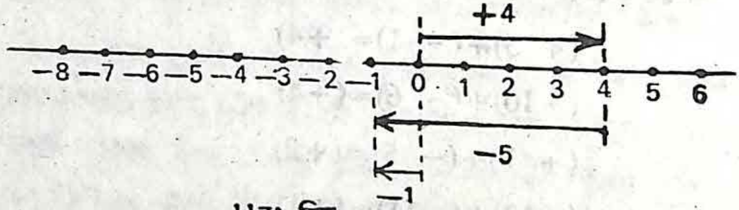


10 নং চিত্র

০ বিন্দু থেকে ঋণাত্মক দিকে 7 ঘর গেলে −7 সংখ্যাটি পাবে, সেখান থেকে ধনাত্মক দিকে 2 ঘর ফিরে এলে দেখ ০ বিন্দুর ঋণাত্মক দিকে ০ বিন্দু থেকে 5 ঘর দূরে হাজির হয়েছে (10নং চিত্র)। তাহলে দেখতে পাচ্ছ,

$$(+2)+(-7)=(-5)$$

ঠিক এভাবে দেখ (11নং চিত্র



11নং চিত্র

$$(+4)+(-5 =(-1)$$

আরও উদাহরণ

$$(+2)+(-\ 8)=(-6)$$

$$(+6)+(-10)=(-4)$$

$$(+5)+(-12)=(-7)$$

$$(+4)+(-\ 9)=(-5)$$

এই উদাহরণগুলি থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে একটি ধনসংখ্যা ও ঋণসংখ্যার মধ্যে যদি ঋণসংখ্যার পরম মান ধনসংখ্যার পরম মানের চেয়ে বড় হয়, তাহলে তাদের যোগফলের পরম মান সংখ্যা দুটির পরম মানের বিয়োগফলের সমান হবে আর যোগফলের চিহ্ন হবে ঋণাত্মক বা '−' চিহ্ন যুক্ত।

উপরের নিয়ম দুটি থেকে আমরা বলতে পারি একটি ধনসংখ্যা ও একটি ঋণসংখ্যা যোগ করলে যোগফলের পরম মান, সংখ্যা দুটির পরম মানের বিয়োগফলের সমান হবে, আর যে সংখ্যার পরম মানটি বৃহত্তর তার যে চিহ্ন যোগফলটিরও সেই চিহ্ন হবে। যেমন,

$$(+2)+(-8)=(-6)$$

8 আর 2-এর বিয়োগফল 6 ; 8, 2 থেকে বড় বলে −8-এর যে চিহ্ন যোগফলেও সেই চিহ্ন হবে। অর্থাৎ যোগফলটি '−' চিহ্ন যুক্ত হবে।

সুতরাং যোগফল হবে (-6).

এভাবে $(+12)+(-10)=(+2)$

12 ও 10-এর বিয়োগফল 2, কিন্তু 12, 10 থেকে বড়, তাই যোগফলটি ধনাত্মক হবে। সুতরাং যোগফল হ'ল $(+2)$.

অনুরূপভাবে সংখ্যা-রেখার সাহায্যে তোমরা নিজেরাই একটি ঋণসংখ্যা ও একটি ধনসংখ্যার যোগফলও একই নিয়মে করতে পারবে।

সাধারণভাবে আমরা বলতে পারি—

$$(+a)+(-b)=a-b \text{ যদি } a<b \text{ হয়}$$
$$=-(b-a) \text{ যদি } b>a \text{ হয়।}$$

সেরকম, $$(-a)+(+b)=-(b-a) \text{ যদি } a>b \text{ হয়}$$
$$=b-a \text{ যদি } a<b \text{ হয়।}$$

তোমরা এর আগে দেখেছ, কোন সংখ্যার সঙ্গে তার বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে যোগফল শূন্য হয়। যেমন—

$$(+3)+(-3)=0, \quad (-9)+(+9)=0.$$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি—

$$a+(-a)=0, \quad (-x)+x=0 \text{ ইত্যাদি।}$$

বিঃ দ্রঃ $0+(+3)=(+3)$, $(+3)+0=(+3)$.
$(-3)+0=(-3)$, $0+(-3)=(-3)$,
$0+0=0$.

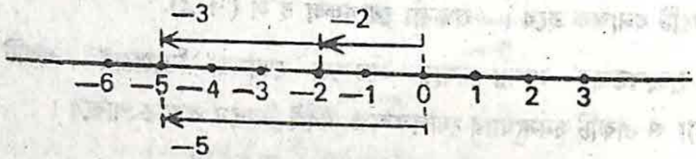
অর্থাৎ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক কোনও সংখ্যার সঙ্গে '0' যোগ করলে সংখ্যাটির কোনও পরিবর্তন হয় না।

(iii) দুটি ঋণাত্মক সংখ্যার যোগফল নির্ণয় :

ধর, (-2) আর (-3) এর যোগফল নির্ণয় করতে হবে। সংখ্যা-রেখার উপরে 0 বিন্দু থেকে ঋণাত্মক দিকে 2 ঘর গেলে (-2) সংখ্যাটি পাবে।

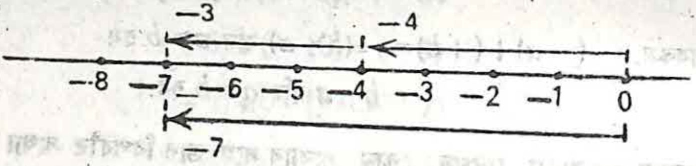
সেখান থেকে ঐ একই দিকে যদি আরও 3 ঘর যাও, তাহলে দেখ, −5 বিন্দুতে হাজির হবে (12নং চিত্র)।

অর্থাৎ $(-2)+(-3)=(-5)$



12নং চিত্র

একই পদ্ধতিতে দেখ (13নং চিত্র),



13নং চিত্র

$$(-4)+(-3)=(-7)$$

আরও উদাহরণ—

$$(-2)+(-1)=(-3)$$
$$(-5)+(-3)=(-8)$$
$$(-4)+(-1)=(-5)$$
$$(-4)+(-7)=(-11)$$

উপরের উদাহরণগুলি থেকে দেখতে পাচ্ছ দুটি ঋণাত্মক সংখ্যার যোগ করলে যোগফলটি ঋণাত্মক সংখ্যা হবে আর যোগফলের পরম মান সংখ্যা দুটির পরম মানের যোগফলের সমান হবে।

নিয়ন্ত্রিত সংখ্যার যোগের নিয়ম :

1. একই চিহ্নযুক্ত দুটি সংখ্যার (উভয়েই ধনাত্মক অথবা উভয়েই ঋণাত্মক) যোগফল সংখ্যা দুটির মত চিহ্নযুক্ত হবে এবং

যোগফলের পরম মান সংখ্যা দুটির পরম মানের যোগফলের সমান হবে। যেমন,

$$(+5)+(+3)=(+8)$$
$$(-5)+(-3)=(-8)$$
$$2+3 \quad =5$$
$$(-3)+(-2)=-5 \text{ ইত্যাদি।}$$

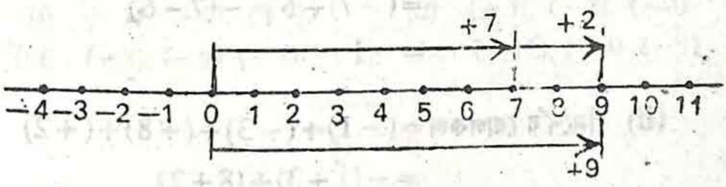
2. একটি ধনাত্মকের সঙ্গে একটি ঋণাত্মক সংখ্যার বা একটি ঋণাত্মক সংখ্যার সঙ্গে একটি ধনাত্মক সংখ্যার যোগফলের চিহ্ন, যে সংখ্যার পরম মান বৃহত্তর তার চিহ্নের ন্যায় হবে আর যোগফলের পরম মান, সংখ্যা দুটির পরম মানের বিয়োগফলের সমান হবে। যেমন,

$$(+6)+(-3)=(+3),\ (+4)+(-10)=(-6)$$
$$5+(-3)=2, \qquad 2+(-9)=(-7)$$
$$(-8)+(+2)=-6,\ (-1)+(+5)=4$$
$$(-9)+3=-6,\ (-5)+7 \quad =2 \text{ ইত্যাদি।}$$

বীজগাণিতিক যোগফল : কয়েকটি সংখ্যাকে তাদের নিজ নিজ চিহ্ন সমেত পর পর বসিয়ে তাদের সমষ্টি নির্ণয় করা হয়। এরকম যোগফলকে ঐ সংখ্যাগুলির বীজগাণিতিক যোগফল বলে।

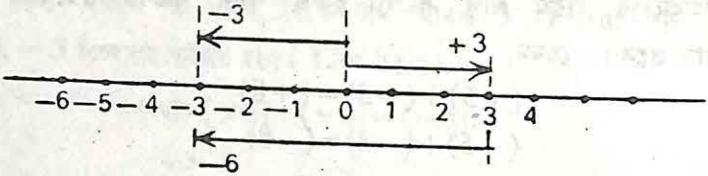
উদাহরণ 1 সংখ্যা-রেখার উপরে যোগ কর :

(i) $(+7)+(+2)$ (ii) $(+3)+(-6)$



14নং চিত্র

$$(+7)+(+2)=(+9)$$



15নং চিত্র

$$(+3)+(-6)=(-3)$$

উদাহরণ 2. যোগফল নির্ণয় কর :

(i) 5, −3, (ii) 8, −10,
(iii) 12, −5, (iv) −3, −2.

উত্তর : (i) $5+(-3) = (5-3)=2$

(ii) $8+(-10)=-(10-8)=-2$

(iii) $12+(-5)= (12-5)=7$

(iv) $(-3)+(-2)=-(3+2)=-5.$

উদাহরণ 3. যোগফল নির্ণয় কর :

(i) (−5), (−2), +6

(ii) (−1), (−3), +8, +2

(i) নির্ণেয় যোগফল $=(-5)+(-2)+6$
$=-(5+2)+6$
$=(-7)+6=-(7-6)$
$=-1$

(ii) নির্ণেয় যোগফল $=(-1)+(-3)+(+8)+(+2)$
$=-(1+3)+(8+2)$
$=(-4)+10$
$=+(10-4)=+6$

উদাহরণ 4. $(+5)$, (-7), (-2), $(+8)$, (-10) এর বীজগাণিতিক সমষ্টি নির্ণয় কর।

নির্ণেয় সমষ্টি $=(+5)+(-7)+(-2)+(+8)+(-10)$

$$=-(7-5)+(-2)+(+8)+(-10)$$
$$=(-2)+(-2)+(+8)+(-10)$$
$$=-(2+2)+(+8)+(-10)$$
$$=(-4)+(+8)+(-10)$$
$$=(8-4)+(-10)$$
$$=(+4)+(-10)=-(10-4)=-6$$

প্রশ্নমালা 4

1. সংখ্যা-রেখার সাহায্যে যোগফল নির্ণয় কর :
   (*i*) $(+2), (+4)$ (*ii*) $(+5), (-1)$ (*iii*) $(+2), (-5)$
   (*iv*) $(-4), (-2)$.
2. যোগফল নির্ণয় কর :
   (*i*) $(-2), 5$ (*ii*) $(-5), (-3)$ (*iii*) $8, (-10)$
   (*iv*) $(-3), (-6)$ (*v*) $(-5), 12$.
3. সরল কর :
   (*i*) $2+(-3)+5$ (*ii*) $3+(-5)+(-6)$
   (*iii*) $1+(-2)+(-3)+4$ (*iv*) $6+(-6)+7+(-8)$
4. বীজগাণিতিক যোগফল নির্ণয় কর :
   (*i*) $(-1), (-2), (+3)$. (*ii*) $(+5), (-2), (-3)$
   (*iii*) $(-8), (-2), (-1), (+5)$. (*iv*) $(-12), (-4), (-1)$

অখণ্ড সংখ্যার বিয়োগ :

তোমরা জান 7 এর সঙ্গে 5 যোগ করলে 12 হয় এবং সেজন্য 12 থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে 7. বিয়োগের

এই ধারণা আমরা কিভাবে নিয়ন্ত্রিত সংখ্যার ক্ষেত্রে ব্যবহার করতে পারি দেখ।

সংখ্যা-রেখার সাহায্যে যোগ করে তোমরা দেখেছ,

$$(+7)+(+5)=(+12)$$

ধনাত্মক সংখ্যার '+' চিহ্ন বাদ দিয়ে আমরা লিখতে পারি

$$7+5=12$$

অতএব বিয়োগের ধারণা অনুযায়ী আমরা পাই

$$12-5=7$$

আবার তোমরা এও দেখেছ

$$12+(-5)=7$$

অতএব, আমরা দেখতে পাচ্ছি—

$$12-5=12+(-5)$$

এবং $-5=+(-5)$

কিন্তু -5 হচ্ছে 5 এর বিপরীত সংখ্যা, তাহলে 12 থেকে 5 বিয়োগ করার অর্থ হ'ল 12 এর সঙ্গে 5 এর বিপরীত সংখ্যা যোগ করা। আরও একটি উদাহরণ দেখা যাক—

$$10+2=12$$

সুতরাং বিয়োগের ধারণা অনুযায়ী—

$$12-2=10$$

আবার, সংখ্যা-রেখার সাহায্যে যোগ করে আমরা পাব,

$$12+(-2)=10$$

$$\therefore\ 12-2=12+(-2)$$

$$\because\ -2=+(-2)$$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি—

$$x-y=x+(-y),$$

অর্থাৎ কোন রাশি থেকে কোন ধনরাশির বিয়োগ করার অর্থ হ'ল ঐ রাশির সঙ্গে ধনরাশিটির সমান পরম মান বিশিষ্ট একটি

ঋণরাশি যোগ করা. বা ঐ রাশিটির সঙ্গে তার বিপরীত রাশি যোগ করা।

যেমন, $10-8=10+(-8)=2$

$25-20=25+(-20)=+5$

$(-4)-5=(-4)+(-5)=-9$

$(-12)-1=(-12)+(-1)=-13$ ইত্যাদি।

আবার দেখ,

$$6+(-4)=2.$$

সুতরাং বিয়োগের ধারণা অনুযায়ী—

$$2-(-4)=6.$$

আবার সংখ্যা-রেখার উপরে সহজেই দেখানো যায় যে

$$2+4=6.$$

$$\therefore\ 2-(-4)=2+4.$$

এবং $-(-4)=+4.$

ঠিক এভাবে আমরা দেখাতে পারি যে—

$$9-(-1)=9+1.$$

এবং $-(-1)=+1.$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি যে—

$$x-(-y)=x+y$$

লক্ষ কর, $-(-y)=y$

তাহলে, কোন রাশি থেকে কোন ঋণরাশি বিয়োগ করার অর্থ হ'ল ঐ রাশির সঙ্গে ঋণরাশির সমান পরম মান বিশিষ্ট একটি ধনরাশি যোগ করা, অর্থাৎ ঐ রাশিটির সঙ্গে তার বিপরীত রাশি যোগ করা।

আরও উদাহরণ—

$$(-3)-(-1)=(-3)+1=-2$$
$$(-10)-(-5)=(-1\ )+5=-5$$
$$2-(-5)=2+5=7$$
$$3-(-1)=3+1=4.$$

উপরের আলোচনা থেকে আমরা বিয়োগ করার সাধারণ নিয়মটি এই পাই যে কোন রাশি থেকে অপর একটি রাশি বিয়োগ করার অর্থ হ'ল প্রথম রাশিটির সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির বিপরীত রাশি যোগ করা।

বিশেষ দ্রষ্টব্য : (1) $a-0=a$

(2) $0-a=-a$

(3) $0-0=0.$

উদাহরণ : বিয়োগ কর :

(i) $(+5)$ থেকে $(+2)$

(ii) $(+10)$ থেকে (-3)

(iii) (-4) থেকে $(+1)$

(iv) (-5) থেকে (-7)

উত্তর : (i) $(+5)-(+2)=5+(-2)=5-2=3$

(ii) $(+10)-(-3)=10+3=13$

(iii) $(-4)-(+1)=(-4)+(-1)=-5$

(iv) $(-5)-(-7)=(-5)+7=7-5=2$

প্রশ্নমালা 5

1. প্রথমটি থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর :

(*i*) 15, 6 (*ii*) −10, 8 (*iii*) −2, 3 (*iv*) 4, −5
(*v*) −50, −10 (*vi*) +15, −10 (*vii*) −12, +3
(*viii*) −10. +10 (*ix*) +5, +5 (*x*) −6, +10.

2. প্রথমটির সঙ্গে কত যোগ করলে দ্বিতীয়টি পাওয়া যাবে ?

(*i*) $-10, \ -15$, (*ii*) $4, \ -12$, (*iii*) $16, \ 12$,
(*iv*) $25, \ -32$, (*v*) $100, \ 0$.

গুণন প্রক্রিয়া :

তোমরা জান, $5 \times 3 = 15$, আবার $5+5+5=15$

অর্থাৎ 5-কে পর পর তিনবার যোগ করা আর 5-কে 3 দিয়ে গুণ করা একই কথা। তার মানে যোগের কাজই গুণের দ্বারা সংক্ষেপে করা হয়। পাটীগণিতে তোমরা কেবল শূন্য এবং স্বাভাবিক সংখ্যার গুণ শিখেছ। কিন্তু ধনসংখ্যা আর ঋণসংখ্যা এ দুরকম সংখ্যার কথা বিবেচনা করলে তিন রকমের গুণন হতে পারে—

(1) ধনসংখ্যার সঙ্গে ধনসংখ্যার গুণ—
যেমন, $(+5) \times (+3)$, $(+4) \times (+5)$ ইত্যাদি

(2) ধনসংখ্যার সঙ্গে ঋণসংখ্যার গুণ বা ঋণসংখ্যার সঙ্গে ধনসংখ্যার গুণ—যেমন, $(+2) \times (-4)$, $(-4) \times (+5)$ ইত্যাদি

আর (3) ঋণসংখ্যার সঙ্গে ঋণসংখ্যার গুণ—
যেমন, $(-3) \times (-2)$, $(-3) \times (-5)$ ইত্যাদি

প্রথমে এই গুণন প্রক্রিয়াগুলি বোঝার জন্য একটি উদাহরণের সাহায্য নেওয়া যাক।

তোমার একটি পয়সা জমানোর বাক্স আছে। রোজ 10 পয়সা করে জমিয়ে ঐ বাক্সে এখন পর্যন্ত 10 টাকা বা 1000 পয়সা জমেছে। 5 দিন পরে তোমার জমানো পয়সা কত বাড়বে ? তুমি হিসাব করে বলতে পারবে 10 পয়সা $\times 5 = 50$ পয়সা বাড়বে। পয়সা জমানো, দিন এগিয়ে যাওয়া এবং জমানো পয়সা বাড়ার পরিমাণকে ধনাত্মক ধরলে গণিতের ভাষায় আমরা বলতে পারি,

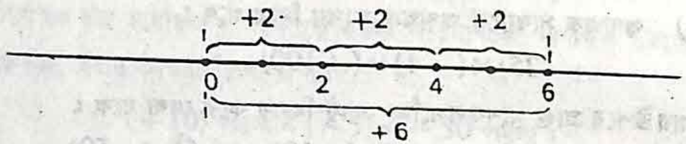
$(-25)\times(-4)=-(-25\times4)$

$=-\{(-25)+(-25)+(-25)+(-25)\}$

সংখ্যারেখার সাহায্যেও আমরা এরকম গুণনপ্রক্রিয়া বোঝাতে পারি।

(1) ধনসংখ্যাকে ধনসংখ্যা দিয়া গুণ :

$(+2)\times(+3)=$ কত হবে তা আমরা নিচের সংখ্যারেখার সাহায্যে দেখাতে পারি।

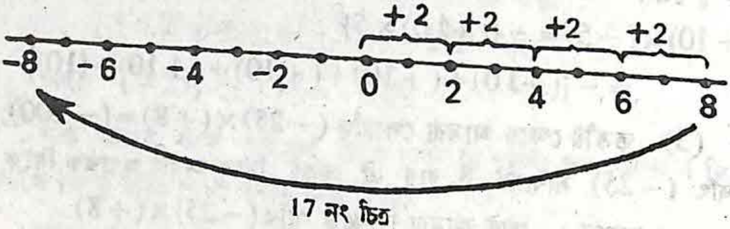


16নং চিত্র

সুতরাং ধনসংখ্যাকে ধনসংখ্যা দিয়ে গুণ করার যে নিয়ম আমরা পেলাম তার আরও কয়েকটি উদাহরণ হ'ল $(+3)\times(+4)=+12$: $(+5)\times(+3)=+15$, $(+10)\times(+2)=+20$.

(2) ধনসংখ্যাকে ঋণসংখ্যা দিয়ে গুণ :

$(+2)\times(-4)=$ কত হবে তা আমরা নিচের সংখ্যারেখায় সাহায্যে দেখাতে পারি।



17 নং চিত্র

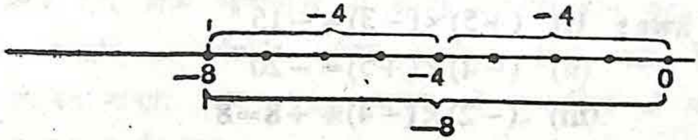
এক্ষেত্রে যে নিয়ম পেলাম তার আরও কয়েকটি উদাহরণ হল :

$(+5)\times(-2)=-10$, $(+6)\times(-1)=-6$,

$(+4)\times(-2)=-8$.

(3) ঋণসংখ্যাকে ধনসংখ্যা দিয়ে গুণ :

$(-4)\times(+2)=$ কত হবে তা আমরা সংখ্যারেখার সাহায্যে দেখাতে পারি (18 নং চিত্র)।

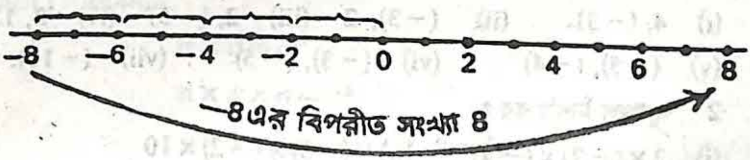


18নং চিত্র

এই নিয়মের আরও উদাহরণ হ'ল : $(-3)\times(+3)=-9$

$$(-5)\times(+2)=-10,\ (-6)\times(+1)=-6.$$

(4) ঋণসংখ্যাকে ঋণসংখ্যা দিয়ে গুণ : $(-4)\times(-2)=$ কত হবে তা আমরা নিচে সংখ্যা-রেখার সাহায্যে দেখাতে পারি।



19নং চিত্র

এ নিয়মের আরও উদাহরণ হ'ল :

$$(-2)\times(-3)=+6 \qquad (-1)\times(-1)=+1$$
$$(-8)\times(-1)=+8 \qquad (-5)\times(-10)=+50$$

উপরের নিয়মগুলি থেকে দেখা যাচ্ছে—গুণ্য ও গুণক দুটি সংখ্যাই ধনাত্মক বা ঋণাত্মক (অর্থাৎ একই চিহ্ন যুক্ত) হলে গুণফল ধনাত্মক হবে এবং ঐ সংখ্যা দুটির পরম মানের গুণফল, গুণফলের পরম মান হবে।

গুণ্য ও গুণক দুটি সংখ্যার একটি ধনাত্মক ও অপরটি ঋণাত্মক (অর্থাৎ বিপরীত চিহ্ন যুক্ত) হলে গুণফল ঋণাত্মক হবে এবং ঐ সংখ্যা দুটির পরম মানের গুণফল, গুণফলের পরম মান হবে।

বিশেষ দ্রষ্টব্য : কোন সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে গুণফল সর্বদাই শূন্য হবে।

যেমন, $a\times0=0,\quad -b\times0=0,\quad 0\times0=0.$

উদাহরণ 1. গুণফল নির্ণয় কর : (i) $(+5)$ ও (-3),

(ii) (-4) ও $(+5)$

(iii) (-2) ও (-4),

(iv) (-2) ও (-6),

উত্তর : (i) $(+5)\times(-3)=-15$

(ii) $(-4)\times(+5)=-20$

(iii) $(-2)\times(-4)=+8=8$

(iv) $(-2)\times(-6)=+12=12$

প্রশ্নমালা 4

1. প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যা দিয়ে গুণ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(যে সংখ্যাগুলি কোন চিহ্নযুক্ত নয়, তাদের ধনাত্মক চিহ্ন ধরে নেবে)

(i) 4, (−3) (ii) (−3), 2 (iii) 2, (−5) (iv) 8, 12

(v) (−5), (−4) (vi) (−3), (−5) (vii) (−10), 3

2 গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $3\times(-2)\times(-4)$ (ii) $(-5)\times(-2)\times10$

(iii) $3\times5\times(-2)\times(-1)$

গুণের সূচক নিয়ম :

কোন্ সংখ্যাকে কিভাবে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হয় তা ষষ্ঠ শ্রেণীতে শেখা হয়েছে।

যেমন, $12=2\times2\times3$

$=2^2\times3$

$16=2\times2\times2\times2$

$=2^4$

12-এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি 2 বার এবং 3 উৎপাদকটি 1 বার আছে।

তাই $12=2^2\times3$ লেখা হয়।

দেখ 2-এর ডানদিকে ওপরে ছোট করে লেখা আছে 2 ; এর মানে 12-এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি দুবার আছে। এখানে, $2^2=2\times2$ বোঝাচ্ছে। কোন রাশিকে সেই রাশি দিয়ে বারবার গুণ করলে

গুণফলে সেই রাশি পাশাপাশি না বসিয়ে যত বার গুণ করা হ'ল সেই সংখ্যাটি ঐ রাশিটির মাথায় ডানদিকে ছোট করে লিখে উৎপাদকের সংখ্যা বোঝান হয়। মাথার ঐ সংখ্যাটিকে ঐ রাশির সূচক, ঘাত বা শক্তি বলে।

যেমন, 2^2-এ 2-এর সূচক 2

2^4-এ 2-এর সূচক 4

3^3-এ 3-এর সূচক 3 ইত্যাদি।

সংখ্যাবোধক প্রতীকের ক্ষেত্রেও এই নিয়ম একইভাবে প্রযোজ্য হবে। যেমন,

$$a\times a=a^2$$

$$a\times a\times a=a^3$$

$x\times x\times x\times x=x^4$ ইত্যাদি।

a^2-এ a-এর সূচক 2

a^3-এ a-এর সূচক 3

x^4-এ x-এর সূচক 4 ইত্যাদি।

বিশেষ দ্রষ্টব্য ঃ

$$a^1=a$$

$x^1=x$ ইত্যাদি।

সাধারণত সূচক 1 উহ্য থাকে।

এখন দেখ,

$$a^2\times a^3=(a\times a)\times(a\times a\times a)$$

$$=a\times a\times a\times a\times a$$

$$=a^5=a^{2+3}$$

অতএব $a^2\times a^3=a^{2+3}$

সেইরকম $x^3\times x^4=(x\times x\times x)\times(x\times x\times x\times x)$

$$=x\times x\times x\times x\times x\times x\times x=x^7$$

অতএব, $x^3\times x^4=x^7=x^{3+4}$

সাধারণভাবে,

$$a^m = (a \times a \times a \times \cdots \quad m \text{ সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত})$$

$$a^n = (a \times a \times a \times \cdots \quad n \text{ সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত})$$

$$\therefore \quad a^m \times a^n = (a \times a \times \cdots \quad m \text{ সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত}) \times$$

$$(a \times a \times a \times \cdots \quad n \text{ সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত})$$

$$= a \times a \times a \times \cdots\cdots \quad (m+n) \text{ সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত}$$

$$= a^{m+n}$$

$$\therefore \quad a^m \times a^n = a^{m+n}.$$

উদাহরণ 1. নিচের রাশিগুলির মান নির্ণয় কর :

(i) 3^3 (ii) $(-2)^2$ (iii) $(-1)^3$

উত্তর : (i) $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

(ii) $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

(iii) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1)$

$= 1 \times (-1) = -1.$

উদাহরণ 2. গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $x \times x^2$ (ii) $a^2 \times a^3$

(iii) $-a^3 \times a^4$ (iv) $(-x^2) \times (-x^5)$

উত্তর : (i) $x \times x^2 = x^1 \times x^2 = x^{1+2} = x^3$

(ii) $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

(iii) $-a^3 \times a^4 = -(a^3 \times a^4) = -a^{3+4} = -a^7$

(iv) $(-x^2) \times (-x^5) = +(x^2 \times x^5) = x^{2+5} = x^7.$

উদাহরণ 3. $a = -1, \; b = 2, \; c = -2$ হলে নিচের রাশি-গুলির মান নির্ণয় কর :

(i) ab^2 (ii) a^2b (iii) ab^2c

(iv) $a^2 + b^2 + c^2.$

উত্তর :

(i) $ab^2=(-1)\times 2^2=-1\times(2\times 2)=(-1)\times 4=-4$

(ii) $a^2b=(-1)^2\times 2=(-1)\times(-1)\times 2=1\times 2=2$

(iii) $ab^2c=(-1)\times 2^2\times(-2)=(-1)\times 2\times 2\times(-2)$
$=(-2)\times(-4)=8$

(iv) $a^2+b^2+c^2=(-1)^2+2^2+(-2)^2$
$=(-1)\times(-1)+2\times 2+(-2)\times(-2)$
$=1+4+4=9.$

প্রশ্নমালা 7

1. গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $x^2\times x^5$ (ii) $x\times x^5$ (iii) $a^7\times a^5$ (iv) $a^{10}\times a^2$
(v) $(-a^2)\times(-a)$ (vi) $a^3\times(-a)$ (vii) $2^4\times 2^3$ (viii) $3^5\times 3^6$
(ix) $5^2\times 5^3$ (x) $(-5)^2\times(-4)^3$.

2. $a=1, b=2, c=-3$ হলে (*i*) $a^2+b^2+c^2$, (*ii*) $a^3+b^3+c^3$ এর মান নির্ণয় কর।

3. $x=-1, y=-2,$ হলে (*i*) x^2y^3 (*ii*) x^4y^4 (*iii*) x^3+y^4 এর মান নির্ণয় কর।

4. $a=2, b=-1, c=1$ হলে (*i*) abc^2, (*ii*) $a^2b^2c^2$ এবং (*iii*) $a^3b^3c^3$ এর মান নির্ণয় কর।

ভাগ :

তোমরা জান,

$12\times 3=36.$

অতএব $36\div 3=12$

এবং $36\div 12=3.$

অর্থাৎ কোন সংখ্যা যদি অপর দুটি সংখ্যার গুণফলের সমান হয়, তাহলে প্রথম সংখ্যাটিকে সংখ্যা দুটির যেকোন একটি দিয়ে ভাগ করলে অন্য সংখ্যাটি ভাগফল হবে।

সাধারণভাবে আমরা বলতে পারি a ও b ($a \neq 0, b \neq 0$) যদি দুটি সংখ্যা হয়, এবং

$a \times b = c$ হয় তাহলে

$c \div b = a$

এবং $c \div a = b$ হবে।

কিন্তু $c = a \times b = ab$

অতএব, $c \div b = ab \div b = a$

এবং $c \div a = ab \div a = b.$

ভগ্নাংশের আকারে লিখলে আমরা পাব

$\frac{ab}{b} = a$ এবং $\frac{ab}{a} = b.$

গুণের বেলায় তোমরা দেখেছ

$$7 \times (-3) = -21.$$

উপরের আলোচনা থেকে আমরা লিখতে পারি :

$$-21 \div 7 = -3$$

বা $\frac{-21}{7} = -3.$

-21 একটি ঋণাত্মক সংখ্যা, 7 একটি ধনাত্মক সংখ্যা ; অর্থাৎ একটি ঋণাত্মক সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ঋণাত্মক হবে এবং ভাগফলটির পরম মান সংখ্যা দুটির পরম মানের ভাগফলের সমান হবে।

আবার, ঐ একই গুণ-ক্রিয়া $7 \times (-3) = -21$ থেকে এটাও দেখা যাচ্ছে যে $(-21) \div (-3) = 7.$

বা $\frac{-21}{-3} = 7.$

তার মানে একটি ঋণাত্মক সংখ্যাকে একটি ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ঋণাত্মক হবে এবং ভাগফলটির পরম মান সংখ্যা দুটির পরম মানের ভাগফলের সমান হবে।

গুণের নিয়ম থেকে তোমরা এও দেখেছ

$$(-3)\times(-7)=21.$$

সুতরাং ভাগের ধারণা অনুসারে

$$21\div(-3)=-7.$$

এবং $21\div(-7)=-3$

বা $\frac{21}{-3}=-7$ এবং $\frac{21}{-7}=-3.$

অর্থাৎ একটি ধনাত্মক সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ঋণাত্মক হয় এবং ভাগফলটির পরম মান সংখ্যা দুটির পরম মানের ভাগফলের সমান হয়।

আরও উদাহরণ :

(i) $\frac{25}{-5}=-5$

(ii) $\frac{-30}{10}=-3$

(iii) $\frac{-50}{-25}=2$

(iv) $-\frac{15}{3}=-5$ ইত্যাদি।

উদাহরণ 1. প্রথম সংখ্যাকে দ্বিতীয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় কর :

(i) $-15, 3$ (ii) $25, -5$ (iii) $16, -8$
(iv) $-16, -2$

উত্তর : (i) $(-15)\div 3=\frac{-15}{3}=-5$

(ii) $25 \div (-5) = \frac{25}{-5} = -5$

(iii) $16 \div (-8) = \frac{16}{-8} = -2$

(vi) $(-16) \div (-2) = \frac{-16}{-2} = 8$

ভাগের ক্ষেত্রে চিহ্নের নিয়ম ঃ

(1) ভাজ্য ও ভাজক উভয়ের চিহ্ন একই হলে (অর্থাৎ উভয়েই ধনাত্মক বা উভয়েই ঋণাত্মক হলে) ভাগফলের চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

(2) ভাজ্য ও ভাজক পরস্পর বিপরীত চিহ্নযুক্ত হলে (অর্থাৎ কটি ধনাত্মক ও অপরটি ঋণাত্মক হলে) ভাগফলের চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

শূন্যের (0) ক্ষেত্রে ভাগের নিয়ম ঃ

(1) শূন্যকে যেকোন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল শূন্য হবে। যেমন—

(i) $0 \div 3 = 0$

(ii) $0 \div a = 0$ ইত্যাদি। কিন্তু

(2) কোন সংখ্যাকে 0 দ্বারা ভাগ করার কোন অর্থ হয় না। অর্থাৎ ভাজকের মান কখনও শূন্য হতে পারে না।

প্রশ্নমালা 8

প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দিয়ে ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় কর ঃ

1. 16, −4 2. −14, 2 3. −15, 3 4. 100, −10
5. −120, 15 6. 144, −16 7. −125, −25
8. −121, −11.

—

তৃতীয় অধ্যায়

নিয়মাবলী

বিনিময়, সংযোগ ও বিচ্ছেদ নিয়ম এবং বন্ধনীর ব্যবহার

3.1. বিনিময় নিয়ম :

তোমরা জান, $5+3=8$

আবার, $3+5=8$

তাহলে আমরা লিখতে পারি—

$$5+3=3+5$$

অর্থাৎ 5 এর সঙ্গে 3 যোগ করলে কিংবা 3 এর সঙ্গে 5 যোগ করলে একই যোগফল পাওয়া যাবে। সেরকম

$$5+4=4+5$$

$$6+4=4+6 \text{ ইত্যাদি।}$$

সাধারণভাবে লিখতে পার

$$a+b=b+a$$

a এবং b পারস্পরিক স্থান বিনিময় করলেও তাদের যোগফল অপরিবর্তিত থাকে। এই নিয়মটিকে যোগের বিনিময় নিয়ম বলে। কেবল যোগের বেলায় নয়, গুণের ক্ষেত্রেও এই বিনিময় নিয়ম প্রযোজ্য হবে। যেমন দেখ,

(i) $4\times5=20$

আবার $5\times4=20$

অতএব, $4\times5=5\times4$

(ii) $2\times(-3)=-6$

$(-3)\times2=-6$

অতএব, $2\times(-3)=(-3)\times2$

(iii) $(-4)\times(-3)=12$

$(-3)\times(-4)=12$

অতএব, $(-4)\times(-3)=(-3)\times(-4)$

সাধারণ ভাবে লিখতে পারা যায়, $a\times b=b\times a$

অর্থাৎ ab আর ba সমান। পরীক্ষা করে দেখতো বিয়োগ আর ভাগের বেলাতেও বিনিময় নিয়ম প্রযোজ্য হবে কিনা।

3·3. সংযোগ নিয়ম :

তিনটি সংখ্যার যোগফল কিভাবে বার করতে হয় তোমরা জান। প্রথমে প্রথম দুটি সংখ্যা যোগ করে সেই যোগফলের সঙ্গে তৃতীয় সংখ্যাটি যোগ করলেই তিনটি সংখ্যার যোগফল পাওয়া যাবে। অর্থাৎ

প্রথম সংখ্যা + দ্বিতীয় সংখ্যা + তৃতীয় সংখ্যা

= (প্রথম সংখ্যা + দ্বিতীয় সংখ্যা) + তৃতীয় সংখ্যা

বন্ধনীর মধ্যে প্রথম সংখ্যা + দ্বিতীয় সংখ্যা লিখে বোঝানো হয়েছে যে প্রথম সংখ্যা ও দ্বিতীয় সংখ্যার যোগফল আগে বার করা হয়েছে।

যেমন $5+7+9=(5+7)+9$

$=12+9$

$=21$

এখন প্রথমে প্রথম আর দ্বিতীয় সংখ্যা যোগ করে পরে সেই যোগফলের সঙ্গে তৃতীয় সংখ্যা যোগ না করে যদি প্রথমে দ্বিতীয় আর তৃতীয় সংখ্যা যোগ করে পরে প্রথম সংখ্যার সঙ্গে ঐ যোগফলকে যোগ করা হয়, তাহলেও দেখবে যোগফল একই হবে। দেখ—

$$5+7+9=5+(7+9)$$

$$=5+16=21$$

তাহলে দেখ,

$$(5+7)+9=5+(7+9)$$

তাহলে আমরা পাচ্ছি,

$$(5+7)+9=5+(7+9)$$

আরও উদাহরণ :

$$1+(2+3)=(1+2)+3$$
$$5+(6+9)=(5+6)+9$$
$$5+\{(-3)+2\}=\{5+(-3)\}+2$$

নিয়মটির ব্যবহারিক প্রয়োগ নিম্নরূপ : ক্রমিক যোগ প্রক্রিয়া জ্ঞাপন করছে এমন রাশির পাশাপাশি কয়েকটি পদকে যে কোনও ভাবে বন্ধনীবদ্ধ করা যায়, তাতে যোগফলের কোনও তারতম্য হয় না।

সাধারণভাবে আমরা পাই—

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

এই নিয়মটিকে **যোগের সংযোগ নিয়ম** বলে। তিনের বেশি সংখ্যার ক্ষেত্রেও এই নিয়মটি একইভাবে প্রয়োজ্য হবে। চারটি সংখ্যা নিয়ে তোমরা নিজেরা এই নিয়মটির যাথার্থ্য পরীক্ষা কর।

যোগের মত গুণের বেলাতেও সংযোগ নিয়মটি যথার্থ হয়; যেমন দেখ—

$$2\times5\times6=(2\times5)\times6=10\times6=60$$

আবার $2\times(5\times6)=2\times30=60$

তাহলে দেখছ,

$$(2\times5)\times6=2\times(5\times6)$$

আরও উদাহরণ :

$$2\times\{(-5)\times2\}=\{2\times(-5)\}\times2$$
$$5\times\{(-4)\times(-3)\}=\{5\times(-4)\}\times(-3)$$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি

$$a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$$

এই নিয়মটিকে গুণের সংযোগ নিয়ম বলে। পরীক্ষা করে দেখতো বিয়োগ আর ভাগের বেলায় সংযোগ নিয়ম খাটে কিনা।

3.3. বিচ্ছেদ নিয়ম :

মনে করা যাক, কোন লোক তিনটি খাতা আর তিনটি কলম কিনবে। ধরা যাক, প্রতি খাতার দাম 1 টাকা আর প্রতি কলমের দাম 3 টাকা। 3টি খাতা আর 3টি কলমের দাম কত হবে ? আমরা দুভাবে অগ্রসর হতে পারি,

1টি খাতার দাম = 1 টাকা

1টি কলমের দাম = 3 টাকা

1টি খাতার দাম + 1টি কলমের দাম = $(1+3)$ টাকা

3টি খাতা ও 3টি কলমের দাম

$= 3 \times$ (1টি খাতার দাম + 1টি কলমের দাম)

$= 3(1+3)$ টাকা $= 12$ টাকা

আবার, 3টি খাতার দাম = (3×1) টাকা

3টি কলমের দাম = (3×3) টাকা

3টি খাতা ও 3টি কলমের দাম

$= [(3 \times 1) + (3 \times 4)]$ টাকা $= 12$ টাকা

তাহলে আমরা লিখতে পারি—

$3(1+3)$ টাকা $= [(3 \times 1) + (3 \times 3]$ টাকা $= 12$ টাকা

একক বাদ দিয়ে লিখলে হবে $3(1+3) = (3 \times 1) + (3 \times 3) = 12$

আবার, যে কোনও তিনটি সংখ্যা নাও, যেমন, 2, 5, 7

তাহলে $2(5+7) = 2 \times 12 = 24$

আবার $2 \times 5 = 10$

$2 \times 7 = 14$

অতএব $(2 \times 5) + (2 \times 7) = 10 + 14 = 24$

তাহলে, $2(5+7) = (2 \times 5) + (2 \times 7)$

আরও উদাহরণ :

$$4(2+1)=(4\times 2)+(4\times 1)$$
$$2(3+2)=(2\times 3)+(2\times 2)$$

ঋণাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রেও এই নিয়মটি প্রযোজ্য হবে।

যেমন মনে করি, -3, 2, 4 তিনটি সংখ্যা,

এখন $(-3)(2+4)$
$=(-3)\times 6=-18$

আবার $(-3)\times 2=-6$
$(-3)\times 4=-12$

সুতরাং $\{(-3)\times 2\}+\{(-3)\times 4\}=-6-12=-18$

তাহলে দেখছ,

$$(-3)(2+4)=\{(-3)\times 2\}+\{(-3)\times 4\}$$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি—

$$a(b+c)=ab+ac$$

কথায় লিখে এই নিয়মটিকে আমরা এভাবে প্রকাশ করতে পারি :

প্রথম সংখ্যা × (দ্বিতীয় সংখ্যা + তৃতীয় সংখ্যা)
= (প্রথম সংখ্যা × দ্বিতীয় সংখ্যা) + (প্রথম সংখ্যা × তৃতীয় সংখ্যা)

এই নিয়মটি হ'ল গুণের বিচ্ছেদ নিয়ম।

লক্ষ কর, বন্ধনীর ভেতরের উভয় সংখ্যাকেই বন্ধনীর বাইরের সংখ্যাটি দিয়ে আলাদাভাবে গুণ করে যোগ করা হয়েছে, অর্থাৎ বন্ধনীর বাইরের গুণক সংখ্যাটিকে বন্ধনীস্থ রাশিটির বিভিন্ন পদের মধ্যে ছড়িয়ে বা বণ্টন করে দেওয়া হয়েছে।

আবার দেখ, বন্ধনীর মধ্যে '+' চিহ্নের পরিবর্তে '−' বসলেও এই নিয়ম আগের মতই প্রযোজ্য হবে। যেমন দেখ,

$$15(6-2)=15\times 4=60$$

এখন $15 \times 6 = 90$

$15 \times 2 = 30$

অতএব $(15 \times 6) - (15 \times 2) = 90 - 30 = 60$

সুতরাং $15(6-2) = (15 \times 6) - (15 \times 2)$

সুতরাং সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি—

$$a(b-c) = ab - ac$$

বিশেষ দ্রষ্টব্য : (1) বন্ধনীর মধ্যে দুয়ের বেশি সংখ্যা থাকলেও এই নিয়ম একইভাবে প্রযোজ্য হবে।

যেমন, $a(b+c+d) = ab + ac + ad$

$a(b+c-d) = ab + ac - ad$

(2) $a(b+c)$ তে $(b+c)$ এর বাঁদিকে a গুণ্য হিসাবে আছে। বন্ধনীর ডানদিকে a গুণক হিসাবে থাকলে হবে

$$(b+c)a = ba + ca$$

ভাগের বিচ্ছেদ নিয়ম :

দেখ $(20+10) \div 5 = 30 \div 5 = 6$

আবার $20 \div 5 = 4$

এবং $10 \div 5 = 2$

$\therefore (20 \div 5) + (10 \div 5) = 4 + 2 = 6$

সুতরাং $(20+10) \div 5 = (20 \div 5) + (10 \div 5)$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি,

$$(a+b) \div c = (a \div c) + (b \div c)$$

ভগ্নাংশের আকারে লিখলে আমরা পাব

$$\frac{20+10}{5} = \frac{20}{5} + \frac{10}{5}$$

আরও উদাহরণ :

$$\frac{50+40}{10} = \frac{50}{10} + \frac{40}{10}$$

$$\frac{15+45+75}{15}=\frac{15}{15}\div\frac{45}{15}+\frac{75}{15}$$

সাধারণভাবে আমরা লিখতে পারি—

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

লক্ষ কর, ভাগের বিচ্ছেদ নিয়ম কেবল ডানদিকে প্রযোজ্য ;

অর্থাৎ $a\div(b+c)\neq(a\div b)+(a\div c)$

বা $\frac{a}{b+c}\neq\frac{a}{b}+\frac{a}{c}$

কয়েকটি উদাহরণ নিয়ে এই **অসমতার যাথার্থ্য** যাচাই কর।

3.4. বন্ধনীর ব্যবহার :

পাটীগণিতের মত বীজগণিতেও এই রকমে বন্ধনীর ব্যবহার করা হয়।' বন্ধনীর মধ্যে সমগ্র অংশটি একটিমাত্র রাশি ধরা হয়। যেমন $3(2+3)$ লিখলে 2 ও 3 এর সমষ্টি দ্বারা 3-কে গুণ করা বোঝায়। সেরকম $x(y+z)$ বললে y ও z এর সমষ্টি দ্বারা x-কে গুণ করা বোঝায়।

বন্ধনীর পূর্বে '+' চিহ্ন ও '−' চিহ্ন খুবই তাৎপর্যপূর্ণ। নিচের উদাহরণগুলি ভাল করে লক্ষ কর।

উদাহরণ 1. 3 এর সঙ্গে 2 ও 5 এর সমষ্টি যোগ করে যোগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় যোগফল $=3+(2+5)$
$=3+7$
$=10$

আবার লক্ষ কর, $3+2+4=10$

সুতরাং $3+(2+5)=3+2+5$

2 ও 5 এর সমষ্টি একটি সংখ্যা, তাই 2+5 কে বন্ধনীর মধ্যে রাখা হয়েছে। একটিমাত্র ধনাত্মক সংখ্যাকে বন্ধনীর মধ্যে রাখা হয় না।

তাহলে দেখতে পাচ্ছ বন্ধনীর আগে '+' চিহ্ন থাকলে বন্ধনী অপসারণ করলে কোন সংখ্যার চিহ্নের কোন পরিবর্তন হবে না। এক্ষেত্রে বন্ধনীর কোন গুরুত্ব আছে বলে মনে হয় না।

উদাহরণ

(i) $5+(2-3)=5+2-3=7-3=4$

(ii) $3+(-5+1)=3-5+1=-2+1=-1$

এবার দ্বিতীয় উদাহরণটি লক্ষ কর।

উদাহরণ 2. 10 থেকে 6 ও 2-এর সমষ্টি বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় বিয়োগফল $=10-(6+2)$

$=10-6-2$

আবার দেখ, $10-6-2=4-2=2$

সুতরাং আমরা লিখতে পারি—

$$10-(6+2)=10-6-2$$

লক্ষ কর, বন্ধনীর ভেতরের 6 আর 2 দুটি সংখ্যাই ধনাত্মক আর বন্ধনীর বাইরে '−' আছে। দেখ বন্ধনী অপসারণ করার পর ভেতরের সংখ্যা দুটি ঋণাত্মক চিহ্নযুক্ত হয়েছে।

আরও একটি উদাহরণ দেখ।

উদাহরণ 3. 15 থেকে 10 ও 4-এর অন্তরফল বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় বিয়োগফল $=15-(10-4)$

$=15-6=9$

আবার, $15-10+4=5+4$ (যোগের সংযোগ নিয়ম অনুযায়ী)

$=9$

অতএব আমরা লিখতে পারি,—

$$15-(10-4)=15-10+4$$

দেখ, বন্ধনীর ভেতরে 10 ধনচিহ্নযুক্ত আর 4 ঋণচিহ্নযুক্ত; বন্ধনী অপসারণের পর 10 ঋণচিহ্নযুক্ত আর 4 ধনচিহ্নযুক্ত হয়েছে।

উদাহরণ (2) ও উদাহরণ (5) থেকে দেখা গেল যে বন্ধনীর পূর্বে যদি '−' চিহ্ন তাহলে বন্ধনী অপসারণের পর বন্ধনীর অন্তর্গত প্রত্যেকটি পদ বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হবে।

আরও উদাহরণ :

(i) $15-(2-4)=15-2+4=13+4=17$

(ii) $5-(8-10)=5-8+10=-3+10=7$

(iii) $a-(b-c)=a-b+c$

আমরা জানি তিন রকমের বন্ধনী ব্যবহার করা হয় ; যেমন,

(1) প্রথম বন্ধনী ( ).

(2) দ্বিতীয় বন্ধনী { }.

(3) তৃতীয় বন্ধনী [ ].

প্রয়োজন হলে আরও এক রকমের বন্ধনী ব্যবহার করা হয়, যা হ'ল রেখা বন্ধনী '—'।

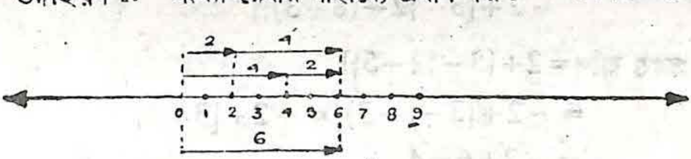
পাটীগণিতের মত বীজগণিতেও একই রাশিতে একাধিক বন্ধনী থাকতে পারে যেমন,

(1) $a+[b-\{c+(d-a)\}]$

(2) $a-[x+\{x-(a-\overline{x-a})\}]$

পাটীগণিতের মত এখানেও প্রথমে রেখাবন্ধনী, তারপরে ক্রমান্বয়ে প্রথম বন্ধনী, দ্বিতীয় বন্ধনী ও তৃতীয় বন্ধনীর ভেতরের রাশিটির মান নির্ণয় করে বন্ধনী অপসারণ করা হয়।

উদাহরণ 1. সংখ্যা-রেখার সাহায্যে প্রমাণ কর : $4+2=2+4$



20নং চিত্র

সংখ্যা-রেখার সাহায্যে যোগ করে (20 নং চিত্র) দেখা যাচ্ছে,

$4+2=6$.

আবার ঐ একই চিত্রে সংখ্যা রেখার সাহায্যে যোগ করে দেখা যাচ্ছে

$2+4=6$

অতএব, $4+2=2+4$

উদাহরণ 2. প্রমাণ কর : $2\times3=3\times2$

আমরা জানি, $2\times3=2+2+2=6$

আবার $3\times2=3+3=6$

অতএব, $2\times3=3\times2$

উদাহরণ 3. সরল কর : (i) $a(a+2)$

(ii) $(b+5)\times b^2$

(iii) $ab(a+b)$

(i) $a(a+2)=a\times a+a\times2$ [গুণের বিচ্ছেদ নিয়ম অনুযায়ী]

$=a^2+2\times a$ [গুণের বিনিময় নিয়ম অনুযায়ী]

$=a^2+2a$

(ii) $(b+5)b^2=b\times b^2+5\times b^2$

$=b^{1+2}+5b^2=b^3+5b^2$

(iii) $ab(a+b)=ab\times a+ab\times b$

$=ba\times a+ab^2=ba^2+ab^2$

$=a^2b+ab^2$

উদাহরণ 4. সরল কর :

$-2+[3-\{2-(8-3)\}]$

প্রদত্ত রাশি $=2+[3-\{2-5\}]$

$=-2+[3-(-3)]=-2+[3+3]$

$=-2+6=4$

উদাহরণ 5. সরল কর :

$1-[3+2-\{8\div(6-\overline{3-5})\}]$

প্রদত্ত রাশি $= 1 - [3+2-\{8-(5+2)\}]$
$= 1 - [3+2-\{8-8\}]$
$= 1 - [3+2-0] = 1-5 = -4$

প্রশ্নমালা 9

1 সংখ্যা-রেখার সাহায্যে দেখাও :

(a) $1+3=3+1$ (b) $2+3=3+2$

2 প্রমাণ কর : (i) $3\times 5=5\times 3$

(ii) $2\times 4=4\times 2$.

3. সরল কর : (i) $a(a-6)$, (ii) $6a(2a+3)$,

(iii) $a^2b(a+b)$, (iv) $abc(a+b+c)$

4 সরল কর : (i) $-3+[2-\{-5-(8-9)\}]$

(ii) $5-[3-1-\{2-(5+\overline{3-2})\}]$

(iii) $-1-[-1-\{-1-(-1-1)\}]$

(iv) $5+3-[-8+\{4-(-3-\overline{2-4})\}]$

চতুর্থ অধ্যায়

বহুপদ রাশি

4.1. যোগ :

আমরা এর আগেই জেনেছি যে যোগ এবং বিয়োগ চিহ্ন দ্বারা কতকগুলি গাণিতিক সংখ্যা ও বীজগাণিতিক অক্ষর যুক্ত থাকলে ঐ সমষ্টিকে একটি রাশি বলে। বীজগাণিতিক রাশির উদাহরণ :

$2x+3,\ 4a+5b+7c,\ a-b+2b\times 3c$ ইত্যাদি।

রাশির মধ্যে যে অংশগুলি '+' বা '−' চিহ্ন দ্বারা পৃথক করা আছে তাদের পদ বলে। যেমন প্রথমটিতে $2x$ এবং 3, দ্বিতীয়টিতে $4a$, $5b$ এবং $7c$, আর তৃতীয়টিতে a, b এবং $2b\times 3c$ এক একটি পদ। সহগ কাকে বলে আমরা তাও জানি। যেমন

$2x$ পদে x-এর সাংখ্য সহগ $=2$

$4a$ পদে a-এর সাংখ্য সহগ $=4$

$5b$ পদে b-এর সাংখ্য সহগ $=5$

b পদে b-এর সাংখ্য সহগ $=1$

$2b\times 3c$ পদে b-এর সাংখ্য সহগ 2 এবং c এর সাংখ্য সহগ 3.

আবার $2b\times 3c=6bc$ পদে bc-এর সাংখ্য সহগ $=6$.

শেষেরটির ক্ষেত্রে c-এর সহগ $6b$ ও b-এর সহগ $6c$. এই সহগগুলি কেবল সাংখ্য সহগ নয়। সহগের ধারণা খুবই তাৎপর্যপূর্ণ। যেমন $4a$ পদটিতে a-এর সাংখ্য সহগ 4.

কিন্তু $4a=4\times a=a+a+a+a$

তার মানে, $4a$-এর মধ্যে a, 4 বার আছে।

এর আগে আরও জানা হয়েছে, যে রাশিতে একটি মাত্র পদ থাকে, তাকে এক পদ রাশি বলে, কোন রাশিতে দুটি বা তিনটি পদ

থাকলে তাদের যথাক্রমে দ্বিপদ বা ত্রিপদ রাশি বলে। কোন রাশিতে অনেকগুলি পদ থাকলে তাকে বহুপদ রাশি বলে।

উদাহরণ : $2a$: একপদ রাশি

$2a+3b$: দ্বিপদ রাশি

$3a-5b+7c$: ত্রিপদ রাশি

$x-2y+5z+8m$: বহুপদ রাশি বা সংক্ষেপে বহুপদ

সদৃশ ও অসদৃশ পদ :

$xy-2y+4z$ এবং $3xy+8y+5z$ রাশি দুটি লক্ষ করে দেখা যাবে এরা প্রত্যেকেই ত্রিপদ রাশি এবং রাশি দুটির পদগুলির মধ্যে কিছু মিল আছে। যেমন,

xy আর $3xy$ পদ দুটির সাংখ্য সহগগুলি কেবল আলাদা, কিন্তু বীজগাণিতিক প্রতীক একই। এরকম পদ, যাদের সাংখ্য সহগগুলি কেবল আলাদা, কিন্তু বীজগাণিতিক প্রতীক একই, তাদের সদৃশ পদ বলে। যারা সদৃশ পদ নয়, তাদের বলা হয় অসদৃশ পদ।

যেরকম, $2y$ আর $8y$ সদৃশ পদ, $4z$ আর $5z$ সদৃশ পদ

কিন্তু xy আর $2y$ অসদৃশ পদ

$2y$ আর $4z$ অসদৃশ পদ ইত্যাদি।

লক্ষ করলে দেখা যাবে $xy-2y+4z$-এ y-এর সাংখ্য সহগ 2, কিন্তু রাশিটি $xy+(-2y)+4z$ আকারে লিখলে y এর সাংখ্য সহগ হ'ত -2.

তোমরা জান, $2a=a+a$

আবার $3a=a+a+a$

যদি, $2a+3a=(a+a)+(a+a+a)$

$=a+a+a+a+a=5a$

এখানে $2a$ ও $3a$ দুটি সদৃশ পদ ; এদের সমষ্টি হ'ল $5a$. দেখা যাচ্ছে, যে দুটি পদ যোগ করা হচ্ছে তাদের যোগফলে বীজগাণিতিক প্রতীক একই থাকছে কিন্তু যোগফলের সাংখ্য সহগ হচ্ছে পদ দুটির সাংখ্য সহগের সমষ্টির সমান।

যেমন $2a+3b$ এবং a এর যোগফল হবে

$$(2a+3b)+a=2a+3b+a=(2a+a)+3b=3a+3b$$

দুটি বা তার বেশি রাশি যোগ করতে হলে রাশিগুলির মাঝে '+' চিহ্ন দিয়ে পাশাপাশি রেখে কিংবা রাশিগুলিকে নিচে নিচে রেখেও যোগ করা যায়। পরের নিয়মে একটি রাশিকে আর একটি রাশির নিচে এমনভাবে রাখতে হবে যেন সদৃশ পদগুলি একই স্তম্ভে থাকে।

উদাহরণ 1. $2x+5$ এবং $3x-8$ যোগ করে যোগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় যোগফল $=(2x+5)+(3x-8)$

$=(2x+3x)+\{5+(-8)\}$

$=5x-3$

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ 3x-8 \\ \hline \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $=5x-3$

উদাহরণ 2. $x+2y-3$, $3x+2y+1$ এবং $x+y$ রাশিগুলির যোগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় যোগফল $=(x+2y-3)+(3x+2y+1)+(x+y)$

$=(x+3x+x)+(2y+2y+y)-3+1$

$=5x+5y-2$

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} x+2y-3 \\ 3x+2y+1 \\ x+\ y \\ \hline \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $=5x+5y-2$

উদাহরণ 3. $3x^2+5x+2$, x^2+2 এবং $x+8$ রাশিগুলির যোগফল নির্ণয় কর।

প্রথম পদ্ধতি :

নির্ণেয় যোগফল $=(3x^2+5x+2)+(x^2+2)+(x+8)$

$=(3x^2+x^2)+(5x+x)+(2+2+8)$

$=4x^2+6x+12$

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} 3x^2+5x+2 \\ x^2 \quad\;\; +2 \\ x+8 \\ \hline \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $=4x^2+6x+12$

উদাহরণ 4. সরল কর :

(i) $a^2+5b^2+2a^2-3b+a-8b^2+5a$

(ii) $x^2y+xy^2+x^3-5x^2y+10xy^2-3x^3$

উত্তর :

(i) প্রদত্ত রাশি $=a^2+2a^2+5b^2-8b^2+a+5a-3b$

[সদৃশ পদগুলিকে ঠিক মত সাজিয়ে]

$=(a^2+2a^2)+(5b^2-8b^2)+(a+5a)-3b$

$=3a^2+(-3b^2)+6a-3b$

$=3a^2-3b^2+6a-3b.$

(ii) প্রদত্ত রাশি $=x^2y+xy^2+x^3-5x^2y+10xy^2-3x^3$

$=x^3-3x^3+x^2y-5x^2y+xy^2+10xy^2$

$=(x^3-3x^3)+(x^2y-5x^2y)+(xy^2+10xy^2)$

$=(-2x^3)+(-4x^2y)+11xy^2$

$=-2x^3-4x^2y+11xy^2.$

প্রশ্নমালা 10

1 নিচে প্রদত্ত রাশিগুলির যোগফল নির্ণয় কর :

(i) $2a, 3a$ (ii) $7x, 2x, 3x$ (iii) $abc, 2abc$

(iv) $a^2b, 3a^2b$ (v) $x^2, 5x^2, 6x^2$ (vi) $-x, 8x$

(vii) $-2x, -3x, -5x$ (viii) $x^2, 5x^2, y^2$

(ix) $-5x^2, 7x^2, 3y^2$ (x) $xy^2, 2xy^2, -3xy^2$

2 নিচে প্রদত্ত রাশিগুলির যোগফল নির্ণয় কর :

(i) $a+2b+c,\ b+c,\ a+b-c$

(ii) $2x+3y+5z,\ x-y,\ 2x+8y-z$

(iii) $x,\ x+7y-8z,\ -2x+5z$

(iv) $5x^2+7x-2,\ 8x^2-5x+2,\ 2x^2-2x+1$

(v) $m^2-mn+p^2,\ 3m^2+4p^2,\ 8m^2-9mn+p^2$

(vi) $x^2+ax+a^2,\ -x^2-ax+a^2,\ -2a^2$

(vii) $8x^3+5xy+7y^2,\ 6x^3+2xy+9y^2,\ x^3-y^2$ এবং x^2+y^2

(viii) $abc+abc^2+a^2bc,\ 2abc-3abc^2-a^2bc$ এবং $-3abc+abc^2+a^2bc$

3 সরল কর :

(i) $3a+(-2a)+5b+(-2b)+8a$

(ii) $(a-b)+(b+c)+(b-c)-(c-a)$

(iii) $(m^2+mn+n^2)+(mn-m^2-n^2)+2mn$

(iv) $(a^2+b^2-c^2)+(b^2+c^2-a^2)$

4.2. বিয়োগ :

আমরা জানি একটি সংখ্যা থেকে অপর একটি সংখ্যা বিয়োগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার সঙ্গে দ্বিতীয় সংখ্যাটির বিপরীত সংখ্যা যোগ করতে হয়। যেমন 10 থেকে 4 বিয়োগ করলে বিয়োগফলটি হবে

$$10-4=10+(-4)=6$$

সেরকম a থেকে b বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে

$$a-b=a+(-b)$$

সাধারণত $a+(-b)$ না লিখে আমরা $a-b$ লিখে থাকি যেমন,

4 থেকে a এর বিয়োগফল $=4-a$

a থেকে 4 „ „ $=a-4$

x থেকে y „ „ $=x-y$ ইত্যাদি।

তাহলে দেখা যাচ্ছে একটি সংখ্যা থেকে আর একটি সংখ্যা বিয়োগ করার সময় প্রথম সংখ্যাটি লিখে '+' চিহ্ন দিয়ে বিপরীত চিহ্ন যুক্ত পরের সংখ্যাটি লিখতে হয়!

বহুপদ রাশির বিয়োগ :

উপরের নিয়মটি আমরা একের বেশি পদবিশিষ্ট রাশির বিয়োগের ক্ষেত্রেও ব্যবহার করতে পারি।

উদাহরণ 1. $2x+3y$ থেকে $x-y$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় বিয়োগফল $=(2x+3y)-(x-y)$

$=(2x+3y)+\{-(x-y)\}$

$=2x+3y-x+y$

$=(2x-x)+(3y+y)$

$=x+4y$

উপরের উদাহরণটি থেকে দেখা যাচ্ছে যে, যে রাশি থেকে বিয়োগ করতে হবে সেটি প্রথমে লিখে তারপর '−' চিহ্ন বসিয়ে বন্ধনীর মধ্যে দ্বিতীয় রাশিটি লিখে বন্ধনী অপসারণ করে সরল করলেই বিয়োগফল পাওয়া যাবে। নিচের উদাহরণটিও ভালভাবে দেখা যাক।

উদাহরণ 2. $a+b-c$ থেকে $2a+3b-5c$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় বিয়োগফল $= (a+b-c)-(2a+3b-5c)$

$= a+b-c-2a-3b+5c$

$= (a-2a)+(b-3b)+(-c+5c)$

$= (-a)+(-2b)+4c$

$= -a-2b+4c$

প্রথম রাশিটি, অর্থাৎ যেটি থেকে বিয়োগ করা হচ্ছে সেটিকে বন্ধনী ছাড়াও লেখা যায়।

উদাহরণ 3 $a+5$ থেকে $x+b-1$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় বিয়োগফল $= a+5-(x+b-1)$

$= a+5-x-b+1$

$= a-b-x+(5+1) = a-b-x+6$

বিয়োগের দ্বিতীয় পদ্ধতি ঃ

যোগের মত উপর-নিচে স্তম্ভের আকারে লিখেও বিয়োগ করা যেতে পারে।

যে রাশি থেকে বিয়োগ করা হচ্ছে সেটিকে প্রথমে লিখে তার নিচে যে রাশিটি বিয়োগ করা হচ্ছে তাকে এমনভাবে লিখতে হয় যাতে উভয় রাশির সদৃশ পদগুলি একই স্তম্ভে থাকে। তারপর নিচের রাশির প্রত্যেক পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে উপরের রাশির সঙ্গে যোগ করলেই নির্ণেয় বিয়োগফলটি পাওয়া যাবে।

উদাহরণ 1 $4x+y$ থেকে $x-y$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

$$4x + y$$

$$x - y$$

$$\ominus \quad \oplus$$

বিয়োগফল $= 3x+2y$

উদাহরণ 2. $a+b-c$ থেকে $2a+5b$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{l} a+b-c \\ 2a+5b \\ \ominus \quad \ominus \\ \hline \end{array}$$

বিয়োগফল $= -a-4b-c$

উদাহরণ 3. $m-n$ থেকে $3m+2n-4p$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{l} m-n \\ 3m+2n-4p \\ \ominus \quad \ominus \quad \oplus \\ \hline \end{array}$$

বিয়োগফল $= -2m-3n+4p$

প্রথম বিয়োগ শেখার সময় নিচের রাশির প্রত্যেক পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে সেই চিহ্ন ছোট করে লিখে বা সেই চিহ্নটিকে একটি O-এর মধ্যে রেখে যোগ করা যায়। কিন্তু পরে এই পরিবর্তিত চিহ্নগুলি না লিখে মনে মনে চিহ্ন পরিবর্তন করে যোগের কাজ করতে অভ্যাস করতে হবে।

প্রশ্নমালা 11

1. প্রথমটি থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় কর ঃ

(i) $a, 2a$ (ii) $-3a, 4a$ (iii) $a^2, -5a^2$

(iv) $abc, 2abc$ (v) $ab^2, -3ab^2$

2 বিয়োগফল নির্ণয় কর ঃ

(i) $a+b-c$ থেকে $-2a+3b-c$

(ii) $3a^2-b^2+c^2$ থেকে $a^2+b^2+c^2$

(iii) $5x^2+8x+5$ থেকে $2x+5$

(iv) $6x^2+7x$ থেকে $3x^2+5$

(v) $ab^2+5ab+3$ থেকে $2ab^2-3$

3. x^2+8x+5 এর সঙ্গে কত যোগ করলে x^2 হবে ?

4 $m^2+n^2+p^2$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে m^2+p^2 হবে ?

4.3. সহজ গুণন :

গুণের চিহ্ন সংক্রান্ত নিয়ম, বিনিময় নিয়ম, সংযোগ নিয়ম, বিচ্ছেদ নিয়ম আর সূচক নিয়ম প্রভৃতি এর আগেই শেখা হয়েছে। ঐ সব নিয়ম ব্যবহার করে বীজগণিতীয় রাশির গুণফল কিভাবে বার করা হয় তা আমরা এখন আলোচনা করব।

একপদ রাশিকে একপদ রাশি দ্বারা গুণন :

যে রাশিগুলি পরস্পর গুণ করা হচ্ছে তাদের মধ্যে '×' চিহ্ন বসাতে হয়। রাশিগুলির সাংখ্য সহগগুলি আলাদা করে গুণ আর বীজগাণিতিক প্রতীকগুলির মধ্যে প্রয়োজন মত সূচক নিয়ম প্রয়োগ করে গুণের কাজ করা হয়। নিচের উদাহরণগুলি দেখ।

উদাহরণ 1. গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $4xy$ কে $2x^2y$ দ্বারা

(ii) $3a^2b$ কে $-2a$ দ্বারা

(iii) $-5mn^2$ কে $-4n^3$ দ্বারা

(i) $4xy \times 2x^2y = 4 \times x \times y \times 2 \times x^2 \times y$
$= (4 \times 2) \times (x \times x^2) \times (y \times y)$
$= 8x^3y^2$

(ii) $3a^2b \times (-2a) = 3 \times a^2 \times b \times (-2) \times a$
$= 3 \times (-2) \times (a^2 \times a) \times b$
$= -6a^3b$

(iii) $-5mn^2 \times (-4n^3) = (-5) \times m \times n^2 \times (-4) \times n^3$
$= (-5) \times (-4) \times m \times (n^2 \times n^3)$
$= 20mn^5$

উদাহরণ 2. সরল কর :

$(2a^2b) \times (-4ab^2) \times (-8a^2b^2)$

এখানে $2a^2b \times (-4ab^2) = 2 \times (-4) \times (a^2 \times a) \times (b \times b^2)$

$= -8a^3b^3$ (প্রথম দুটি রাশির গুণফল নির্ণয় করে)

সুতরাং, নির্ণয় গুণফল $= -8a^3b^2 \times (-8a^2b^2)$

$= (-8) \times (-8) \times (a^3 \times a^2) \times (b^3 \times b^2)$

$= 64a^5b^5$

উদাহরণ 3. গুণফল নির্ণয় কর :

$$mn^2 \times (-m^3n) \times (-3m^2n) \times 5mn^4$$

নির্ণেয় গুণফল

$= (-1)(-3) \times 5 \times m \times m^3 \times m^2 \times m \times n^2 \times n \times n \times n^4$

$= 15m^{1+3+2+1} \times n^{2+1+1+4}$

$= 15m^7n^8$

[m^3n এর সাংখ্য সহগ $= -1$

m^2n " " " $= -3$

mn^4 " " " $= +5$

এই সহগগুলি বিচ্ছিন্ন করে প্রথমে লেখা হ'ল। প্রথম পদ mn^2 এর সহগ 1; এটি না লিখলেও চলে।]

প্রশ্নমালা 12

1 প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশির দ্বারা গুণ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $2a^2, 3a$ (ii) $3x^2, -3x^3$ (iii) $8m^2, 3m^3$

(iv) $-2ab, 3a^2b^3$ (v) $-5, 3ab$ (vi) $7a^2b^2, -8a^3bc$

(vii) $9x^2b^2c, -3a^5b^6c^7$ (viii) $-10a^2b^3c^4, -3ab^2c^5$

(ix) $-5p^3q^3r, -6pq^5r^4$ (x) $-15m^2n^2t^5, -5m^6n^2t^3$

2 গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $-3ax \times 2b \times 5c$ (ii) $8a^3 \times (-3b^3) \times 5a^2$

(iii) $-ab^2 \times 2a^2b^3 \times (-3ab)$ (iv) $\frac{1}{7}a^3 \times \frac{-3}{4}a^2 \times \frac{8}{9}a^5$

(v) $-3ab \times (-2bc) \times 5ca$ (vi) $3a^2b \times (-b^2c) \times 8c^2a$

(vii) $abc \times bca \times cab$ (viii) $-ab^3 \times 3ab^2 \times (-3a^2b^2)$

(ix) $-3x^2yz \times (-6xy^3z^2) \times (-3x^5y^3z^2)$

(x) $-2mn^3 \times (-6m^2n^2) \times m^4n^4$

3 সরল কর :

(i) $(3abc)\times(5xyz)\times(-2x)$

(ii) $-8a^2bc)\times(-ubc^3)\times(-abc)$

(iii) $(-3abc)\times(-2ad)\quad(2bd)\times(-cd)$

(iv) $(-\frac{1}{2}ab^2)\times(-\frac{2}{3}a^3c^3)\times(-3ca^2)$

(v) $(-3p^2q^2r^2)\times(-8r^2s^5t^2)\times(-2p^3q^2r^4)$

দ্বিপদ রাশিকে একপদ রাশি দ্বারা গুণন :

গুণের বিচ্ছেদ নিয়ম থেকে তোমরা জান,

$$a(b+c)=ab+ac \qquad \cdots(1)$$

এবং $$(a+b)c=ac+bc \qquad \cdots(2)$$

এই নিয়ম অনুযায়ী,

$$2a(3a+2)=2a.3a+2a.2$$
$$=6a^2+4a$$

$$3x(8x^2+5y)=3x.8x^2+3x.5y$$
$$=24x^3+15xy$$

আবার, $$(2a+5)a^2=2a.a^2+5.a^2$$
$$=2a^3+5a^2$$

$$(6m+3n)\times2m=(6m\times2m)+(3n\times2m)$$
$$=12m^2+6mn$$

আরও উদাহরণ :

(i) $$2x(-3x^2+5)=2x(-3x^2)+2x.5$$
$$=-6x^3+10x$$

(ii) $$8y^2(3y-6)=8y^2.3y+8y^2(-6)$$
$$=24y^3-48y^2$$

(iii) $(4a+5b)(-3a)=4a(-3a)+5b(-3a)$

$$=-12a^2-15ab.$$

(iv) $(3m^2-2n)(-m^3)=3m^2(-m^3)-2n(-m^3)$

$$=-3m^5+2m^3n$$

দ্বিপদ রাশিকে দ্বিপদ রাশি দ্বারা গুণন :

আমরা এর আগে দেখেছি,

$$(a+b)c=ac+bc$$

ধরা যাক, $c=x+y$, c-এর মান বসালে আমরা পাব

$$(a+b)(x+y)=a(x+y)+b(x+y)$$
$$=ax+ay+bx+by$$

একই রকম ভাবে,

$$(m+n)(p+q)=m(p+q)+n(p+q)$$
$$=mp+mq+np+nq$$
$$(a+x)(b+y)=a(b+y)+x(b+y)$$
$$=ab+ay+xb+xy$$

তাহলে দেখতে পাচ্ছি একটি দ্বিপদ রাশিকে আর একটি দ্বিপদ রাশি দিয়ে গুণ করতে হলে রাশি দুটিকে বন্ধনীর মধ্যে পাশাপাশি রেখে গুণের কাজ করতে হয়।

নির্ণেয় গুণফল হবে : প্রথম বন্ধনীর প্রথম পদ × দ্বিতীয় বন্ধনীর সমগ্র রাশি + প্রথম বন্ধনীর দ্বিতীয় পদ × দ্বিতীয় বন্ধনীর সমগ্র রাশি। এর পরের কাজটুকু গুণের বিচ্ছেদ নিয়ম প্রয়োগ করে করতে হয়।

আরও সংক্ষেপে বলা যায় প্রথম রাশির এক একটি পদের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির এক একটি পদের গুণফলগুলির ক্রমিক যোগফলই নির্ণেয় গুণফল।

রাশি দুটিকে বন্ধনীর মধ্যে পাশাপাশি না রেখে অন্যভাবেও গুণ করা যায়। পরের উদাহরণগুলিতে তিন রকম পদ্ধতিই দেখানো হ'ল।

উদাহরণ 1. $2a+3b$ কে $a+b$ দ্বারা গুণ করে গুণফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় গুণফল $=(2a+3b)(a+b)$
$=2a(a+b)+3b(a+b)=2a.a+2a.b+3b.a+3b.b$
$=2a^2+2ab+3ab+3b^2=2a^2+5ab+3b^2$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি :

$(2a+3b)(a+b)=2a.a+2a.b+3b.a+3b.b$
$=2a^2+2ab+3ab+3b^2=2a^2+5ab+3b^2$

বিকল্প পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} 2a+3b \\ a+b \\ \hline 2a^2+3ab \qquad \\ +2ab+3b^2 \\ \hline \end{array}$$

(সদৃশ পদের নিচে সদৃশ পদ রেখে যোগ করা হয়)

নির্ণেয় গুণফল $=2a^2+5ab+3b^2$

উদাহরণ 2. $8x^2+2x$ কে $x+5$ দ্বারা গুণ করে গুণফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় গুণফল $=(8x^2+2x)(x+5)=(x+5)(8x^2+2x)$
$=x(8x^2+2x)+5(8x^2+2x)$
$=x.8x^2+x.2x+5.8x^2+5.2x$
$=8x^3+2x^2+40x^2+10x$
$=8x^3+42x^2+10x$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি :

$(x+5)(8x^2+2x)=x.8x^2+x.2x+5.8x^2+5.2x$
$=8x^3+2x^2+40x^2+10x=8x^3+42x^2+10x$

বিকল্প পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} 8x^2+2x \\ x+5 \\ \hline 8x^3+2x^2 \qquad \\ +40x^2+10x \\ \hline \end{array}$$

নির্ণেয় গুণফল $=8x^3+42x^2+10x$

উদাহরণ 3. $a=x^2-y^2$, $b=y^2-z^2$ হলে,
$a(x+y)+b(y+z)$ এর মান নির্ণয় কর।

প্রদত্ত রাশি $=(x^2-y^2)(x+y)+(y^2-z^2)(y+z)$
$=x^2(x+y)-y^2(x+y)+y^2(y+z)-z^2(y+z)$
$=x^3+x^2y-xy^2-y^3+y^3+y^2z-yz^2-z^3$
$=x^3+x^2y-xy^2+y^2z-yz^2-z^3$.

প্রশ্নমালা 13

1. প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা গুণ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(i) $x+2$, $3x+1$.
(ii) $2x-3$, $6x+8$.
(iii) x^2+y^2, $x+y$.
(iv) $2x^2-a$, $a+x$.
(v) $5a^4+6b$, $2a+3b$.
(vi) $8a^2-6a$, $-a-b$.
(vii) $9-5a$, $-3a^2+b$.
(viii) $11a^2+5a$, $9a^2-3a$.
(ix) $3x^2-7y^2$, $mx+ny$.
(x) $2a^3-3a$, $-11a+7$.
(xi) $8x^2+7x^4$, $9x^3+11x^2$.
(xii) $xy-yz$, $x-y$.
(xiii) ax^3+by^3, a^2+b^2.
(xiv) $8x^3-13y^2$, $2x^3-11y^2$.
(xv) ax^2+c, $-bx^2+d$.

2. সরল কর :

(i) $(a+b)(a-b)+(b+c)(b-c)+(c+a)(c-a)$
(ii) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)+(b^2+c^2)(b^2-c^2)+(c^2+a^2)(c^2-a^2)$
(iii) $(a+b)(a^2-b^2)+(b+c)(b^2-c^2)+(c+a)(c^2-a^2)$

3. $a=lx+m$, $b=my+n$, $c=nz+l$ হলে
$a(l+m)+b(m+n)+c(n+l)$ এর মান নির্ণয় কর।

4. $p=ax+by$, $q=by+cz$ এবং $r=cz+ax$ হলে

$p(a+b)+q(b+c)+r(c+a)$ এর মান নির্ণয় কর।

4.4. সহজ ভাগ ঃ

বহুপদ রাশিকে একপদ রাশি দ্বারা ভাগ

আমরা ইতিপূর্বে দেখেছি,

$$(a+b)\div x=\frac{a+b}{x}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x}.$$

এইভাবে

$$(a+b+c)\div x=\frac{a+b+c}{x}=\frac{a}{x}+\frac{b+c}{x}$$

$$=\frac{a}{x}+\frac{b}{x}+\frac{c}{x}$$

অর্থাৎ ভাজ্যের প্রত্যেক পদকে ভাজক পদটি দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগফলগুলি পাওয়া যাবে তাদের সমষ্টিই নির্ণেয় ভাগফল হবে।

যেমন,

(1) $\frac{a+b+c}{5}=\frac{a}{5}+\frac{b}{5}+\frac{c}{5}$

(2) $\frac{2a+3b+5c}{x}=\frac{2a}{x}+\frac{3b}{x}+\frac{5c}{x}$

ভাগের সূচ নিয়ম

গুণের সূচক নিয়ম থেকে তোমরা জান,

$$a^m\times a^n=a^{m+n}$$

সুতরাং ভাগের ধারণা অনুসারে

$$a^{m+n}\div a^m=a^n$$

অর্থাৎ $\frac{a^{m+n}}{a^m}=a^n=a^{m+n-m}$

পঞ্চম অধ্যায়

বীজগণিতীয় সূত্রাবলী ও তাদের সহজ ব্যবহার

5.1. দুটি পদের সমষ্টির বর্গ :

আমরা জানি কোন একটি রাশিকে সেই রাশি দিয়ে গুণ করলে যে গুণফল পাওয়া যায় তা ঐ রাশিটির বর্গ। পাটীগণিতে দেখেছি, $5\times5=25$ বা, $5^2=25$, $9\times9=81$ বা, $9^2=81$, $11\times11=121$ বা, $11^2=121$; এখানে 25, 81, 121 যথাক্রমে 5, 9, 11 এর বর্গ। ঠিক এরকমভাবে বীজগণিতের ক্ষেত্রেও আমরা লিখতে পারি $a^2=a\times a$, $x^2=x\times x$, $p^2=p\times p$ ইত্যাদি। এখন মনে করা যাক কোন একটি রাশি x দুটি পদ a ও b-এর সমষ্টির সমান।

অর্থাৎ $x=a+b$

এখন $x^2=x\times x$

$\therefore\ (a+b)^2=(a+b)\times(a+b)$

এখন $(a+b)$-কে $(a+b)$ দিয়ে গুণ করলে কত হয় দেখা যাক।

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$
$$=a(a+b)+b(a+b)$$
$$=a^2+ab+ba+b^2$$
$$=a^2+ab+ab+b^2 \quad [\text{গুণনের বিনিময় নিয়মানুযায়ী } ab=ba]$$
$$=a^2+2ab+b^2$$

গুণ প্রক্রিয়ায় :

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

এরকমভাবে $(x+y)$-কে $(x+y)$ দিয়ে বা $(m+n)$-কে $(m+n)$ দিয়ে গুণ করলে দেখা যাবে,

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= (x+y)(x+y)\\ &= x(x+y)+y(x+y)\\ &= x^2+xy-xy+y^2\\ &= x^2+2xy+y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(m+n)^2 &= (m+n)(m+n)\\ &= m(m+n)+n(m+n)\\ &= m^2+mn+mn+n^2\\ &= m^2+2mn+n^2\end{aligned}$$

উপরের যে গুণফলগুলি পাওয়া গেল, তাদের প্রতিটি গুণফলই কিন্তু দুটি পদের সমষ্টির বর্গ। দেখা যাচ্ছে, প্রতিটি গুণফলের একটি সাধারণ আকার রয়েছে। সেই সাধারণ আকারটিকে আমরা এভাবে লিখতে পারি,

(1ম পদ + 2য় পদ)^2 = (1ম পদ)^2 + 2(1ম পদ × 2য় পদ) + (2য় পদ)^2

এখন 1ম পদকে a এবং 2য় পদকে b প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করলে উপরের নিয়মটিকে আমরা লিখতে পারি :

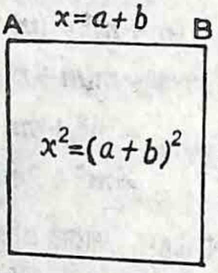
$$\boxed{(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2} \quad \cdots \quad (1)$$

ডানদিকের রাশিটিকে $(a+b)^2$-এর বিস্তৃতি বলা হয়। অর্থাৎ $(a+b)$-এর বর্গ নির্ণয় করার অর্থ হ'ল $(a+b)^2$-এর বিস্তৃতি নির্ণয় করা। যে কোন দুটি পদের সমষ্টির বর্গ করতে আমরা এই নিয়মটি ব্যবহার করতে পারি। এটি বীজগণিতের একটি প্রয়োজনীয় সূত্র।

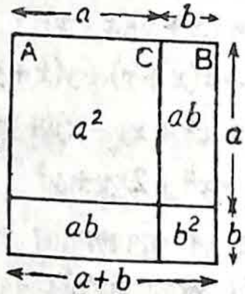
দুটি পদের সমষ্টির বর্গ নির্ণয়ের যে সূত্রটি পাওয়া গেল, জ্যামিতিক প্রণালীতে আমরা এর যাথার্থ্য পরীক্ষা করে দেখতে পারি।

78 পৃষ্ঠার চিত্রে, AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য $x=a+b$. AC রেখাংশের দৈর্ঘ্য $=a$, BC রেখাংশের দৈর্ঘ্য $=b$. AB-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র $=x^2=(a+b)^2$

AC-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র $= a^2$ BC-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র $= b^2$



1ম চিত্র



2য় চিত্র

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$\therefore$ $(a+b)$-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের মধ্যে রয়েছে (2য় চিত্রে) a-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ; b-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র এবং অপর দুটি আয়তক্ষেত্র যাদের প্রত্যেকটির দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a এবং b ; সুতরাং প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ab. সুতরাং জ্যামিতিক চিত্র থেকে পাই,

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

উদাহরণের সাহায্যে প্রাপ্ত সূত্রটির পরীক্ষা করে দেখা যাক। তোমরা জান $15^2 = 225$, সরাসরি 15-কে 15 দিয়ে গুণ করেই এ মান পাওয়া যায়। এখন সূত্রের ব্যবহার করে দেখা যাক। 15-কে দুটি পদের সমষ্টি $10+5$ আকারে লেখা যায়।

$$\begin{aligned}
\therefore\ (15)^2 &= (10+5)^2 \\
&= (a+b)^2 \quad [\,10 = a,\ 5 = b \text{ ধরে}\,] \\
&= a^2 + 2ab + b^2 \\
&= (10)^2 + 2.10.5 + (5)^2 \\
&= 100 + 100 + 25 = 225.
\end{aligned}$$

সুতরাং গুণ করে এবং সূত্রের সাহায্যে একই মান পাওয়া গেল।

অনুরূপে অন্যান্য সংখ্যা নিয়ে তোমরা পরীক্ষা করে দেখতে পার।

উদাহরণ 1. $(a+5)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

এখানে প্রথম পদ $=a$, দ্বিতীয় পদ $=5$, সুতরাং (1)নং সূত্রানুযায়ী,

$(a+5)^2=(a)^2+2.a.5+(5)^2=a^2+10a+25.$

উদাহরণ 2. $(6+b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

এখানে প্রথম পদ $=6$, দ্বিতীয় পদ $=b$

$\therefore$ সূত্রানুযায়ী $(6+b)^2=(6)^2+2.6.b+(b)^2$

$=36+12b+b^2$

উদাহরণ 3. 902 এর বর্গ নির্ণয় কর।

$$(902)^2=(900+2)^2=(900)^2+2.900.2+(2)^2$$
$$=810000+3600+4$$
$$=813604$$

তোমরা জান, $2a\times 2a=4a^2$

বা $(2a)^2=2^2.a^2$

সুতরাং বীজগণিতীয় কোন পদ যদি সহগযুক্ত হয়, তবে পদটির বর্গ করলে হবে সহগের বর্গ ও বীজগণিতীয় সংখ্যার বর্গের গুণফল।

এরকম ভাবে, $5m\times 5m=5^2.m^2$

অতএব, $(5m)^2=5^2.m^2=25m^2$

ঠিক এরকম ভাবে, $(ab)^2=a^2b^2$

$(abc)^2=a^2b^2c^2.$

উদাহরণ 4. $3p+q$ রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর।

$(3p+q)^2=(a+b)^2$ [$3p=a$, $q=b$ ধরে]

$=a^2+2ab+b^2$

$=(3p)^2+2.3p.q+q^2$ [a, b-এর

$=9p^2+6pq+q^2$ মান বসিয়ে]

উদাহরণ 5. $(4m+5n)^2$-এর মান নির্ণয় কর।

$$(4m+5n)^2=(a+b)^2 \quad [\, 4m=a,\ 5n=b \text{ ধরে} \,]$$
$$=a^2+2ab+b^2$$
$$=(4m)^2+2.4m.5n+(5n)^2$$
$$=16m^2+40mn+25n^2$$

তিনটি বা ততোধিক পদের সমষ্টির বর্গ

দুটি পদের সমষ্টির বর্গের সূত্রের সাহায্যেই তিনটি বা তার বেশি পদের সমষ্টির বর্গ নির্ণয় করা যায়। নিচের উদাহরণ দুটি লক্ষ করা যাক।

উদাহরণ 6. $(x+y+z)^2$-এর মান নির্ণয় কর।

$$(x+y+z)^2=\{(x+y)+z\}^2$$
$$=(a+b)^2 \quad [\, x+y=a,\ z=b \text{ ধরে} \,]$$
$$=a^2+2ab+b^2$$
$$=(x+y)^2+2(x+y)z+z^2 \quad [\, a, b \text{ এর মান বসিয়ে} \,]$$
$$=x^2+2xy+y^2+2zx+2yz+z^2 \quad [\text{ পুনরায় সূত্র}$$
$$=x^2+y^2+z^2+2zy+2zx+2xy \quad \text{প্রয়োগ করে} \,]$$

উদাহরণ 7. $(p+q+r+s)^2$-এর মান নির্ণয় কর।

$$(p+q+r+s)^2=\{(p+q)+(r+s)\}^2$$
$$=(a+b)^2 \quad [\, p+q=a,\ r+s=b \text{ ধরে} \,]$$
$$=a^2+2ab+b^2$$
$$=(p+q)^2+2(p+q)(r+s)+(r+s)^2$$
$$=p^2+2pq+q^2+2pr+2qr+2ps+2qs+r^2+2rs+s^2$$
$$=p^2+q^2+r^2+s^2+2pq+2pr+2qr+2ps+2qs+2rs$$

মন্তব্য : তিনটি পদের সমষ্টির বর্গ নির্ণয়ের সূত্র :

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

প্রশ্নমালা 15

নিম্নলিখিত রাশিগুলির বর্গ নির্ণয় কর :

1. $a+3$ 2. $8+b$ 3. $1+c$ 4. $a+x$
5. $m+p$ 6. $6x+1$ 7. $3a+5$ 8. $1+9c$
9. $m+2n$ 10. $a+3b$ 11. $p+4q$ 12. $4x+5y$
13. $8a+3b$ 14. $5c+7d$ 15. $10m+5n$ 16. $ab+c$
17. $p+qr$ 18. $xy+2z$ 19. $3a+bc$ 20. $lm+np$
21. $2xy+z$ 22. $a+3bc$ 23. $abc+d$ 24. $3x+mnp$
25. $a+b+8$ 26. $m+n+p$ 27. $a+x+2p$ 28. $x+2y+z$
29. $3m+2n+p$ 30. $a+b+cd$ 31. $x+2y+zp$
32. $p+q+r+5$ 33. $l+2m+n+3p$
34. $1+2a+3b+4c$ 35. $a+2b+3c+d$
36. $m+n+2p+3q$.

যে বীজগণিতীয় সূত্রটি জানা গেল তার সাহায্যে আমরা কোন কোন রাশিকে পূর্ণবর্গাকারে লিখতে পারি।

উদাহরণ 8. $16m^2+40mn+25n^2$-কে পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ কর।

$$16m^2+40mn+25n^2 = (4m)^2+2.4m.5n+(5n)^2$$
$$= a^2+2ab+b^2 \text{ [}5m=a,\ 5n=b \text{ ধরে]}$$
$$= (a+b)^2$$
$$= (4m+5n)^2 \text{ [}a,\ b\text{-এর মান বসিয়ে]}$$

উদাহরণ 9. $25x^2+10x+1$-কে পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ কর এবং যখন $= -\frac{1}{5}$ তখন রাশিটির মান নির্ণয় কর।

$$25x^2+10x+1=(5x)^2+2.5x.1+(1)^2$$

[রাশিটি $a^2+2ab+b^2$ আকারে প্রকাশিত হ'ল]

$$=(5x+1)^2$$

$$=\{5(-\tfrac{1}{5})+1\}^2 \quad [\, x=-\tfrac{1}{5} \text{ বসিয়ে} \,]$$

$$=(-1+1)^2=0$$

উদাহরণ 10. সূত্রের সাহায্যে সরল কর :

$$(3x+5y)^2-2(3x+5y)(2x-5y)+(2x-5y)^2$$

$3x+5y=a$, $2x-5y=b$ ধরলে,

প্রদত্ত রাশি $=a^2+2ab+b^2$

$$=(a+b)^2$$

$$=(3x+5y+2x-5y)^2 \quad [\, a, b\text{-এর মান বসিয়ে} \,]$$

$$=(5x)^2=25x^2$$

বীজগণিতীয় সূত্রটির সাহায্যে আমরা লিখতে পারি,

$$a^2+b^2=a^2+b^2+2ab-2ab \quad [\, 2ab \text{ যোগ ও}$$

$$=(a+b)^2-2ab \quad \text{বিয়োগ করা হ'ল} \,]$$

অর্থাৎ $\boxed{a^2+b^2=(a+b)^2-2ab}$ ...(3)

উদাহরণ 11. $a+b=5$, $ab=6$ হলে a^2+b^2-এর মান কত ?

এখন $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$$=(5)^2-2.6=25-12=13$$

$\therefore$ a^2+b^2-এর মান হ'ল 13

উদাহরণ 12. $x+\dfrac{1}{x}=2$ হলে, দেখাও যে $x^2+\dfrac{1}{x^2}=2.$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=a^2+b^2 \quad [\, x=a,\ \frac{1}{x}=b \text{ ধরিলে} \,]$$

$$=(a+b)^2-2ab$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}$$

$$=(2)^2-2=4-2=2 \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

[মন্তব্য : কোন ভগ্নাংশের বর্গ করলে, লব ও হর উভয়ের বর্গ হবে।

অর্থাৎ $\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{(a)^2}{(b)^2}=\frac{a^2}{b^2}$ বা, $\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{(1)^2}{x^2}=\frac{1}{x^2}$.]

প্রশ্নমালা 14

1. সূত্রের সাহায্যে সরল কর :

(i) $(m+n)^2+2(m+n)(m-n)+(m-n)^2$

(ii) $(5x+y)^2+2(5x+y)(x-y)+(x-y)^2$

(iii) $(3a-4b)^2+2(3a-4b)(a+4b)+(a+4b)^2$

(iv) $(3a-2b+c)^2+2(3a-2b+c)(a+2b-c)+(a+2b-c)^2$

(v) $(3x+2y-4z)^2+2(3x+2y-4z)(4z-2x-y)$
$+(4z-2x-y)^2$

2. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ কর :

(i) $9a^2+6a+1$ (ii) $4a^2+2a+\frac{1}{4}$

(iii) $4a^2+12ab+9b^2$ (iv) $1+\frac{4}{a}+\frac{4}{a^2}$

(v) $25a^2+40ab+16b^2$

3. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করে মান নির্ণয় কর :

(i) $131\times131+2\times131\times69+69\times69$

(ii) $6{\cdot}67\times6{\cdot}67+2\times6{\cdot}67\times3{\cdot}33+3{\cdot}33\times3{\cdot}33$

(iii) $49a^2+14a+1$, যখন $a=1$

(iv) $9x^2+24xy+16y^2$, যখন $x=3$, $y=-2$

(v) $36m^2+132mn+121n^2$, যখন $m=8$, $n=-5$

(vi) $64a^2+16a+1$, যখন $a=-\frac{1}{5}$.

4. নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে মান নির্ণয় কর :

(i) $a+b=10, ab=21$ হলে, a^2+b^2 এর মান কত ?

(ii) $x+y=2, xy=-15$ হলে, x^2+y^2 এর মান কত ?

(iii) $x+y=-8. xy=-20$ হলে, x^2+y^2 এর মান কত ?

(iv) $m+n=0, mn=-25$ হলে, m^2+n^2 এর মান কত ?

(v) $m+n=9, mn=18$ হলে, দেখাও যে $m^2+n^2=45$.

(vi) $p+q=-1, pq=-20$ হলে, দেখাও যে $p^2+q^2=41$.

(vii) $a+\frac{1}{a}=\frac{5}{2}$ হলে, $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

(viii) $p+\frac{6}{p}=7$ হলে, $p^2+\frac{36}{p^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

(ix) $5x+\frac{1}{x}=3$ হলে, দেখাও যে. $25x^2+\frac{1}{x^2}=26$.

(x) $m+\frac{1}{m}=-3$ হলে, দেখাও যে, $m^2+\frac{1}{m^2}=23$.

6·2. দুটি পদের অন্তরের বর্গ :

আমরা জানি, $x^2=x\times x$; এখন যদি x, দুটি পদ a ও b এর অন্তরফলের সমান হয়, তবে $x=a-b$, সুতরাং x-এর মান বসিয়ে আমরা পাব, $(a-b)^2=(a-b)\times(a-b)$

এখন $(a-b)$ কে $(a-b)$ দিয়ে গুণ করলে কত হয় দেখা যাক।

$(a-b)^2=(a-b)(a-b)$

$=a(a-b)-b(a-b)$
$=a^2-ab-ab+b^2$
$=a^2-ab-ab+b^2$
$=a^2-2ab+b^2$

গুণ প্রক্রিয়ার সাহায্যে

$$\begin{array}{r} a-b \\ a-b \\ \hline a^2-ab \\ -ab+b^2 \\ \hline a^2-2ab+b^2 \\ \hline \end{array}$$

তাহলে পাওয়া গেল, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

এরকম ভাবে $(p-q)$-কে $(p-q)$ দিয়ে এবং $(c-d)$-কে $(c-d)$ দিয়ে গুণ করলে আমরা পাব ঃ

$$\begin{aligned}(p-q)^2 &= (p-q)\times(p-q) \\ &= p(p-q)-q(p-q) \\ &= p^2-pq-pq+q^2 \\ &= p^2-2pq+q^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(c-d)^2 &= (c-d)\times(c-d) \\ &= c(c-d)-d(c-d) \\ &= c^2-cd-cd+d^2 \\ &= c^2-2cd+d^2\end{aligned}$$

উপরের গুণফলগুলি লক্ষ করে দেখা যাবে, এদের মধ্যে একটি সাধারণ নিয়ম রয়েছে। সেই সাধারণ নিয়মটিকে আমরা পূর্ব সূত্রের ন্যায় একটি সাধারণ সূত্রাকারে লিখতে পারি।

(1ম পদ $-$ 2য় পদ$)^2$ = (1ম পদ$)^2$ $-2\times$(1ম পদ $\times$ 2য় পদ) + (2য় পদ$)^2$

প্রথম পদকে a আর দ্বিতীয় পদকে b ধরলে আমরা লিখতে পারি,

$$\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2} \quad \cdots (4)$$

পূর্বের ন্যায় ডানপাশের রাশিকে $(a-b)^2$-এর বিস্তৃতি বলা যেতে পারে।

আগের মত জ্যামিতিক উপায়েও আমরা এই সূত্রের যাথার্থ্য পরীক্ষা করে দেখতে পারি। পাশের চিত্রে

AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য a.

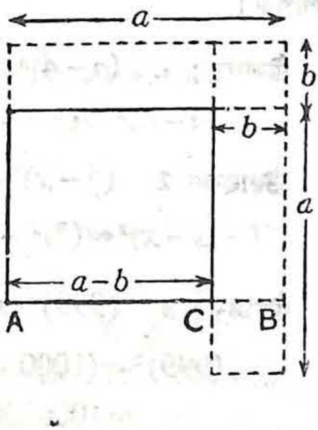
BC রেখাংশের দৈর্ঘ্য b.

AC রেখাংশের দৈর্ঘ্য $a-b$.

AC-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র = $(a-b)^2$

AB-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র $=a^2$

BC-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র b^2



চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, a-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ও b-এর উপর

অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি থেকে a ও b বাহুবিশিষ্ট দুটি আয়তক্ষেত্র বাদ দিলে $(a-b)$-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রটি পাওয়া যায়।

তাই জ্যামিতিক চিত্র থেকেও আমরা পাই,

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

সুতরাং আমরা লিখতে পারি, দুটি পদের অন্তরের বর্গ = পদদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি থেকে পদদ্বয়ের গুণফলের দ্বিগুণের বিয়োগফল।

এই সূত্রটি $(a+b)^2$-এর বিস্তৃতির সাহায্যেও পাওয়া যেতে পারে।

$$(a-b)^2 = \{a+(-b)\}^2$$
$$= \{a+x\}^2 \quad [-b = x \text{ ধরে}]$$
$$= a^2 + 2ax + x^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

মন্তব্য : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$(a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

লক্ষ্য করে দেখা যাবে বিস্তৃতি দুটির পার্থক্য কেবল $2ab$ পদটির চিহ্নে। একটু ভেবে দেখলেই এর কারণ খুঁজে পাবে। প্রথমক্ষেত্রে দুটি রাশিই ধনাত্মক কিন্তু দ্বিতীয়টিতে একটি ধনাত্মক ও অপরটি ঋণাত্মক।

উদাহরণ 1. $(a-4)^2$-এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

$$(a-4)^2 = (a)^2 + 2.a.4 + (4)^2 = a^2 - 8a + 16$$

উদাহরণ 2. $(5-x)^2$-এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

$$(5-x)^2 = (5)^2 - 2.5.x + (x)^2 = 25 - 10x + x^2$$

উদাহরণ 3. $(999)^2$-এর মান নির্ণয় কর।

$$(999)^2 = (1000-1)^2 = (1000)^2 - 2.1000.1 + (1)^2$$
$$= 1000000 - 2000 + 1$$
$$= 1000001 - 2000 = 998001$$

উদাহরণ 4. $4m-n$ রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর।

$(4m-n)^2=(4m)^2-2.4m.n+(n)^2$ [$4m=a$, $n=b$
$=16m^2-8mn+n^2$ মনে করে]

উদাহরণ 5. $(6x-5y)^2$-এর বিস্তৃতি লেখ।

$(6x-5y)^2=(6x)^2-2.6x.5y+(5y)^2$ [$6x=a$,
$=36x^2-60xy+25y^2$ $5y=b$ মনে করে]

উদাহরণ 6. $(x+y-z)^2$-এর মান নির্ণয় কর।

$(x+y-z)^2=\{(x+y)-z\}^2$
$=(a-z)^2$ [$x+y=a$ ধরে]
$=a^2-2az+z^2$
$=(x+y)^2-2(x+y)z+z^2$
[a-এর মান বসিয়ে]
$x^2+2xy+y^2-2zx-2yz+z^2$
$=x^2+y^2+z^2-2yz-2zx+2xy$

উদাহরণ 7. $(a+b)^2$-এর বিস্তৃতির সাহায্যে $(2x-5)^2$-এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

$(2x-3y)^2=\{2x+(-3y)\}^2$
$=(a+b)^2$ [$2x=a$, $-3y=b$ ধরে]
$=a^2+2ab+b^2$
$=(2x)^2+2.2x.(-3y)+(-3y)^2$[a, b-এ মান বসিয়ে]
$=4x^2-12xy+9y^2$

প্রশ্নমালা 17

I. $(a-b)^2$ এর বিস্তৃতির সাহায্যে নিম্নলিখিত রাশিগুলির বর্গ নির্ণয় কর:

1. $a-2$ 2. $3-b$ 3. $a-c$ 4. $x-p$
5. $3x-y$ 6. $4p+q$ 7. $m-3n$ 8, $c-4d$
9. $5a-2b$ 10. $5x-3y$ 11. $8b-5d$ 12, $10m+5n$
13. $ab-c$ 14. $m-np$ 15. $xy-3x$ 16. $ab-cd$

17. $lm-np$ 18. $2xy-a$ 19. $a-2bc$ 20. $abc-d$
21. $l-mnp$ 22. $3a-bcd$ 23. $a+b-c$ 24. $x-y-z$
25. $m+2n-3p$ 26. $a+b+c-d$ 27. $(l+m)-(n-y)$
28. $(a-2b)-(3c-4d)$.

II. $(a+b)^2$-এর বিস্তৃতির সাহায্যে নিম্নলিখিত রাশিগুলির বর্গ নির্ণয় কর ঃ
29. $a-5b$ 30. $5x-2z$ 31. $2m-3n$
32. $a+b-c$ 33. $2x+y-3z$ 34. $3p+2q-z$

III. মান নির্ণয় কর ঃ
35. 99^2 36. 9999^2 37. 498^2 38. 690^2.

উপরের সূত্রটি থেকে কয়েকটি অনুসিদ্ধান্ত করা যায়।

অনু 1. $a^2+b^2=a^2+b^2-2ab+2ab$

$$\therefore \boxed{a^2+b^2=(a-b)^2+2ab} \quad \ldots\ (5)$$

অনু 2. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=a^2-2ab+b^2+4ab$

$$\therefore \boxed{(a+b)^2=(a-b)^2+4ab} \quad \ldots\ (6)$$

অনু 3. $(x-b)^2=a^2-2ab+b^2=a^2+2ab+b^2-4ab$

$$\therefore \boxed{(a-b)^2=(a+b)^2-4ab} \quad \ldots\ (7)$$

অনু 4. $(a+b)^2+(a-b)^2=a^2+2ab+b^2+x^2-2ab+b^2$

$$\therefore \boxed{(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)} \quad \ldots\ (8)$$

অনু 5. $(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+2ab+b^2$
$-(a^2-2ab+b^2)=4ab$

$$\therefore \boxed{4ab=(a+b)^2-(a-b)^2} \quad \ldots\ (9)$$

উদাহরণ 1. $25a^2-40ab+16b^2$ রাশিটিকে পূর্ণবর্গের আকারে প্রকাশ কর।

$25a^2-40ab+16b^2=(5a)^2-2.5a.4b+(4b)^2=(5a-4b)^2$

উদাহরণ 2. $x-y=2$ এবং $xy=24$ হলে, x^2+y^2-এর মান কত ?

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=(2)^2+2.24=4+48=52$

মন্তব্য : আমরা দেখেছি a^2+b^2-এর আর একটি সূত্র হ'ল $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$; যখন $a+b$-এর মান দেওয়া থাকবে, তখন এই সূত্রটি ব্যবহার করবে। আর এখানে উদা. 2-এ $x-y$-এর মান দেওয়া আছে। তাই অপর সূত্রটি ব্যবহার করা হ'ল।

উদাহরণ 3. $a-b=5$ এবং $ab=24$ হলে, $(a+b)^2$-এর মান কত ?

$$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=(5)^2+4.24=25+96=121$$

$$\therefore\ (a+b)^2=121$$

উদাহরণ 4. $m+n=10$, $m-n=2$ হলে m^2+n^2-এর মান নির্ণয় কর।

$$2(m^2+n^2)=(m+n)^2+(m-n)^2=(10)^2+(2)^2=100+4=104$$

$$\therefore\ m^2+n^2=52$$

উদাহরণ 5. $x-\frac{1}{x}=\frac{5}{6}$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$-এর মান নির্ণয় কর।

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2.x.\frac{1}{x}=\left(\frac{5}{8}\right)^2+2=\frac{25}{36}+2=2\frac{25}{36}$$

উদাহরণ 6. সরল কর :

$$(3x-5y)^2-2(3x-5y)(2x-5y)+(2x-5y)^2$$

$3x-5y=a$, $2x-5y=b$ ধরলে,

প্রদত্ত রাশি $=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2=\{(3x-5y)-2x-5y)\}^2$

$=(3x-5y-2x+5y)^2=(x)^2=x^2$

উদাহরণ 7. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করে মান নির্ণয় কর :

$16a^2-16ab+4b^2$, যখন $a=1$, $b=2$.

$16a^2-16ab+4b^2=(4a)^2-2.4a.2b+(2b)^2$

$=(4a-2b)^2=(4.1-2.2)^2=(4-4)^2=(0)^2=0.$

প্রশ্নমালা 18

1. সূত্রের সাহায্যে সরল কর :

(i) $(x+y)^2-2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$

(ii) $(3m-n)^2-2(3m-n)(m-n)+(m-n)^2$

(iii) $(3a+4b)^2-2(3a+4b)(a+4b)+(a+4b)^2$

(iv) $(3p+2q-r)^2-2(3p+2q-r)(p+2q-r)+(p+2q-r)^2$

(v) $(3x+2y-4z)^2-2(3x+2y-4z)(2x+y-3z)+(2x+y-3z)^2$

2. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ কর :

(i) $25x^2-10x+1$ (ii) $4a^2-2a+\frac{1}{4}$

(iii) $16m^2-40mn+25n^2$ (iv) $4x^2+\frac{9}{16y^2}-\frac{3x}{y}$

3. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করে মান নির্ণয় কর :

(i) $999\times999-2\times999\times989+989\times989$

(ii) $5{\cdot}37\times5{\cdot}37-2\times5{\cdot}37\times2{\cdot}37+2{\cdot}37\times2{\cdot}37$

(iii) $81a^2-18a+1$ যখন $a=-1$

(iv) $16x^2-40xy+25y^2$, যখন $x=2,\ y=-3$

(v) $x^2y^2-10xyz+25z^2$, যখন $x=1,\ y=-2,\ z=3$

(vi) $4(m+n)^2-12(m+n)p+9p^2$, যখন $m=-1, n=2, p=-3$

(vii) $49(2x-3y)^2-14(2x-3y)z+z^2$, যখন $x=0, y=1, z=2$

4. $x+y=10$, $xy=21$ হলে, $(x-y)^2$ এর মান কত ?

5. $x-\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$ হলে, প্রমাণ কর :

(i) $x^2+\frac{1}{x^2}=4\frac{1}{4}$, (ii) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=6\frac{1}{4}$

6. $m+n=13$, $m-n=2$ হলে, m^2+n^2 এর মান কত ?

7. $p-\frac{1}{p}=m$ হলে. প্রমাণ কর $p^2+\frac{1}{p^2}=m^2+2$

8. $x+y=8$, $x-y=2$ হলে, $4xy$ এর মান কত ?

9. $x+y=5$, $x-y=1$ হলে, $8xy(x^2+y^2)$ এর মান কত ?

10 $a+b=-1$, $a-b=9$ হলে, $8ab(a^2+b^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

11. $x+\frac{1}{x}=a$ হলে, প্রমাণ কর $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=a^3-4$

12. a^2+64 এর সঙ্গে a-এর একঘাত বিশিষ্ট কোন পদ যোগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে ?

13. $25a^2+36b^2$ থেকে ab সম্বলিত কোন্ পদ বিয়োগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে ?

5.3. দুটি পদের সমষ্টি ও সেই একই দুটি পদের অন্তরের গুণফল :

মনে করি, দুটি পদ a ও b ; তাহলে a ও b-এর সমষ্টি $(a+b)$ এবং অন্তর $(a-b)$; $(a+b)$-কে $(a-b)$ দিয়ে গুণ করলে হবে

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b)&=a(a-b)+b(a-b)\\&=a^2-ab+ba-b^2\\&=a^2-ab+ab-b^2\\&=a^2-b^2\end{aligned}$$

গুণন প্রক্রিয়ায়

$$\begin{array}{r}a+b\\a-b\\\hline a^2+ab\\-ab\times b^2\\\hline a^2\qquad-b^2\end{array}$$

ঠিক এরকমভাবে $x+y$-কে $x-y$ দ্বারা বা $r+s$-কে $r-s$ দ্বারা গুণ করলে হবে।

$$\begin{aligned}(x+y)(x-y)&=x(x-y)+y(x-y)\\&=x^2-xy+xy-y^2\\&=x^2-y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(r+s)(r-s)&=r(r-s)+s(r-s)\\&=r^2-rs+rs+s^2\\&=r^2-s^2.\end{aligned}$$

দুটি পদের সমষ্টি ও সেই একই দুটি পদের অন্তরের গুণফলগুলি, যা উপরের উদাহরণগুলিতে দেখানো হ'ল, তাদের প্রত্যেকটির একটি নির্দিষ্ট ধাঁচ রয়েছে। প্রতিটি গুণফলই প্রকাশিত হয়েছে, যে যে পদ নেওয়া হয়েছে তাদের বর্গের

অন্তর রূপে। অনুরূপভাবে আরও উদাহরণ নিয়ে তোমরা উপরের বক্তব্যের সত্যতা যাচাই করে দেখতে পার। এ সাধারণ নিয়মটিকে আরও একটি সূত্রের সাহায্যে এভাবে প্রকাশ করা হয়ে থাকে ঃ

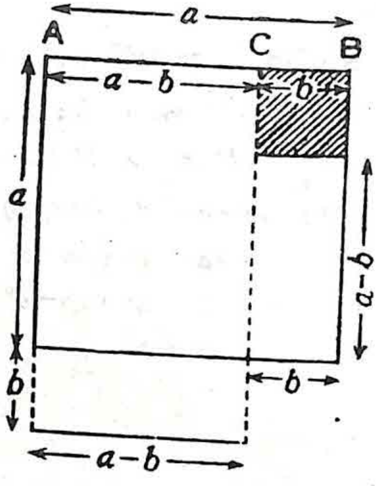
(1ম পদ + 2য় পদ) (1ম পদ − 2য় পদ) = (1ম পদ)^2 − (2য় পদ)^2

এখন 1ম পদকে a এবং 2য় পদকে b ধরলে আমরা লিখতে পারি,

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \quad \ldots\ (10)$$

পূর্বের ন্যায়, এ সূত্রের যাথার্থ্যও জ্যামিতির সাহায্যে যাচাই করে দেখা যেতে পারে

পাশের চিত্রে



AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য $=a$: AB-এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র থেকে BC $=b$ দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র (চিহ্নিত অংশ) কেটে নেওয়া হয়েছে।

অবশিষ্ট অংশের ক্ষেত্রফল $=a^2-b^2$

চিত্রের ন্যায় অবশিষ্ট অংশকে বিভক্ত করে, অংশদ্বয়কে একত্রিত করলে, অংশদ্বয় একটি আয়তক্ষেত্রের আকার নেয়, যার দৈর্ঘ্য $=a+b$, প্রস্থ $=a-b$. সুতরাং ক্ষেত্রফল $=(a+b)(a-b)$.

সুতরাং, জ্যামিতিক চিত্র থেকেও পাওয়া গেল

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

অর্থাৎ দুটি পদের সমষ্টি ও একই দুটি পদের অন্তরের গুণফল = পদদ্বয়ের বর্গের অন্তর।

মন্তব্য ঃ যেহেতু $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, সুতরাং $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$; এ থেকে লক্ষ করা যায় যে, কোন রাশিকে দুটি পদের বর্গের অন্তরফলের আকারে প্রকাশ করা গেলে ঐ রাশিটিকে দুটি রাশির গুণফলের আকারে লেখা যাবে। ঐ এক একটি রাশিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বলা হয়।

উদাহরণ 1. $a+5$ কে $a-5$ দিয়ে গুণ কর।

$(a+5)(a-5)=a^2-5^2$ [এখানে $5=b$ মনে করা হয়েছে]
$=a^2-25$

উদাহরণ 2. $8+b$ কে $8-b$ দিয়ে গুণ কর।

$(8+b)(8-b)=8^2-b^2=64-b^2$

উদাহরণ 3. $3x+4$কে $3x-4$ দিয়ে গুণ কর।

$(3x+4)(3x-4)=(a+b)(a-b)$ [$3x=a$, $4=b$ ধরে]
$=a^2-b^2=(3x)^2-(4)^2=9x^2-16$

উদাহরণ 4. $3c+5d$কে $6c-5d$ দিয়ে গুণ কর।

$(6c+5d)(6c-5d)=(a+b)(a-b)$ [$6c=a$, $5d=b$ ধরে]
$=a^2-b^2=(6c)^2-(5d)^2=36c^2-25d^2$

উদাহরণ 5. $144-x^2$ কে দুটি রাশির গুণফল আকারে প্রকাশ কর।

$144-x^2=(12)^2-x^2=a^2-b^2$ [$12=a$, $x=b$ ধরে]
$=(a+b)(a-b)=(12+x)(12-x)$

প্রশ্নমালা 19

সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর ঃ

1. $(a+4)(a-4)$ 2. $(5+a)(5-a)$ 3. $(m+8)(m-8)$
4. $(7+p)(7-p)$ 5. $(2x+5)(2x-5)$ 6. $(4p+1)(4p-1)$
7. $(3a+5x)(3a-5x)$ 8. $(6c+7d)(6c-7d)$
9. $(m+8a)(m-8a)$ 10. $(4p+b)(4p-b)$
11. $(am+n)(am-n)$ 12. $(pq+r)(pq-r)$
13. $(ax+by)(ax-by)$ 14. $(ab+cd)(ab-cd)$
15. $(2ab+c)(2ab-c)$ 16. $(3xy+z)(3xy-z)$
17. $(3mn+4pq)(3mn-4pq)$ 18. $(5pq+4rs)(5pq-4rs)$
19. $(a+b+c)(a+b-c)$ 20. $(x+y+z)(x+y-z)$
21. $(2m+n+p)(2m+n-p)$ 22. $(4p+2q+r)(4p+2q-r)$
23. $(a+2b+3c)(a+2b-3c)$ 24. $(2x-3y+4z)(2x-3y-4z)$
25. $(3p-4q+5r)(3p-4q-5r)$.

অন্যু. আমরা জানি $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a+b)^2$

বিয়োগ করে, $4ab \quad =(a+b)^2-(a-b)^2$

অর্থাৎ, $ab=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}$ [উভয় পক্ষকে 4 দিয়ে ভাগ করে]

অর্থাৎ, $ab=\frac{(a+b)^2}{4}-\frac{(a-b)^2}{4}$

অর্থাৎ, $\boxed{ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$ .... (11)

অর্থাৎ, 1ম পদ $\times$ 2য় পদ $=\left(\frac{\text{1ম পদ}+\text{2য় পদ}}{2}\right)^2-\left(\frac{\text{1ম পদ}-\text{2য় পদ}}{2}\right)^2$

সুতরাং বলা যেতে পারে, দুটি পদের গুণফলকে সেই পদদ্বয়ের সমষ্টির ও অন্তরের অর্ধেকের বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করা যায়। অর্থাৎ বলা যেতে পারে, দুটি পদের গুণফলকে অপর দুটি পদের বর্গের অন্তররূপে প্র্কা। করা যায়।

উদাহরণ 5. সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর : 1109×109

$$1109 \times 1091=\left(\frac{1109+1091}{2}\right)^2-\left(\frac{1109-1091}{2}\right)^2$$

$$=\left(\frac{2200}{2}\right)^2-\left(\frac{18}{2}\right)^2=1100^2-9^2$$

$$=1210000-81=1209919.$$

উদাহরণ 6. সূত্রের সাহায্যে সরল কর :

$$(x-2y+3z)^2-(x+2y-3z)^2$$

$(x-2y+3z)^2-(x+2y-3z)^2$

$x-2y+3z=a,\ x+2y-3z=b$ ধরে পাওয়া যায়,

প্রদত্ত রাশি $=a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=\{(x-2y+3z)+(x+2y-3z)\}$

$\{(x-2y+3z)-(x+2y-3z)\}$

$=(x-2y+3z+x+2y-3z)(x-2y+3z-x-2y+3z)$

$=(2x)(-4y+6z)=-8xy+12xz.$

উদাহরণ 7. দুটি রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ কর :

$$49m^2-64n^2$$

$49m^2-64n^2=(7m)^2-(8n)^2=(7m+8n)(7m-8n).$

উদাহরণ ৪. দুটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর :

$(3x-2y)(x+y)$

$(3x-2y)(x+y)=ab$ [$3x-2y=a,\ x+y=b$ ধরে]

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$ [অনুসিদ্ধান্ত থেকে]

$$\left\{\frac{(3x-2y)+(x+y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(3x-2y)-(x+y)}{2}\right\}^2$$

$$=\left(\frac{3x-2y+x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{3x-2y-x-y}{2}\right)^2$$

$$=\left(\frac{4x-y}{2}\right)^2-\left(\frac{2x-3y}{2}\right)^2$$

প্রশ্নমালা 20

I. সূত্রের সাহায্যে গুণ কর :

1. 1001×999 2. 1320×1280 3. 1211×1189

II. সূত্রের সাহায্যে সরল কর :

4. $(x+y-z)^2-(x-y+z)^2$ 5. $(m+n+p)^2-(m-n-p)^2$

6. $(2x+2y+4z)^2-(3x-2y+4z)^2$

7. $(a+2b-3c)^2-(a-2b+3c)^2$

8. $3752\times3752-3742\times3742$

9. $(57632)^2-(57627)^2$ 10. $(665\cdot67)^2-(334\cdot33)^2$

10. $987654\times987654-987653\times987653$

III. দুটি রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ কর :

12. x^2-4y^2 13 $16a^2-c^2$ 14. $16m^2-25n^2$

15. $81y^2-100n^2$ 16. x^2-1 17. $4-p^2$

18. $(a+b)^2-(c+d)^2$ 19. $(2x+3y)^2-(x-y)^2$

20. $a^2+2ab+b^2-1$ 21. $x^2-4xy+4y^2-4$

Ix. দুটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর :

22. 87×43 23. 321×209

24. $(3x+2y)(x+4y)$ 25. $(5m-3y)(3m+2y)$.

ষষ্ঠ অধ্যায়

সহজ উৎপাদক নির্ণয়

6.1. কোন সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক কাকে বলে তা আমরা পাটীগণিতে জেনেছি। আমরা এও জেনেছি যে, কোন একটি সংখ্যাকে দুই বা তার বেশি মৌলিক সংখ্যার গুণফলরূপে প্রকাশ করে অর্থাৎ সংখ্যাগুলিকে মৌলিক সংখ্যার উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে তার উৎপাদকগুলি পাওয়া যায়। যেমন, $21=3\times7$; তাই $1, 3, 7, 3\times7=21$, 21-এর উৎপাদক। সেরকম, $105=3\times5\times7$; সুতরাং $1, 3, 5, 7, 3\times5=15, 3\times7=21, 5\times7=35, 3\times5\times7=105$ -এর প্রত্যেকেই 105-এর উৎপাদক।

বীজগণিতেও উৎপাদকে বিশ্লেষণ একইভাবে করা যেতে পারে। যেমন $ab=a\times b$;

ঠিক একইভাবে $abc=a\times b\times c$.

আমরা জানি বীজগণিতীয় রাশিগুলি একপদ বা বহুপদ বিশিষ্ট হতে পারে। যেমন (1) a, ab, x^2y, xyz প্রভৃতি একপদ রাশি।

(2) $a+b, a^2-ab, x^2y+xyz$ প্রভৃতি দ্বিপদ রাশি।

(3) $a^2b+ab+abc,\ a^3+b^3+c^3$ ইত্যাদি ত্রিপদ রাশি।

একপদ বিশিষ্ট রাশির ক্ষেত্রে পর্যবেক্ষণ দ্বারা সহজেই উৎপাদক নির্ণয় করা যায়। দ্বিপদ বা তার বেশি পদ বিশিষ্ট রাশির ক্ষেত্রে সংযোগ, বিনিময় প্রভৃতি মৌলিক নিয়মগুলি এবং আগের অধ্যায়ে তোমরা যে সূত্রগুলির সঙ্গে পরিচিত হয়েছ, সেগুলির সাহায্যে উৎপাদক নির্ণয় করা হয়। যেমন $ab+bc=ba+bc$ $=b(a+c)$.

বীজগণিতের রাশিগুলি এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে, তাই উৎপাদকগুলিও এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে। কিন্তু পাটীগণিতে যেহেতু সংখ্যাগুলি একপদের তাই উৎপাদকগুলিও সব সময়েই একপদের হয়।

বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদক নির্ণয়ে আমরা গুণনের বিনিময়, সংযোগ বা বিচ্ছেদ নিয়মের ব্যবহার করব। পরের পৃষ্ঠায় এই নিয়মগুলি ব্যবহার করে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হ'ল,।

উদাহরণ 1. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $6+2a$

$6+2a=2.3+2a=2(3+a)$ [গুণনের বিচ্ছেদ নিয়মানুযায়ী]

উদাহরণ 2. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $xy-yz$

$xy-yz=xy-zy$ [গুণনের বিনিময় নিয়মানুযায়ী]

$=(x-z)y.$

উদাহরণ 3. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $4ab^2+6a^2a$

$4ab^2+6a^2b=2.2ab.b+2.3a.ab=2.b.2ab+3a.2ab$

$=(2b+3a)2ab=2ab(2b+3a).$

উদাহরণ 4. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^2bc+ab^2c+abc^2$

$a^2bc+ab^2c+abc=a(abc)+b(abc)+c(abc)$

$=(a+b+c)abc.$

অনুশীলনী 21

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

1. $8+4x$ 2. $3a+6$ 3. $2a+4b$
4. $5p-10q$ 5. $ab+ac$ 6. $xy-zx$
7. $2mn+4mp$ 8. $axy-bxy$ 9. $abc-bcd$
10. x^2y+xy^2 11. a^2b-a^2c 12. $x^2yz+xy^2z+xyz^2$
13. $amn-bmn+cmn$ 14. $p^2a^2+p^2b^2+p^2c^3$
15. $a^2b^2m^2+a^2b^2n^2+a^2b^2p^2$.

6.2 সূত্রের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ :

পূর্ববর্তী অধ্যায়ে আমরা দেখেছি, $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$; অর্থাৎ a^2-b^2 আকারের কোন বীজগণিতীয় রাশিকে $(a+b)$ এবং $(a-b)$ এর গুণফল দ্বারা প্রকাশ করা যায়। সুতরাং $(a+b)$ ও $(a-b)$ রাশিদ্বয়ের প্রত্যেকে a^2-b^2 এর উৎপাদক। কোন বীজগণিতীয় রাশি যদি a^2-b^2 আকারে থাকে তবে তাকে সহজেই উপরোক্ত সূত্রের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়।

কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে সূত্রের ব্যবহার করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ দেখান হ'ল।

উদাহরণ 1. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : a^2-9

$a^2-9=a^2-3^2$

$=a^2-b^2$ [$3=b$ ধরা হ'ল]

$=(a+3)(a-3$ [b এর মান বসানো হ'ল]

উদাহরণ 2. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $25-x^2$

$25-x^2=5^2-x^2$ এখানে $a=5$, $x=b$ ধরলে,

$25-x^2=a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=(5+x)(5-x)$ [a, b এর মান বসিয়ে]

উদাহরণ 3. উৎপাদক বিশ্লেষণ কর : $25x^2-16$

$25x^2-16=(5x)^2-(4)^2$ [$5x=a$, $4=b$ ধরলে]

$=a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=(5x+4)(5x-4)$ [a, b এর মান বসিয়ে]

উদাহরণ 4. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $64m^2-49n$

$64m^2-49n^2=(8m)^2-(7n)^2=a^2-b^2$ [$8m=a$, $7n=b$ ধরলে]

প্রদত্ত রাশি$=(a+b)(a-b)=(8m+7n)(8m-7n)$

উদাহরণ 5. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

$$25(3a-2b)^2-16(2a+3b)^2$$

$25(3a-2b)^2-16(2a+3b)^2=5^2(3a-2b)^2-4^2(2a+3b)^2$

$=\{5(3a-2b)\}^2-\{4(2a+3b)\}^2=(15a-10b)^2-(8a+12b)^2$

$15a-10b=x$, $8a+12b=y$ ধরলে

প্রদত্ত রাশি$=x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=\{(15a-10b)+(8a+12b)\}\{(15a-10b)-(8a+12b)\}$

$=(23a+2b)(7a-22b)$.

উদাহরণ 6. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

$$100am^2-49a(2m-3n)^2$$

$100am^2-49a(2m-3n)^2=a\{100m^2-49(2m-3n)^2\}$

$=a[(10m)^2-\{7(2m-3n)\}^2]=a[(10m)^2-(14m-21n)^2]$

$10m=x,\ 14m-21n=y$ ধরলে

$=a(x^2-y^2)=a(x+y)(x-y)$

$=a\{10m+(14m-21n)\}\{10m-(14m-21n)\}$

$=a(10m+14m-21n)(10m-14m+21n)$

$=a(24m-21n)(21n-4m)=3a(8m-7n)(21n-4m)$

উদাহরণ 7. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^2-2ab-c^2+2bc$

এই রাশিটিকে সরাসরি a^2-b^2 আকারে লেখা যাচ্ছে না। এখন দেখতে হবে, কোন্ পদ যোগ ও বিয়োগ করলে রাশিটিকে a^2-b^2 আকারে লেখা যায়। প্রথম অংশে a^2-2ab রয়েছে। এর সঙ্গে b^2 যোগ করলে $a^2-2ab+b^2$ পাওয়া যাবে। b^2 যোগ করলে b^2 বিয়োগ করতে হবে। এখন দেখা যাক কি পাওয়া যায়।]

$a^2-2ab-c^2+2bc=a^2-2ab+b^2-b^2-c^2+2bc$

$=(a^2-2ab+b^2)-(b^2+c^2-2bc)$ [বন্ধনীর নিয়মানুযায়ী]

$=(a-b)^2-(b-c)^2$, ইহা অবশ্যই a^2-b^2 আকারের।

$=\{(a-b)+(b-c)\}\{(a-b)-(b-c)\}$

$=(a-b+b-c)(a-b-b+c)$

$=(a-c)(a-2b+c)$.

[লক্ষ কর, রাশিটিতে চারটি পদ, ঐ চারটি পদকে এমন ভাবে সাজানো যায় যে একটি ক্ষেত্রে a^2-b^2 এর সূত্র এবং অপর ক্ষেত্রে বিচ্ছেদ নিয়মের ব্যবহার করে দুটি রাশিতে পরিণত করা যায় এবং তারপর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায় :

$a^2-2ab-c^2+2bc=a^2-c^2-2ab+2bc$

$=(a+c)(a-c)-2b(a-c)=(o-c)(a+c-2b)$

$=(a-c)(a-2b+c)$]

প্রশ্নমালা 22

সূত্রের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

1. a^2-16
2. $4-m^2$
3. p^2-49
4. $81-c^2$
5. $25m^2-16$
6. $100-36d^2$

7. $1-9c^2$ 8. $4a^2-9b^2$ 9. $16p^2-49q^2$
10. $100x^2-121y^2$ 11. $a^2b^2-c^2$ 12. m^2n^2-4
13. $25-a^2b^2c^2$ 14. $m^2n^2-p^2q^2$ 15. $9p^2q^2-16r^2s^2$
16. $1-9a^2b^2c^2d^2$ 17. $12a^2-27x^2$ 18. $80x^2-125y^2$
19. ax^2-ay^2
20. $9m^2-81n^2$ 21. $m^2p^2-4m^2q^2$ 22. $(x+y)^2-4$
23. $1-(m+n)^2$ 24. $(a+b)^2-(a-b)^2$ 25. $100-(2a+3b)^2$
26. $(3x+4y)^2-64x^2$ 27. $(4m+3n)^2-(3m-2n)^2$
28. $9(5c+4d)^2-4(3c-2d)^2$ 29. $64ax^2-49a(x-2y)^2$
30. $(2a-b-c)^2-(a+2b-c)^2$
31. $(3x-4y+7z)^2-(2x-3y+5z)^2$
32. $(x^2+xy+y^2)^2-(x^2-xy+y^2)^2$
33. $9(3m+2n-p)^2-4(2m-3n+4p)^2$
34. $(m+n-p+q)^2-(m-n+p-q)^2$
35. $(2a+3b-4c+5d)^2-(2a-3b+4c-5d)^2$
36. $x^2(y-z)^2-y^2(z-a)^2$ 37. $x^2y^2(a+b)^2-p^2q^2(a-b)^2$
38. $a^2+b^2+2ab-c^2$ 39. $a^2-b^2+2bc-c^2$
40. $x^2-y^2+4yz-4z^2$ 41. $9m^2-n^2-p^2+2np$
42. $a^2-b^2+c^2-d^2-2(ac+bd)$
43. $2ab-a^2-b^2+c^2$ 44. $16x^2-4a^2-12ab-9b^2$
45. $a^2-1+2b-b^2$ 46. a^2-2a-b^2+2b
47. $4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2$ 48. $a^2-b^2-2ac+2bc$
49. $(a^2-b^2)(c^2-d^2)-4abcd$
50. $(a^2-b^2-c^2+d^2)^2-4(ad-bc)^2$.

6.3. আমরা জানি $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$. যদি a^2+b^2 আকারের কোন রাশি যদি এমন হয় যে $2ab$কে পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করা যায়, তাহলে সেই রাশিকে a^2-b^2 আকারে প্রকাশ করা যাবে এবং ফলে $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ সূত্রানুযায়ী উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে।

উদাহরণ 1. x^4+4y^4-কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$x^4+4y^4=(x^2)^2+(2y^2)^2$ [a^2+b^2 আকারে প্রকাশ করলে]

$=(x^2+2y^2)-2.x^2.2y^2$ [$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ সূত্র ব্যবহার করে]

$=(x^2+2y^2)^2-4x^2y^2$

$=(x^2+2y^2)^2-(2xy)^2$ [দেখা যাচ্ছে $2ab$ আকারের পদটি একটি পূর্ণবর্গরাশি]

$=(x^2+2y^2+2xy)(x^2+2y^2-2xy$

[$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ সূত্র ব্যবহার করে]

$=(x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2)$

কোন কোন সময় তিনপদ বিশিষ্ট একটি রাশি ঘাতের ক্রম অনুসারে সাজালে প্রথম ও শেষ পদ দুটি পূর্ণবর্গরাশি হবে। এই দুটি পদ যুক্ত রাশিটিকে a^2+b^2 আকারে লিখে হয় $(a+b)^2-2ab$ বা $(a-b)^2+2ab$ আকারে প্রকাশ করে মাঝের পদটি এবং $-2ab$ বা $2ab$ আকারের পদটি নিয়ে একটি পূর্ণবর্গরাশি হবে। সেসব ক্ষেত্রেও $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ সূত্রানুযায়ী রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে।

উদাহরণ 2. $x^4+x^2y^2+y^4$

$=(x^2)^2+(y^2)^2+x^2y^2=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+x^2y^2$

$=(x^2+y^2)^2-x^2y^2=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$

$=(x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)=(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2).$

উদাহরণ 3. $x^4+3x^2y^2+4y^4.$

$=(x^2)^2+(2y^2)^2+3x^2y^2=(x^2+2y^2)^2-2.x^2.2y^2+3x^2y^2$

$=(x^2+2y^2)^2-4x^2y^2+3x^2y^2=(x^2+2y^2)^2-x^2y^2$

$=(x^2+2y^2)^2-(xy)^2=(x^2+2y^2+xy)(x^2+2y^2-xy).$

উদাহরণ 4. $x^4-x^2y^2+16y^4$

$=(x^2)^2+(4y^2)^2-x^2y^2=(x^2+4y^2)^2-2.x^2.4y^2-x^2y^2$

$=(x^2+4y^2)^2-8x^2y^2-x^2y^2=(x^2+4y^2)^2-9x^2y^2$

$=(x^2+4y^2)^2-(3xy)^2=(x^2+4y^2+3xy)(x^2+4y^2-3xy)$

$=(x^2+3xy+4y^2)(x^2-3xy+4y^2).$

উদাহরণ 5. $x^4-3x^2y^2+y^4$
$=(x^2)^2+(y^2)^2-3x^2y^2=(x^2-y^2)^2+2x^2y^2-3x^2y^2$
$=(x^2-y^2)^2-x^2y^2=(x^2-y^2)^2-(xy)^2$
$=(x^2-y^2+xy)(x^2-y^2-xy)$
$=(x^2+xy-y^2)(x^2-xy-y^2)$.

দ্রষ্টব্য : 5নং উদাহরণটি লক্ষ কর। এখানে x^4+y^4কে $(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ আকারে লিখলে রাশিটি a^2-b^2 আকারে প্রকাশ করা যাচ্ছে না, কিন্তু $x^4+y^4=(x^2-y^2)^2+2x^2y^2$ লেখার ফলে রাশিটি a^2-b^2 আকারে প্রকাশ করা গেল। মনে রেখ, মাঝখানের পদটি '+' চিহ্ন যুক্ত হলে কখনই $a^2+b^2=(a^2-b^2)+2ab$ সূত্র ব্যবহার করা যাবে না।

তিনটি পদবিশিষ্ট রাশিকে ঘাত অনুসারে সাজালে প্রথম বা শেষ পদটি দুটি পদে বিশ্লেষণ করেও a^2-b^2 আকারে প্রকাশ করা যায় এবং তার ফলে রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়।

উদাহরণ 6. $x^2+2xy+8y^2$
$=x^2+2xy+y^2-9y^2=(x+y)^2-(3y)^2$
$=(x+y+3y)(x+y-3y(=(x+4y)(x-2y)$.

উদাহরণ 7. $8x^4-10x^2y^2-25y^4$
$=9x^4-x^5-10x^2y^2-25y^4=(3x^2)^2-(x^4+10x^2y^2+25y^4)$
$=(3x^2)^2-\{(x^2)^2+2.x^2.5y^2+(5y^2)^2\}=(3x^2)^2-(x^2+5y^2)^2$
$=(3x^2+x^2+5y^2)(3x^2-x^2-5y^2)=(4x^2+5y^2)(2x^2-5y^2)$

মন্তব্য : অষ্টম শ্রেণীতে এ জাতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের অন্য একটি পদ্ধতিও শিখবে।

প্রশ্নমালা 23

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

1. a^4+4
2. p^4+64q^4
3. $81x^4+4y^4$
4. $162+128n^4$
5. $a^4+2a^2b^2+16b^4$
6. $p^4-3p^2q^2+9q^4$
7. $x^8+x^4y^4+y^8$
8. $a^4-6a^2b^2+b^4$
9. $x^4-7x^2y^2+9y^4$
10. $a^4-13a^2b^2+4b^4$
11. $x^4+6x^2y^2+8y^4$
12. $p^4-2p^2q^2-15q^4$
13. $3m^4+2m^2n^2-n^4$
14. $5l^4-4l^2m^2-m^4$.

সপ্তম অধ্যায়

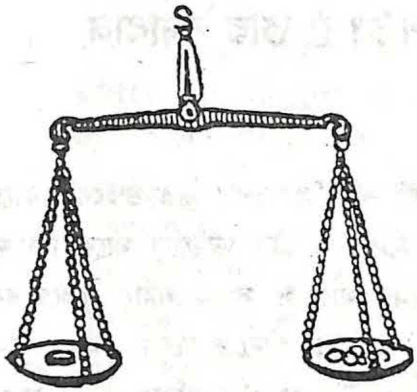
সরল সমীকরণ গঠন ও তার সমাধান

7.1. সমীকরণ গঠন :

ধরা যাক, মন্নুর কাছে 10টি মার্বেল এবং তার ভাইয়ের কাছে 8টি মার্বেল রয়েছে। অর্থাৎ মন্নুর ও তার ভাইয়ের মার্বেল সংখ্যা সমান নয়। যদি তাদের দুজনের মার্বেল সংখ্যা সমান করতে হয়, তবে মন্নুর ভাইয়ের আরও 2টি মার্বেল আনতে হবে। অর্থাৎ তখন $10=8+2$ হবে। অথবা মন্নুর 2টি মার্বেল সরিয়ে দিতে হবে। অর্থাৎ তখন $10-2=8$ হবে। দেখা যাচ্ছে, কম মার্বেলের সঙ্গে 2 যোগ করা হয়েছে আর বেশি মার্বেল থেকে একই 2 বিয়োগ করা হয়েছে। যেকোন ক্ষেত্রেই উভয়পক্ষ সমান করা হয়েছে। এখন যদি মন্নুকে বলা হয়, 'তার ভাইয়ের আর কটি মার্বেল থাকলে তার সমান হবে' অথবা 'তোমার থেকে কটি মার্বেল সরিয়ে নিলে দুজনের মার্বেল সমান হবে।' উভয়ক্ষেত্রে সেই অজ্ঞাত মার্বেল সংখ্যা 2 হবে।

আবার নিচের উদাহরণটি দেখা যাক। বাজারে গিয়ে বাসব 500 গ্রাম আলু কিনবে। দোকানদার একদিকে 500 গ্রামের বাটখারা চাপিয়ে অপর দিকে আলু চাপাবে যতক্ষণ না দাঁড়ি-পাল্লার দাঁড়িটি অনুভূমিক হয়। অনুভূমিক হবার জন্য আলুর পরিমাণ বাটখারার ওজনের ঠিক সমান হতে হবে। এই যে দুপক্ষকে 'সমান করা' এটাই সাধারণ অর্থে সমীকরণ। উভয়পক্ষের সমতা সম্পাদনের জন্য যদি কোন অজ্ঞাত রাশির ব্যবহার করা হয় এবং ঐ অজ্ঞাত রাশির কোন বিশেষ মানের জন্য

উভয়পক্ষের সমতা সম্পাদিত হয়, তাহলে তাকে সমীকরণ বলা হয় এবং ঐ অজ্ঞাত রাশি মান নিরূপণ করাকে বলা হয় সমীকরণের



সমাধান। এখন দেখা যাক কী করে সমীকরণ গঠন করা যায়।

ধরা যাক, টুলুর মা টুলুকে 20 টাকা দিয়ে বাজারে পাঠালেন। তার থেকে টুলু 10 টাকার চাল, 4 টাকার মাছ, 2 টাকার আলু, 1 টাকার অন্যান্য জিনিস কিনল। সুতরাং টুলু মোট $(10+4+2+1)$ টাকা বা 17 টাকার জিনিস কিনেছে। এই 17 টাকা, 20 টাকার সমান নয়। 17 টাকার সঙ্গে আর কত টাকা যোগ হলে তা 20 টাকার সমান হবে? তা অবশ্যই 3 টাকা। এই 3 টাকা টুলুর কাছে অবশিষ্ট রয়েছে। সুতরাং টুলু মোট যত টাকার বাজার করেছে এবং যত টাকা অবশিষ্ট রয়েছে তার সমষ্টিই মোট টাকার পরিমাণ। অর্থাৎ $20=17+3$. উপরের উদাহরণে টুলু 20 টাকা নিয়ে বাজারে গিয়েছিল। তা থেকে বিভিন্ন প্রকারের কয়েকটি জিনিস কেনার পর তার কাছে কিছু টাকা রয়েছে। টুলু মোট কত টাকার বাজার করেছে তা সে পাটীগণিতের সাহায্যেই জানতে পারবে। কিন্তু মনে করা যাক, বাকি টাকা পথে আসতে হঠাৎ কোনও রকমে হারিয়ে গেছে। অর্থাৎ কত টাকা টুলুর হাতে থাকার কথা তা তার জানা নেই। বীজগণিতে এরকম অজ্ঞাত সংখ্যাকে x বা অন্যান্য প্রতীক চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করতে হয় তা আগেই জানা হয়েছে। যত টাকা হাতে রয়েছে, তাকে x টাকা ধরা যাক। সুতরাং 17 টাকা খরচ এবং অবশিষ্ট

x টাকা মিলে মোট হবে $(17+x)$ টাকা ; যেহেতু টুলু 20 টাকা নিয়ে বাজারে গিয়েছিল। সুতরাং, $(17+x)$ টাকা অবশ্যই 20 টাকার সমান হবে।

$$\therefore \quad 17+x=20$$

এই যে রূপটি লেখা হ'ল তাই সমীকরণ।

মন্তব্য ঃ উপরের উদাহরণটিতে দেখা গেল x এর একটি মান $(x=3)$-এর জন্যই উভয়পক্ষের সমতা সম্পাদিত হয়েছে। কোন কোন ক্ষেত্রে অজ্ঞাত রাশির যেকোন মানের জন্যই উভয় পক্ষের সমতা সম্পাদিত হয়। তাদের আমরা বলি **অভেদ**।

উদাহরণ 1. রফিকের নিকট যত টাকা আছে, তার সঙ্গে আর 5 টাকা যুক্ত হলে 25 টাকার সমান হবে। বিবৃতিটিকে একটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ কর।

মনে করা যাক, রফিকের নিকট x টাকা আছে। এর সঙ্গে আর 5 টাকা যুক্ত হলে তার মোট টাকা হবে $(x+5)$; যেহেতু এই টাকা 25 টাকার সমান। সুতরাং আমরা লিখতে পারি,

$$x+5=25$$

এটাই নির্ণেয় সমীকরণ।

উদাহরণ 2. 'গণিতে কত নম্বর পেয়েছি' সুমনা একথা শিক্ষক মহাশয়কে জিজ্ঞাসা করাতে শিক্ষক মহাশয় তাকে বললেন, 'তুমি যে নম্বর পেয়েছ, তার থেকে 10 নম্বর বেশি পেলে তুমি মোট 85 নম্বর পেতে।' সমীকরণটি গঠন কর।

মনে করা যাক, সুমনা গণিতে x নম্বর পেয়েছে। 10 নম্বর বেশি পেলে তার নম্বর হ'ত $x+10$; কিন্তু 10 নম্বর বেশি পেলে সে 85 নম্বর পেত। তাহলে $x+10$ই 85 এর সমান হবে। অর্থাৎ $x+10=85$.

এটাই নির্ণেয় সমীকরণ।

উদাহরণ 3. কোন সংখ্যার 5 গুণের সঙ্গে 8 যোগ করলে সংখ্যাটি 38 হয়। সমীকরণটি নির্ণয় কর।

মনে করা যাক, সংখ্যাটি x ; তার 5 গুণ হ'ল $5x$; তার সঙ্গে 8 যোগ করলে হয় $5x+8$. সুতরাং প্রদত্ত শর্তানুযায়ী $3x+8=38$.

এটাই নির্ণেয় সমীকরণ।

উদাহরণ 4. বাচ্চু বুবাই ও বাবনের কাছে মোট 56টি মার্বেল ছিল। বুবাইয়ের মোট মার্বেলের সংখ্যা বাচ্চুর মার্বেলের সংখ্যার অর্ধেক এবং বাবনের মোট মার্বেলের সংখ্যা বুবাইয়ের মার্বেলের সংখ্যার অর্ধেক ছিল। বাচ্চুর মার্বেলের সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য যে সমীকরণটি প্রয়োজন তা গঠন কর।

মনে করা যাক, বাচ্চুর xটি মার্বেল ছিল। বুবাইয়ের মার্বেলের সংখ্যা বাচ্চুর মার্বেলের সংখ্যার অর্ধেক। সুতরাং বুবাইয়ের মার্বেলের সংখ্যা $=\frac{x}{2}$

আবার বাবনের মার্বেলের সংখ্যা বুবাইয়ের মার্বেলের সংখ্যার অর্ধেক। সুতরাং বাবনের মার্বেলের সংখ্যা $=\frac{1}{2}\times\frac{x}{2}=\frac{x}{4}$

তিনজনের মোট মার্বেলের সংখ্যার সমষ্টি 56. সুতরাং

$$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=56$$; এটাই নির্ণেয় সমীকরণ।

উদাহরণ 5. চন্দ্রার বর্তমান বয়স তার ছোট ভাই অপেক্ষা 8 বছর বেশি। 4 বছর পর চন্দ্রার বয়স তার ছোট ভাইয়ের বয়সের দ্বিগুণ হবে। তাদের বয়স নির্ণয়ের জন্য একটি সমীকরণ গঠন কর।

মনে করা যাক, চন্দ্রার ভাইয়ের বর্তমান বয়স x বছর। যেহেতু চন্দ্রার বয়স, তার ভাইয়ের বয়স অপেক্ষা 8 বছর বেশি। সুতরাং চন্দ্রার বর্তমান বয়স $(x+8)$ বছর। 4 বছর পর চন্দ্রা ও তার ভাই প্রত্যেকের বয়স 4 বছর করে বাড়বে।

তখন চন্দ্রার বয়স হবে অই $(x+8)+4=(x+12)$ বছর এবং তার ভাইয়ের বয়স হবে $=(x+4)$ বছর।

চন্দ্রার যে বয়স হবে তা তার ভাইয়ের যে বয়স হবে, তার দ্বিগুণ। সুতরাং চন্দ্রার ভাইয়ের 4 বছর পরের বয়সকে দ্বিগুণ করলে চন্দ্রার 4 বছর পরের বয়স পাওয়া যাবে।

অর্থাৎ, $2(x+4)=x+12$; এটাই নির্ণেয় সমীকরণ।

প্রশ্নমালা 24

নিম্নে প্রদত্ত সমস্যাগুলি সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সমীকরণ গঠন কর :

1 কোন্ সংখ্যা থেকে 45 বিয়োগ করলে বিয়োগফল 100 হবে ?

2. কোন্ সংখ্যার সঙ্গে 67 যোগ করলে যোগফল 200 হবে ?

3 কোন্ সংখ্যাকে 15 দিয়ে গুণ করলে গুণফল 375 হবে ?

4. কোন্ সংখ্যাকে 12 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল 432 হবে ?

5 কোন্ সংখ্যার $\frac{1}{3}$ অংশের সঙ্গে $\frac{1}{4}$ অংশ যোগ করলে যোগফল 35 হবে ?

6. কোন্ সংখ্যার 5 গুণের সঙ্গে 20 যোগ করলে যোগফল 100 হবে ?

7. কোন্ সংখ্যার 11 গুণ থেকে 63 বিয়োগ করলে বিয়োগফল 190 হবে ?

8. কোন্ সংখ্যার 5 গুণের সঙ্গে 15 যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটির 6 গুণ হবে ?

9. কোন পরীক্ষায় ইংরাজীতে ইন্দ্রানী যত নম্বর পেল মনোয়ারা তার থেকে 7 বেশি পাওয়ায়, দুজনের মোট নম্বরের সমষ্টি 117 হ'ল। কে কত নম্বর পেয়েছিল ?

10. স্কুলের কোন ক্রিকেট খেলায় বরেন যত রান করে, জন তার থেকে 8 রান বেশি করে এবং মইদুল 5 রান কম করে। তিনজনে মোট 108 রান করে। কে কত রান করেছিল ?

11 সুমন্ত কিছু টাকা নিয়ে বাজারে গেল। মোট টাকার $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে চাল, এবং $\frac{1}{4}$ অংশ দিয়ে সব্জি কেনার পরও 3 টাকা অবশিষ্ট ছিল। সে কত টাকা নিয়ে বাজারে গিয়েছিল ?

12. কামাল, বংশীধর ও হরিপদ একটি কারখানায় কাজ করে। কামাল দৈনিক যা বেতন পায়, বংশীধর তার থেকে 2 টাকা কম পায়, আবার বংশীধর

বা বেতন পায়, হরিপদ তার থেকে 3 টাকা কম পায়। তিনজনের মোট দৈনিক বেতন 38 টাকা। কার কত দৈনিক বেতন ?

13. আয়েষা, নাসিফা ও সায়রা সপ্তম শ্রেণীর গণিত পরীক্ষায় মোট 156 নম্বর পেল। নাসিফা আয়েসা অপেক্ষা 9 নম্বর বেশি পেল এবং সায়রা আয়েসা অপেক্ষা 9 নম্বর কম পেল। কে কত নম্বর পেয়েছিল ?

14. মিঃ ই এস্ ফ্রিস্কিন্ তার বেতনের $\frac{1}{3}$ অংশ খরচ করার পর দেখলেন তার হাতে তখনও 1100 টাকা আছে। তাঁর বেতনের পরিমাণ কত ?

15. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 42 বছর। পিতার বয়স পুত্রের বয়সের 5 গুণ। কার কত বয়স ?

16. বাচ্চু বাজারে গিয়ে 2 টাকা কিলো দরে 2 কিলো আলু, 3 টাকা কিলো দরে 2 কিলো আটা এবং 3 টাকা কিলো দরে কিছু চাল কিনল। বাচ্চুর মোট 28 টাকা খরচ হ'ল। বাচ্চু কত কিলো চাল কিনেছিলে ?

17 70টি মার্বেল টুটুন, টুকাই ও টুম্পার মধ্যে ভাগ করে দাও যাতে টুটুনের অর্ধেক টুকাই এবং টুকাইয়ের অর্ধেক টুম্পা পায়। কে কটা মার্বেল পেয়েছিল ?

18. একজন ফল বিক্রেতার মোট ফলের $\frac{1}{6}$ অংশ আপেল, $\frac{1}{8}$ অংশ নাসপাতি, $\frac{1}{4}$ অংশ কমলালেবু এবং অবশিষ্ট 165টি লিচু ছিল। ফল বিক্রেতার নিকট কতগুলি ফল ছিল ?

19 কোন বিদ্যালয়ের একটি শিক্ষামূলক ভ্রমণের জন্য মোট 2095 টাকা খরচ হ'ল। 3 জন শিক্ষক ও 60 জন ছাত্র এতে অংশগ্রহণ করেন। প্রতি শিক্ষকের জন্য 40 টাকা, প্রতি উচ্চশ্রেণীর ছাত্রের জন্য 35 টাকা এবং প্রতি নিম্নশ্রেণীর ছাত্রের জন্য 30 টাকা খরচ হ'ল। উচ্চ ও নিম্নশ্রেণীর কোনটিতে ছাত্রসংখ্যা কত ছিল ?

7.2. সমীকরণের সমাধান :

কিরূপে সমীকরণ গঠন করা হয়, তা তোমরা শিখলে। এখন সেই সমীকরণে সঙ্গে যুক্ত অজ্ঞাত রাশিটির মান কিরূপে নির্ণয় করা হয়, তা আমরা দেখব ; অর্থাৎ সমীকরণটি সমাধানের নিয়ম শিখব।

সমীকরণ সমাধানের জন্য আমরা কয়েকটি স্বতঃসিদ্ধের সাহায্য নিয়ে থাকি।

স্বতঃসিদ্ধ 1. সমান সমান রাশির সঙ্গে সমান সমান রাশি বা একই রাশি যোগ করলে, যোগফলগুলি পরস্পর সমান হবে।

স্বতঃসিদ্ধ 2. সমান সমান রাশি থেকে সমান সমান রাশি বা একই রাশি বিয়োগ করলে, বিয়োগগুলি পরস্পর সমান হবে।

স্বতঃসিদ্ধ 3. সমান সমান রাশিকে সমান সমান রাশি বা একই রাশি দ্বারা গুণ করলে, গুণফলগুলি পরস্পর সমান হবে।

স্বতঃসিদ্ধ 4. সমান সমান রাশিকে সমান সমান রাশি বা একই রাশি দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলগুলি পরস্পর সমান হবে।

এ সমস্ত স্বতঃসিদ্ধগুলি ছাড়া সমীকরণে অজ্ঞাত রাশির মান নির্ণয়ে আরও কয়েকটি নিয়ম অনুসরণীয়।

(i) সমীকরণে অজ্ঞাত রাশিটিকে সাধারণত বামপক্ষে রাখা হয়।

(ii) কোন রাশিকে বামপক্ষ থেকে ডানপক্ষে বা, ডানপক্ষ থেকে বামপক্ষে আনতে হলে চিহ্নের পরিবর্তন করতে হবে। একে পক্ষান্তর বলা হয়। প্রকৃত পক্ষে এটি স্বতঃসিদ্ধ 1 ও 2 এর ভিন্নরূপ।

মন্তব্য : এ স্বতঃসিদ্ধগুলির যাথার্থ্য সহজেই পরীক্ষা করে দেখা যেতে পারে।

চলরাশি : কোন বিদ্যালয়ে যে কোন শ্রেণীতে প্রতিদিন যত ছাত্র উপস্থিত থাকে, তার সংখ্যা এক রকম থাকে না ; অর্থাৎ তা নিয়ত পরিবর্তনশীল। অর্থাৎ উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা একটি পরিবর্তনশীল রাশি। আর একটি উদাহরণ দেখা যাক। মনে করা যাক, রুম্পা প্রতিদিন টিফিনের খরচ থেকে 10 পয়সা করে বাঁচিয়ে জমিয়ে রাখে। তাহলে প্রথম দিনে 10 পয়সা, দ্বিতীয় দিনে মোট 20 পয়সা, তৃতীয় দিনে

মোট 30 পয়সা এভাবে পয়সা জমবে। সুতরাং রূপার জমানো পয়সার পরিমাণ একটি পরিবর্তনশীল রাশি। এই পরিবর্তনশীল রাশি, যার মান সুনির্দিষ্ট নয়, তাই চলরাশি। বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে এই চলরাশির একটি মাত্রই মান হয়। সেই মানটি নির্ণয় করা যায় সমীকরণের সমাধানের সাহায্যে। তখন আমরা চলরাশিটিকে অজ্ঞাত রাশিও বলি।

উদাহরণ 1. সমাধান কর :– $5x-2=8$.

$$5x-2=8$$

উভয়পক্ষে 2 যোগ করে পাই, $5x-2+2=8+2$ (উভয়পক্ষে 2 যোগ করা হ'ল বাঁদিকে অজ্ঞাত রাশি সম্বলিত পদটি রাখার জন্য)

বা $5x=10$

উভয়পক্ষকে 5 দিয়ে ভাগ করে পাই, $\frac{5x}{5}=\frac{10}{5}$ (ভাগ করা হ'ল অজ্ঞাত রাশিটির মান নির্ণয়ের জন্য)

বা $x=2$

নির্ণেয় সমাধান $x=2$

মন্তব্য : উভয়পক্ষে 2 যোগ করার পরিবর্তে বামপক্ষ থেকে 2কে পক্ষান্তর করে ডানপক্ষে আনলে বামপক্ষের -2 ডানপক্ষে $+2$ হবে। অর্থাৎ $5x=8+2$ হবে।

উদাহরণ 2. সমাধান কর : $8x-3=3x+17$

$$8x-3=3x+17$$

পক্ষান্তর করে পাই, $8x-3x=17+3$

বা $5x=20$

বা $\frac{5x}{5}=\frac{20}{5}$ বা, $x=4$

[x-যুক্ত রাশি বামপক্ষে এবং x বর্জিত রাশি ডানপক্ষে রাখা হয়]

উদাহরণ 3. সমাধান কর : $3(6-2x)+4(5x-1)=0$

$$3(6-2x)+4(5x-1)=0$$

বা, $18-6x+20x-4=0$

বা, $14x+14=0$ বা, $14x=-14$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x=\frac{-14}{14}$ বা, $x=-1$

উদাহরণ 4. সমাধান কর : $\frac{2x}{3}-\frac{x}{4}=\frac{x}{5}-\frac{x}{6}+23$

$$\frac{2x}{3}-\frac{x}{4}=\frac{x}{5}-\frac{x}{6}+23$$

বা, $\frac{2x}{3}-\frac{x}{4}-\frac{x}{5}+\frac{x}{6}=23$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{40x-15x-12x+10x}{60}=23$ বা, $\frac{23x}{60}=23$

বা, $60\times\frac{23x}{60}=60\times 23$ [উভয় পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করে]

বা, $23x=60\times 23$ বা, $x=\frac{60\times 23}{23}$

বা, $x=60$

[মন্তব্য : সমীকরণের সবগুলি পদের হরগুলির ল. সা. গু দিয়ে সবগুলি পদকে গুণ করেও পদগুলিকে হর বর্জিত করতে পারতে।]

প্রশ্নমালা 25

নিম্নলিখিত সমীকরণগুলি সমাধান কর (1 – 26) :

1. $8x=40$ 2. $9x=-81$ 3. $-7x=-35$

4. $\frac{x}{4}=-4$ 5. $6x+3=35$ 6. $3x-7=-22$

7. $9x+8-7x+28$ 8. $15x-9=11x-35$

9. $3(2x-1)+7x=-29$ 10. $5(x-3)+4(2x-6)=0$

11. $13(2x+5)=11(3x+4)$ 12. $8\left(\frac{x}{2}-3\right)=8$

13. $3(2x+5)-2x=3(x+6)$ 14. $4(3x+1)=15x-7$

15. $5x+2(2x-1)=3x-8$ 16. $14(x-3)+3(x+4)=4$

17. $8(2x-7)-9(3x-14)=15$

18. $50+3(4x-5)+8(x+3)=x+2$

19. $\frac{x}{2}+\frac{1}{3}=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$ 20. $\frac{x}{2}-2=\frac{x}{4}+\frac{x}{5}-1$

21. $\frac{3x+1}{16}+\frac{2x-3}{7}=\frac{x+3}{8}+\frac{3x-1}{14}$

22. $ax+b=cx+d$ 23. $\frac{x}{a}+a=\frac{x}{b}+b$

24. $\frac{ax}{b}-\frac{bx}{a}=a^2-b^2$

25. $\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1}{3}(x+2)+\frac{1}{4}(x+3)=16$

26. $\frac{4x+3}{9}+\frac{13x}{108}=\frac{8x+19}{18}$

27. পূর্বের প্রশ্নমালায় যে সকল সমীকরণ গঠন করেছ তাদের সমাধান কর।

উত্তরমালা

প্রশ্নমালা 1

1 (i) $x+y$ (ii) $a-b$ (iii) $10-k$. (iv) $5+r$ (v) $15x$ (vi) $2x-5$ (vii) $\frac{b}{7}$ (viii) $(x+y)-10$ (ix) $z<10$ (x) $x=y$

2. (i) p ও q এর যোগফল (ii) z থেকে y এর বিয়োগফল (iii) a এর 5 গুণ (iv) x এর এক ষষ্ঠাংশ, (v) x, y এবং z এর যোগফল (vi) p এর দ্বিগুণের সঙ্গে r এর যোগফল (vii) m এর সঙ্গে n এর দ্বিগুণের যোগফল (viii) a থেকে b এর তিনগুণের বিয়োগফল (ix) p এর এক তৃতীয়াংশের সঙ্গে 6 এর যোগফল (x) a এবং b এর দ্বিগুণের সমষ্টির এক-তৃতীয়াংশ।

3. $5+x$ 4. $15-x$ 5. (i) $(60-x)$ বছর (ii) $(60+y)$ বছর 6. $(x+3)$ বছর 7. $4x$ টাকা 8. $x-10$ 9. $18-y$ 10 $\frac{64}{p}$ 11. $(x+y)$ 12 $2x$, $\frac{2x}{5}$ টাকা 13. $\frac{200-x}{y}$ 14. $15x$ টাকা, $\frac{25}{x}$ 15. (i) $1000a$ $\frac{y}{1000}$ 16 $\frac{z}{40}$ ঘণ্টা 17. $(x-5)$ বছর, $(x+15)$ বছর 18 $10x$ 19 $50x$ $\frac{50x}{y}$ টাকা 20 $10y+x$ 21 রিংকুর বর্তমান বয়স $(y-x)$ বছর. মিতুর বয়স $(y+5)$ বছর, রিংকুর বয়স $(y-x+5)$ বছর।

প্রশ্নমালা 2

1 16 2 11 3 10 4 $2\frac{1}{2}$ 5. 15 6. 3 7 35 8. $2\frac{1}{2}$ 9. $2\frac{2}{5}$ 10 1200 11 39 12 88 13 84 14 9 15 $5\frac{9}{10}$ 16 1 17 $1\frac{13}{17}$ 18 $6\frac{4}{5}$ 19. $29\frac{1}{9}$ 20 11 21 56

প্রশ্নমালা 3

1 (i) 10 টাকা লাভ (ii) 20 কিলো ওজন হ্রাস (iii) 5° উষ্ণতা বৃদ্ধি (iv) 3 মিটার ওপরে (v) 12 কিমি পশ্চিমে (xi) কমল করিমের চেয়ে 5 টাকা কম আয় করে।

2. (i) 5 টাকা ব্যয় (ii) 12 টাকা পাওনা (iii) 3 কিমি দক্ষিণদিকে (iv) 2 কিলো ওজন বৃদ্ধি (v) 5 কিমি পূর্বদিকে (vi) 3° উষ্ণতা হ্রাস।

4. (i) − 10, − 2, 0, 5 (ii) − 16, − 13, − 12, 0 (iii) − 10, − 8, 5, 7.

5. (i) 5 (ii) 10 (iii) 100 (iv) 15 (v) 200 6. 23শে ডিসেম্বর 7. 55 টাকা।

প্রশ্নমালা 4

2. (i) 3 (ii) − 8 (iii) − 2 (iv) − 9 (v) 7
3. (i) 4 (ii) − 8 (iii) 0 (iv) − 1 4. (i) 0 (ii) 0 (iii) − 6 (iv) − 17.

প্রশ্নমালা 5

1. (i) 9 (ii) − 18 (iii) − 5 (iv) 9 (v) − 40 (vi) 25 (vii) − 15 (viii) − 20 (ix) 0 (x) − 16.
2. (i) − 5 (ii) − 16 (iii) − 4 (iv) − 57 (v) − 100.

প্রশ্নমালা 6

‡ 40 পৃষ্ঠায় প্রশ্নমালা 4 ছাপা হয়েছে, তার পরিবর্তে প্রশ্নমালা 6 পড়তে হবে।

1. (i) − 12 (ii) − 6 (iii) − 10 (iv) 96 (v) 20 (vi) 15 (vii) − 30 2. (i) 24 (ii) 100 (iii) 30.

প্রশ্নমালা 7

1. (i) x^7 (ii) x^6 (iii) a^{12} (iv) a^{12} (v) a^3 (vi) $-a^4$ (vii) 128 (viii) 2187 (ix) 3125 (x) − 1600 2. (i) 14 (ii) − 18 3. (i) − 8 (ii) 16 (iii) 15 4. (i) − 2 (ii) 4 (iii) − 8.

প্রশ্নমালা 8

1. − 4 2. − 7 3. − 5 4. − 10 5. − 8 6. − 9 7. 5 8. 11.

প্রশ্নমালা 9

3. (i) a^2+6a (ii) $12a^2+18a$ (iii) $a^3b+a^2b^2$ (iv) $a^2bc+ab^2c+abc^2$.

4. (i) 3 (ii) -1 (iii) 1 (iv) 11.

প্রশ্নমালা 10

1. (i) $5a$ (ii) $12x$ (iii) $3abc$ (iv) $4a^2b$ (v) $12x^2$ (vi) $7x$ (vii) $-10x$ (viii) $6x^2+y^2$ (ix) $2x^2+3y^2$ (x) 0
2. (i) $2a+4b+c$ (ii) $5x+10v+4z$ (iii) $7y-3z$ (iv) $15x^2+5$ (v) $12m^2-10mn+6p^3$ (vi) 0 (vii) $16x^3+7xy+16y^2$ (viii) $-abc^2+a^2bc$ 3. (i) $9a+3b$ (ii) $b+c$ (iii) $4mn$ (iv) $2b^3$.

প্রশ্নমালা 11

1. (i) $-a$ (ii) $-7a$ (iii) $6a^2$ (iv) $-abc$ (v) $4ab^2$
2. (i) $3a-2b$ (ii) $2a^2-2b^2$ (iii) $5x^2+6x$ (iv) $3x^2+7x-5$ (v) $-ab^2+5ab+6$ 3. $-8x-5$ 4. $-n^2$

প্রশ্নমালা 12

1. $6a^3$ 2. $-9x^5$ 3. $24m^7$ 4. $-6a^3b^4$ 5. $-15ab$ 6. $-56a^8b^3c$ 7. $-27a^8b^8c^8$ 8. $30a^4b^5c^8$ 9. $30p^4q^6r^6$ 10. $75m^{11}n^3t^3$ 11. $-30abc$ 12. $120a^5b^3$ 13. $6a^4b^3$ 14. $-\frac{1}{3}a^{11}$ 15. $30a^2b^2c^2$ 16. $-24a^3b^3c^3$ 17. $a^3b^3c^3$ 18. $24a^5b^7$ 19. $-54x^6y^7z^6$ 20. $12m^7n^9$ 21. $-30abcx^2yz$ 22. $-8a^4b^3c^4$ 23. $-12a^2b^3c^3d^3$ 24. $-a^4b^2c^4$ 25. $-48p^5q^4r^3s^2t^2$

প্রশ্নমালা 13

1. $3x^2+7x+2$ 2. $12x^2-2x-24$ 3. $x^3+x^2y+xy^2+y^3$ 4. $2x^3+2ax^2-ax-a^2$ 5. $10a^5+15a^4b+12ab+18b^2$ 6. $-8a^3-8a^2b+6a^2+6ab$ 7 $9b-5ab-27a^2+15a^3$

8. $99a^4+12a^3-15a^2$ 9. $3mx^3+3nx^2y-7mxy^2-7ny^3$
10. $-22a^4+14a^3+33a^2-21a$ 11. $63x^7+77x^6+72x^5+88x^4$
12. $x^2y-xy^2-xyz+y^2z$ 13. $a^3x^3+ab^2x^3+a^2by^3+b^3y^3$
14. $16x^6-114x^3y^2+143y^4$ 15 $-abx^4+adx^2-bcx^2+cd$
16. (i) 0 (ii) 0 (iii) $a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$
17. $l^2x+m^2y+n^2z+lmx+mny+nlz+l^2+m^2+n^2+lm+mn$ $+nl$ 18. $2a^2x+2b^2y+2c^2z+abx+acx+aby+bcy+acz+bcz.$

প্রশ্নমালা 14

1. $2b-a$ 2. $4a^2+5a+3$ 3. $3b-2ab^2-a^3b$ 4. $-2a^3x^3$ $+a^2x^2-ax$ 5. $-2m^3p^2+2m^2p^3-2mp^3$ 6. $3p^3q^2-9p^2q+6p$
7. $-\frac{1}{4}a^2b^2c^2-\frac{5}{12}ab^3-\frac{2}{3}b^2c^3$ 8. $\frac{3}{4}b-\frac{5}{4}a+3ab$ 9. $-\frac{1}{3}n^2-\frac{1}{3}m$ $+\frac{1}{3}n-\frac{1}{3}m^2$ 10. $m^2p+\frac{3}{2}p^2-2$ 11. $-1-\frac{8}{3}pr+3p^2qr.$

প্রশ্নমালা 15

1. a^2+6a+9 2. $64+16b+b^2$ 3. $1+2c+c^2$
4. $a^2+2ax+x^2$ 5 $m^2+2mp+p^2$ 6. $36x^2+12x+1$
7. $9a^2+30a+25$ 8. $1+18c+81c^2$ 9. $m^2+4mn+4n^2$
10. $a^2+6ab+9b^2$ 11. $p^2+8pq+16q^2$ 12. $16x^2+40xy+25y^2$
13. $64a^2+48ab+9b^2$ 14. $25c^2+70cd+49d^2$ 15 $100m^2$ $+100mn+25n^2$ 16. $a^2b^2+2abc+c^2$ 17. $p^2+2pqr+q^2r^2$
18. $x^2y^2+4xyz+4z^2$ 19 $9a^2+6abc+b^2c^2$ 20. $l^2m^2+2lmny$ $+n^2p^2$ 21. $4x^2y^2+4xyz+4z^2$ 22. $a^2+6abc+9b^2c^2$ 23. $a^2b^2c^2$ $+2abcd+d^2$ 24. $9x^2+6mnpx+m^2n^2p^2$ 25. $a^2+2ab+b^2$ $+16a+16b+64$ 26. $m^2+n^2+p^2+2mn+2np+2pm$ 27. a^2+x^2 $+4p^2+2ax+4xp+4pa$ 28. $x^2+4y^2+z^2+4xy+4yz+2zx$
29. $9m^2+4n^2+p^2+12mn+4np+6pm$ 30. $a^2+b^2+c^2d^2+2ab$ $+2acd+2bcd$ 31. $x^2+4y^2+z^2p^2+4xy+2xzp+4yzp$
32. $p^2+q^2+r^2+2pq+2qr+2rp+10p+10q+10r+25$
33. $l^2+4m^2+n^2+9p^2+4lm+2ln+6lp+4mn+12mp+6np$
34. $1+4a^2+9b^2+16c^2+4a+6b+8c+12ab+16ac+24bc.$

35. $a^2+4b^2+9c^2+d^2+4ab+6ac+2ad+12bc+4bd+6cd$
36. $m^2+n^2+4p^2+9q^2+2mn+4mp+6mq+4np+6nq+12pq$

প্রশ্নমালা 16

1 $4m^2$ 2 $36x^2$ 3 $16a^2$ 4 $16a^2$ 5. $x^2+2xy+y^2$
6 $(3a+1)^2$ 7 $\left(2a+\frac{1}{2}\right)^2$ 8. $(2a+3b)^2$ 9 $\left(1+\frac{2}{a}\right)^2$
10. $(5a+4b)^2$ 11 $(131+69)^2$, 40000 12. $(6{\cdot}67+3{\cdot}33)^2$, 100
13. $(7a+1)^2$, 64 14 $(3x+4y)^2$, 1 15 $(6m+11n)^2$, 49
16. $(8a+1)^2$, 0 17 58 18 34 19 104 20 50
23. $4\frac{1}{4}$ 24 37.

প্রশ্নমালা 17

1. a^2-4a+4 2. $9-6b+b^2$ 3 $a^2-2ac+c^2$ 4 $x^2-2px+p^2$ 5 $9x^2-6xy+y^2$ 6 $16p^2-8pq+q^2$ 7 $m^2-6mn+9n^2$ 8. $c^2-8cd+16a^2$ 9 $25a^2-20ab+4b^2$ 10. $25x^2-30xy+9y^2$ 11. $64b^2-80bd+25d^2$ 12 $100m^2-100mn+25n^2$ 13. $a^2b^2-2abc+c^2$ 14 $m^2-2mnp+n^2p^2$ 15 $x^2y^2-6x^2y+9x^2$ 16 $a^2b^2-2abcd+c^2d^2$ 17 $l^2m^2-2lmnp+n^2p^2$ 18 $4x^2y^2-4axy+a^2$ 19. $a^2-4abc+4b^2c^2$ 20 $a^2b^2c^2-2abcd+d^2$ 21 $l^2-2lmnp+m^2n^2p^2$ 22 $9a^2-6abcd+b^2c^2d^2$
23. $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$ 24 $x^2+y^2+z^2+2xy-2xz+2yz$ 25. $m^2+4n^2+9p^2+4mn-6mp-12np$ 26 $a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac-2ad+2bc-2bd-2cd$ 27 $l^2+m^2+n^2+p^2+2lm-2ln+2lp+2mp-2mn-2np$ 28. $a^2+4b^2+9c^2+16d^2-4ab-6ac+8ad+12bc-16bd-24cd$ 29. $a^2-10ab+25b^2$
30. $25x^2-20xz+4z^2$ 31 $4m^2-12mn+9n^2$ 32 $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$ 33 $4x^2+y^2+9z^2+4xy-12xz-6yz$ 34. $9p^2+4q^2+r^2+12pq-6pr-4qr$ 35. 9801 36. 99980001
37. 248004 38. 476100.

প্রশ্নমালা 18

1 $4y^2$ 2 $4m^2$ 3 $4a^2$ 4. $4p^2$ 5 $x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz$ 6 $(5x-1)^2$ 7 $\left(2a-\frac{1}{2}\right)^2$ 8. $(4m-5n)^2$ 9. $\left(2x-\frac{3}{4y}\right)^2$ 10 $(999-989)^2$, 100 11 $(5{\cdot}37-2{\cdot}37)^2$, 9 12 $(9a-1)^2$, 100 13 $(4x-5y)^2$, 529 14. $(xy-5z)^2$, 289 15. $(2m+2n-3p)^2$ 121 16. $(14x-21y-z)^2$, 529 17 16 18 1 20 74 22 60 23. 624 24. -6560 25 $16a$ বা $-16a$ 27 $60ab$ বা $-60ab$

প্রশ্নমালা 19

1 a^2-16 2 $25-a^2$ 3 m^2-64 4. $49-p^2$ 5 $4x^2-25$ 6 $16p^2-1$ 7 $9a^2-25x^2$ 8. $36c^2-49d^2$ 9 m^2-64a^2 10 $16p^2-b^2$ 11 $a^2m^2-n^2$ 12. $p^2q^2-r^2$ 13. $a^2x^2-b^2y^2$ 14 $a^2b^2-c^2d^2$ 15 $4a^2b^2-c^2$ 16. $9x^2y^2-z^2$ 17. $9m^2n^2-16p^2q^2$ 18 $25p^2q^2-16r^2s^2$ 18 $a^2+b^2-c^2+2ab$ 20 $x^2-y^2-z^2+2yz$ 21 $4m^2+n^2-p^2+4mn$ 22. $16p^2+4q^2-r^2+16pq$ 23. $a^2+4b^2-9c^2+4ab$ 24. $4x^2+9y^2-16z^2-12xy$ 25. $9p^2+16q^2-25r^2-24pq$.

প্রশ্নমালা 20

1 999999 2 1689600 3 1439879 4. $4xy-4xz$ 5 $4mn+4mp$ 6. $-5x^2+20xy+32yz-8zx$ 7. $8ab-12ac$ 8 74940 9. 576295 10. 331340 11. 1975307 12. $(x+2y)(x-2y)$ 13. $(4a+c)(4a-c)$ 14. $(4m+5n)(4m-5n)$ 15. $(9p+10n)(9p-10n)$ 16. $(x+1)(x-1)$ 17. $(2+p)(2-p)$ 18 $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$ 19. $(3x+2y)(x+4y)$ 20. $(a+b+1)(a+b-1)$ 21 $(x-2y+2)(x-2y-2)$ 22 65^2-22^2 23 265^2-56^2 24 $(2x+3y)^2-(x-y)^2$ 25. $\left(4m-\frac{y}{2}\right)^2-\left(m-\frac{5y}{2}\right)^2$

প্রশ্নমালা 21

1. $4(2+x)$ 2. $3(a+2)$ 3. $2(a+2b)$ 4. $5(p-2q)$
5. $a(b+c)$ 6. $x(y-z)$ 7. $2m(n+2p)$ 8. $xy(a-b)$
9. $bc(a-d)$ 10. $xy(x+y)$ 11. $a^2(b-c)$ 12. $xyz(x+y+z)$
13. $mn(a-b+c)$ 14. $p^2(a^2+b^2+c^2)$ 15. $a^2b^2(m^2+n^2+p^2)$

প্রশ্নমালা 22

1. $(a+4)(a-4)$ 2. $(2+m)(2-m)$ 3. $(p+7)(p-7)$
4. $(9+c)(9-c)$ 5. $(5m+4)(5m-4)$ 6. $4(5+3d)(5-3d)$
7. $(1+3c)(1-3c)$ 8. $(2a+3b)(2a-3b)$ 9. $(4p+7q)(4p-7q)$
10. $(10x+11y)(10x-11y)$ 11. $(ab+c)(ab-c)$
12. $(mn+2)(mn-2)$ 13. $(5+abc)(5-abc)$ 14. $(mn+pq)(mn-pq)$
15. $(3pq+4rs)(3pq-4rs)$ 16. $(1+3abcd)(1-3abcd)$
17. $3(2a+3x)(2a-3x)$ 18. $5(4x+5y)(4x-5y)$ 19. $a(x+y)(x-y)$
20. $9(m+3n)(m-3n)$ 21. $m^2(p+2q)(p-2q)$ 22. $(x+y+2)(x+y-2)$ 23. $(1+m+n)(1-m-n)$ 24. $4ab$ 25. $(10+2a+3b)(10-2a-3b)$ 26. $(11x+4y)(4y-5x)$ 27. $(7m+n)(m+5n)$
28. $(21c+8d)(9c+16d)$ 29. $a(15x-14y)(x+14y)$
30. $(3a+b-2c)(a-3b)$ 31. $(5x-7y+12z)(x-y+2z)$
32. $4xy(x^2+y^2)$ 33. $(13m+5p)(5m+12n-11p)$
34. $4m(n-p+q)$ 35. $8a(3b-4c+5d)$ 36. $(xy-xz+yz-ay)(xy-xz-yz+ay)$ 37. $(axy+bxy+apq-bpq)(axy+bxy-apq+bpq)$ 38. $(a+b+c)(a+b-c)$ 29. $(a+b-c)(a-b+c)$
40. $(x+y-2z)(x-y+2z)$ 41. $(3m+n-p)(3m-n+p)$
42. $(a+b-c+d)(a-b-c-d)$ 43. $(c+a-b)(c-a+b)$
44. $(4x+2a+3b)(4x-2a-3b)$ 45. $(a+b-1)(a-b+1)$
46. $(a-b)(a+b-2)$ 47. $(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$
48. $(a-b)(a+b-2c)$ 49. $(ac-bd+ad+bc)(ac-bd-ad-bc)$
50. $(a+b+c+d)(a-b-c+d)(a+b-c-d)(a-b+c-d)$.

প্রশ্নমালা 23

1. $(a^2+2a+2)(a^2-2a+2)$ 2. $(p^2+4pq+8q^2)(p^2-4pq+8q^2)$
3. $(9x^2+6xy+2y^2)(9x^2-6xy+2y^2)$ 4. $2(8n^2+12n+9)(8n^2-12n+9)$ 5. $(a^2+ab+4b^2)(a^2-ab+4b^2)$ 6. $(p^2+3pq+3q^2)(p^2-3pq+3q^2)$ 7. $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$
8. $(a^2+2ab-b^2)(a^2-2ab-b^2)$ 9. $(x^2+xy-3y^2)(x^2-xy-3y^2)$
10. $(a^2+3ab-2b^2)(a^2-3ab-2b^2)$ 11. $(x^2+4y^2)(x^2+2y^2)$

12. $(p^2-5q^2)(p^2+3q^2)$
14. $(5l^2+m^2)(l+m)(l-m)$. 13. $(3m^2-n^2)(m^2+n^2)$

প্রশ্নমালা 24

1. $x-45=100$ (সংখ্যাটি x) 2. $x+67=200$ (সংখ্যাটি x)
3. $15x=375$ (সংখ্যাটি x) 4. $\frac{x}{12}=432$ (সংখ্যাটি x) 5. $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=35$
(সংখ্যাটি x) 6. $5x+20=100$ (সংখ্যাটি x) 7. $11x-63=190$
(সংখ্যাটি x) 8. $5x+15=6x$ (সংখ্যাটি x) 9. $x+(x+7)=117$
(ইন্দ্রাণীর নম্বর x) 10. $x+(x+8)+(x-5)=108$ (বরেনের রান
সংখ্যা x) 11. $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+3=x$ (সুমন্ত যে টাকা নিয়ে বাজারে গিয়েছিল
তার পরিমাণ x টাকা) 12. $x+(x-2)+\{(x-2)-3\}=38$ (কামালের
দৈনিক বেতন x টাকা). 13. $x+(x+9)+(x-9)=156$ (আয়েষার
নম্বর x) 14. $x-\frac{x}{3}=1100$ (মি. ফিৎস্কিনের বেতন x টাকা) 15. $5x+x$
$=42$ (পুত্রের বয়স x বছর) 16. $2\times2+3\times2+3x=38$ (চালের
পরিমাণ x কিলো) 17. $x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=70$ (টুটুনের মার্বেলের সংখ্যা x .)
18. $x=\frac{x}{6}+\frac{x}{8}+\frac{x}{4}+165$ (মোট ফলের সংখ্যা x) 19. $3\times40+35x$
$+30(60-x)=2095$ (উচ্চশ্রেণীর ছাত্রসংখ্যা x).

প্রশ্নমালা 25

1. 5 2. -9 3. 5 4. -16 5. 2 6. -5 7. 10
8. 11 9. -2 10. 3 11. 3 12. 8 13. 3 14. $3\frac{2}{3}$
15. -1 16. 2 17. 5 18. -3 19. 1 20. 20 21. 5
22. $\frac{d-b}{a-c}$ 23. ab 24 ab 25 13 26. 6 27. 145 ;
133 ; 25 ; 5184 ; 60 ; 16 ; 23 ; 15 ইন্দ্রাণীর নম্বর 55, মনোয়ারার
নম্বর 62 ; বরেনের রানসংখ্যা 35 ; জনের রানসংখ্যা 43, মইদুলের রানসংখ্যা
30 ; 12 টাকা ; কামালের দৈনিক বেতন 15 টাকা, বংশীধরের দৈনিক বেতন
13 টাকা, হরিপদের দৈনিক বেতন 10 টাকা ; আয়েষার নম্বর 52, নাসিফার
নম্বর 61, সায়রার নম্বর 43 ; 1650 টাকা ; পিতার বয়স 35 বছর, পুত্রের বয়স
7 বছর ; 6 কিলো ; টুটুনের মার্বেল সংখ্যা 40, টুকাইয়ের মার্বেল সংখ্যা 20,
টুম্পার মার্বেল সংখ্যা 10 ; 360 ; উচ্চশ্রেণীর ছাত্রসংখ্যা 35, নিম্নশ্রেণীর
ছাত্রসংখ্যা 25.

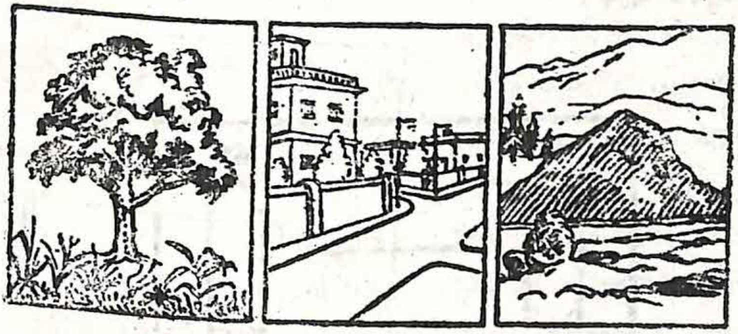
জ্যামিতি

প্রথম অধ্যায়

চলন, ঘূর্ণন ও প্রতিফলন

1.1. গতির ধারণা :

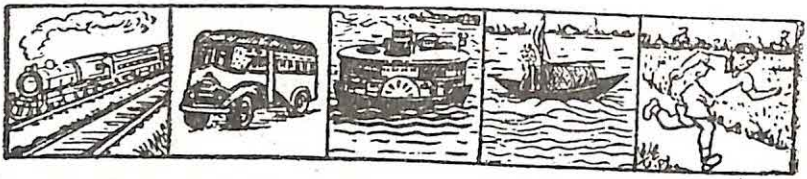
আমরা আমাদের চারপাশে বিভিন্ন বস্তু সব সময়েই দেখতে পাচ্ছি। তাদের মধ্যে কোন বস্তু স্থির অবস্থায় আছে, আবার কোন বস্তু গতিশীল অবস্থায় আছে। এই দুই অবস্থার বাইরে আমরা বস্তুর অন্য কোনরূপ ভাবতে পারি না। গাছপালা, ঘরবাড়ী, পাহাড়-পর্বত প্রভৃতি স্থির অবস্থায় আছে ; আবার চলমান বাস, নৌকা স্টিমার বা মানুষ গতিশীল অবস্থায় আছে। সাধারণভাবে আমরা বলতে পারি যে, সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে যদি কোন বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন না ঘটে, তাহলে ঐ বস্তুগুলি হ'ল স্থিতিশীল বস্তু।



1নং চিত্র

অপরপক্ষে, সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে যদি কোন বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে, তবে ঐ বস্তুগুলি হ'ল চলমান বা গতিশীল বস্তু।

স্থিতিশীল বস্তুর স্থিতিশীল অবস্থাকে স্থিতি এবং গতিশীল বস্তুর গতিশীল অবস্থাকে গতি বলে।

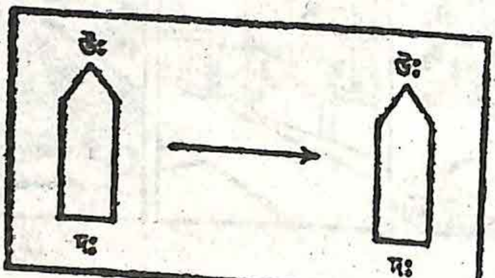


2নং চিত্র

1-2. বিবিধ গতি :

গতি মূলত দুই প্রকারের—যথা, চলন ও ঘূর্ণন। যে গতিতে স্থান পরিবর্তন হয়, কিন্তু দিক পরিবর্তন হয় না, তাকে বলে চলন।

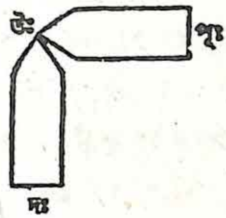
টেবিলের উপর তোমার পেন্সিলটি এমনভাবে রাখ যাতে তার একটি প্রান্ত উত্তরদিকে ও অপর প্রান্ত দক্ষিণদিকে থাকে। এই পেন্সিলটিকে টেবিলের উপর খানিকটা এমনভাবে সরিয়ে দাও, যাতে উত্তরদিকের প্রান্তটি উত্তরমুখীই থাকে এবং দক্ষিণদিকের প্রান্ত দক্ষিণমুখীই থাকে।



3নং চিত্র

পেন্সিলটির এই যে গতি হ'ল, এতে স্থান পরিবর্তন ঘটেছে, কিন্তু দিক পরিবর্তন ঘটে নি। এটি হ'ল চলন গতি।

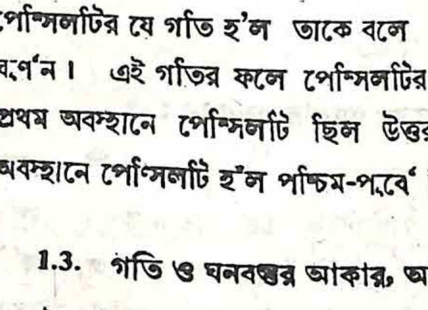
আবার যে গতিতে দিক পরিবর্তন ঘটে, তাকে বলে ঘূর্ণন। আগেকার মত পেন্সিলটির উত্তরমুখী প্রান্তটিকে চেপে ধরে যদি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে পেন্সিলটিকে ঘোরাও যতক্ষণ না তার অপর প্রান্ত পূর্বমুখী হয়, তাহলে আগের অবস্থান থেকে নতুন অবস্থানে আসতে পেন্সিলটির যে গতি হ'ল তাকে বলে ঘূর্ণন। এই গতির ফলে পেন্সিলটির দিক পরিবর্তন ঘটেছে—আগে প্রথম অবস্থানে পেন্সিলটি ছিল উত্তর-দক্ষিণে বিস্তৃত, এখন দ্বিতীয় অবস্থানে পেন্সিলটি হ'ল পশ্চিম-পূর্বে বিস্তৃত।



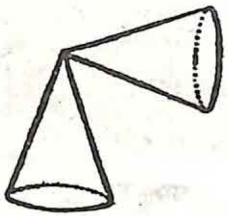
4নং চিত্র

1.3. গতি ও ঘনবস্তুর আকার, আয়তন :

উভয়বিধ গতির ক্ষেত্রে একটি খুব মজার ব্যাপার লক্ষ করা যায়। কি চলন, কি ঘূর্ণন কোনও গতির ফলেই পেন্সিলটির আকৃতি বা আকারের কোনও পরিবর্তন হয় নি। পেন্সিলটি যতটুকু লম্বা বা মোটা ছিল, ঠিক ততটুকুই আছে পেন্সিলটি যদি গোল বা শিরতোলা থাকে, তবে তেমনিই থাকবে। এটা শুধু পেন্সিলের ক্ষেত্রেই সত্য তাই নয়, যেকোন ঘনবস্তুর ক্ষেত্রেই সত্য। যেমন দেখ, 5নং চিত্রে টেবিলের উপর একটি বইয়ের চলন দেখানো হয়েছে। কিন্তু তাতে বইটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, বেধ বা আকার-এসব কোনও বৈশিষ্ট্যেরই কোনও পরিবর্তন হয়নি।


5নং চিত্র

আবার দেখ 6নং চিত্রে একটি শঙ্কুর ঘূর্ণন দেখানো হয়েছে। তাতেও শঙ্কুর আয়তনের কোনও পরিবর্তন হয়নি।



6নং চিত্র

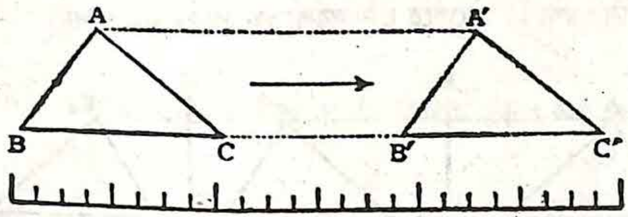
1.4. গতি ও জ্যামিতিক চিত্রের আকার, আয়তন :

যদি একটি সাদা কাগজের উপর কোনও ঘনবস্তুর একটি তলের ছাপ নেওয়া যায়, তাহলে একটি জ্যামিতিক চিত্র পাওয়া যায়। দৈর্ঘ্য বরাবর একটি শির তোলা পেন্সিলের একটি শিরের ছাপ নিলে, একটি রেখাংশ পাওয়া যাবে ; যা একটি সরলরেখার অংশ একটি বইয়ের ছাপ হবে একটি আয়তক্ষেত্র ; একটি লুডোর ছকের ছাপ হবে একটি বর্গক্ষেত্র ; একটি শঙ্কুর নিচের দিকের গোল অংশের ছাপ হবে একটি বৃত্ত। তাহলে বেশ যুক্তিযুক্তভাবেই একটি সিদ্ধান্ত করা চলে—যদি চলন বা ঘূর্ণনের ফলে, ঘনবস্তুর আকৃতি ও আকারের কোন পরিবর্তন না ঘটে, তাহলে ঘনবস্তুর ছাপ যে জ্যামিতিক চিত্র, চলন বা ঘূর্ণনের ফলে, তারও আকৃতি ও আকারের কোনও পরিবর্তন ঘটবে না। বর্তমান অধ্যায়ে বিভিন্ন হাতের কাজ ও পরীক্ষার সাহায্যে এ বিষয়টিই একটু পরিষ্কার করে দেখানো হবে।

1.5. চলনের ফলে একটি ত্রিভুজের আকার, আকৃতি অপরিবর্তিত থাকে :

পরীক্ষা—1. টেবিলের উপর একখণ্ড কাগজ নিয়ে তার উপর ত্রিভুজাকৃতি একখণ্ড কাঠের টুকরো রাখা হ'ল। এবার পেন্সিলের সাহায্যে কাগজ সংলগ্ন ত্রিভুজটির চারিদিকে চিহ্নিত করা হ'ল। ধরা যাক, ত্রিভুজটির

প্রথম অবস্থান ABC. এবার কাঠের তৈরি ABC ত্রিভুজের BC বাহু বরাবর একটি স্কেল রাখা হ'ল। এক হাতে স্কেলটিকে চেপে ধরে অপর হাতে ত্রিভুজটিকে ডানদিকে স্কেলের ধার বরাবর এমনভাবে সরানো হ'ল যে সরাবার সময় BC বাহুটি সর্বদাই স্কেলের ধারের সঙ্গে সংলগ্ন থাকে। এতে ত্রিভুজের যে গতি হ'ল সেটি **চলন**। ত্রিভুজের অবস্থানের পরিবর্তন হয়েছে, কিন্তু দিক পরিবর্তন হয়নি। BC বাহু যেদিকে ছিল



7নং চিত্র

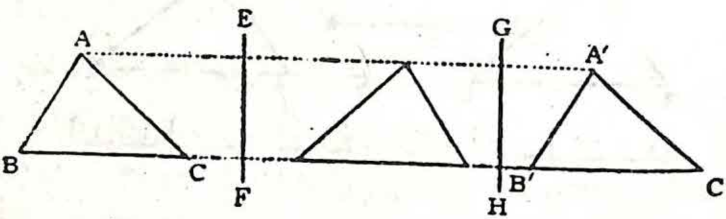
সেদিকেই আছে। এবার নতুন অবস্থানেও ত্রিভুজটির ডানদিক পেন্সিল দিয়ে চিহ্নিত করা হ'ল। ধরা যাক, নতুন অবস্থানে ত্রিভুজটির নাম A′B′C′. এখন স্কেল দিয়ে মে॰ দেখা যাবে AB = A′B′, BC = B′C′ এবং AC = A′C′. সুতরাং চলনের ফলে ABC ত্রিভুজের আকার বা আকৃতিগত কোন পরিবর্তন ঘটেনি। এখানে চলনের ফলে A, B ও C বিন্দুগুলির অবস্থান যথাক্রমে A′, B′ ও C′ হয়েছে। AA′, BB′ বা CC′ চলনের দিক ও মান।

দ্রষ্টব্য ঃ সেট স্কোয়ারের সাহায্যে দেখা যাবে AA′ ∥ BB′ বা CC′ এবং BC ও B′C′ একই সরলরেখায়। যদি BC ও B′C′ একই সরলরেখায় না হ'ত তাহলে তারাও সমান্তরাল হ'ত। আবার AB = A′B′, AC = A′C′, BC = B′C′.

যে কোন আকৃতির বস্তু নিয়ে তোমার পরীক্ষা করে উপরের তথ্যগুলির সত্যতা যাচাই করে দেখতে পার।

1.6. প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালী দ্বারা পরীক্ষা :

একখণ্ড কাগজে ABC একটি ত্রিভুজ এঁকে নিয়ে [৪ নং চিত্র] বাহুগুলির উপর কালি মাখিয়ে কাগজটিকে EF সরলরেখা বরাবর ভাঁজ করে ভালভাবে চেপে ধরা হ'ল। ভাঁজ খুললে দেখা যাবে EF-এর যে পাশে ABC ত্রিভুজটি ছিল, তার অপর পাশে ত্রিভুজটির ছাপ পড়েছে। এভাবে একটি চিত্রকে রূপান্তরিত করার প্রক্রিয়াকে বলা হয় **প্রতিফলন**। যে সরলরেখা বরাবর ভাঁজ করা হয়েছে, তাকে বলা হয় **প্রতিফলন রেখা**। এক্ষেত্রে EF সরলরেখা প্রতিফলন রেখা।



৪নং চিত্র

পুনরায় EF-এর সমান্তরাল GH সরলরেখা বরাবর কাগজটিকে ভাঁজ করে দ্বিতীয় অবস্থানের অংশটি খালি অংশে চেপে ধরা হ'ল। ভাঁজ খুলে দেখা যাবে ত্রিভুজটির অপর একটি ছাপ এই নতুন অংশে পড়েছে। এই ত্রিভুজটির নাম দেওয়া হ'ল A'B'C'. সুতরাং EF ও GH সরলরেখায় পর পর দুবার প্রতিফলনের ফলে ABC ত্রিভুজটি A'B'C' অবস্থানে এল। লক্ষ কর, AA' সরলরেখা বরাবর এবং AA' রেখাংশ পরিমাণ চলন প্রয়োগ করলেও ΔABC-এর নতুন অবস্থান ΔA'B'C' হ'ত।

এখন স্কেল দিয়ে মেপে দেখা যাবে A'B', BC=B'C এবং AC =A'C'. সুতরাং চলনের ফলে ABC ত্রিভুজটির আকৃতি বা আকারগত কোন পরিবর্তন ঘটেনি।

দ্রষ্টব্য : এ থেকে তোমরা আর একটা ঘটনাও জানতে পারলে যে, দুটি সমান্তরাল সরলরেখায় ক্রমিক প্রতিফলনের ফলে বস্তুর

চলন সম্পন্ন হয়। অনুরূপভাবে তোমরা চতুর্ভুজ ও বহুভুজের চলন পরীক্ষা করে দেখতে পার।

1.7. চলনের ধর্ম :

চলনের বিভিন্ন পরীক্ষা থেকে আমরা নিম্নরূপ সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি :

(i) চলনে সমতলে অবস্থিত প্রত্যেকটি বিন্দুর একই দিকে সরণ ঘটে।

(ii) চলনে প্রত্যেকটি বিন্দুর ঐ নির্দিষ্ট দিকে সমপরিমাণ সরণ ঘটে।

(iii) চলনে কোন স্থির বিন্দু নাই।

(iv) চলনের দিকের সকল সরলরেখাই স্থির সরলরেখা।

(v) দুই বিন্দুর অন্তবর্তী কোন বিন্দু চলনের পরে নতুন অবস্থানেও অন্তবর্তী থাকে।

(vi) চলনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রের আকৃতি বা আকারগত কোন পরিবর্তন ঘটে না, দিগ্‌বিন্যাসেরও কোন পরিবর্তন ঘটে না।

(vii) চলনের ফলে বিন্দুর পারস্পরিক দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকে।

(viii) চলনের পর সমরেখ বিন্দুগুলি সমরেখ থাকে।

(ix) চলনের পর চলনের দিকে নয় এরূপ যে কোন সরলরেখা নতুন অবস্থানে প্রথম অবস্থানের সঙ্গে সমান্তরাল হয়ে থাকে।

(x) চলনের ফলে কোন কোণের মান বা দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে না।

চলনের ধর্মগুলির সত্যতা যাচাই করতে তোমরা নিজেরা পরীক্ষাগুলি কর।

মন্তব্য: চলনের ফলে যে সকল সরলরেখার অবস্থানের কোন পরিবর্তন ঘটে না, তাদের চলন সাপেক্ষে স্থির সরলরেখা বলা হয়।

১.৪. প্রতিফলনের ধর্ম:

কোন সরলরেখা বরাবর একবার কাগজ ভাঁজ করে নিচে দেওয়া প্রতিফলনের ধর্মগুলি পরীক্ষা করে দেখতো:

1. প্রতিফলন রেখার উপরে অবস্থিত বিন্দুগুলি স্থির বিন্দু।

2. প্রতিফলন রেখা স্থির সরলরেখা।

3. কোন বিন্দু ও তার প্রতিফলন বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাগুলি স্থির সরলরেখা এবং এই সরলরেখাগুলির প্রত্যেকে প্রতিফলন রেখার উপর লম্ব।

4. কোন বিন্দু ও তার প্রতিফলন বিন্দু প্রতিফলন রেখা থেকে সমান দূরে অবস্থিত।

5. দুটি বিন্দুর অন্তবর্তী কোন বিন্দু প্রতিফলনের পরে নতুন অবস্থানেও অন্তবর্তী থাকে।

6. প্রতিফলনের ফলে সমরেখ বিন্দুগুলি সমরেখই থাকে।

7. প্রতিফলনের ফলে বিভিন্ন বিন্দুর পারস্পরিক দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকে।

8. প্রতিফলনের ফলে কোন কোণের মান অপরিবর্তিত থাকে, কিন্তু দিগবিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে।

9. প্রতিফলনের ফলে কোন সামতলিক চিত্রের আকার ও আকৃতির কোন পরিবর্তন ঘটে না, কিন্তু দিগবিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে।

মন্তব্য : যে সকল বিন্দু ও সরলরেখার প্রতিফলনের ফলেও অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে না, তাদের প্রতিফলন সাপেক্ষে যথাক্রমে স্থির বিন্দু ও স্থির সরলরেখা বলা হয়।

অনুশীলনী 1

1. স্থিতি ও গতি কাকে বলে তা উদাহরণের সাহায্যে বল।

2. কয়েকটি সাধারণ উদাহরণ দিয়ে চিত্রের সাহায্যে চলন ক্রিয়া বুঝিয়ে দাও।

3. যেকোন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করে সমান্তরাল দুটি সরলরেখায় প্রতিফলিত করে ত্রিভুজটির চলন ক্রিয়া সম্পন্ন করে দেখাও। দুটি অবস্থানে ত্রিভুজটির নাম যথাক্রমে ABC ও A′B′C′ দাও। মেপে দেখ, AB = A′B′, BC = B′C′, CA = C′A′ হয় কিনা। AB ও A′B′ বা CA ও C′A′ এর মধ্যে পরস্পর সম্পর্ক কি হবে? মেপে দেখ, ABC ত্রিভুজের যেকোন কোণের মান এবং চলনের ফলে নতুন অবস্থানে ঐ কোণের মান সমান হয়েছে কিনা।

4. নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তগুলির যেগুলি ঠিক তাদের নম্বর খাতায় লিখে তার পাশে (√) চিহ্ন দাও এবং যেগুলি ভুল তাদের নম্বর খাতায় লিখে তার পাশে (x) চিহ্ন দাও এবং পরে ভুলগুলি শুদ্ধ করে লেখ :

(i) চলনে সমতলস্থ প্রত্যেকটি বিন্দুর একই দিকে সরণ ঘটে।

(ii) একবার প্রতিফলনই চলন সৃষ্টি করে।

(iii) সরলরেখার চলনের ফলে দুই অবস্থানে সরলরেখাদ্বয় সমান্তরাল হয়।

(iv) চলনের পর সমরেখ বিন্দুগুলি আর সমরেখ থাকে না।

(v) চলনে কোণের পরিমাপ ও দিগ্‌বিন্যাস অপরিবর্তিত থাকে।

(vi) চলনে সকল বিন্দু স্থির থাকে।

(vii) চলনের ফলে বিন্দুগুলির পারস্পরিক দূরত্বের পরিবর্তন ঘটে না।

(viii) চলনে স্থির বিন্দু আছে, কিন্তু স্থির সরলরেখা নেই।

(ix) চলনে সামতলিক চিত্রের আকৃতিগত পরিবর্তন ঘটে না।

(x) চলনের ফলে কোন জ্যামিতিক চিত্রের আকারের পরিবর্তন ঘটে।

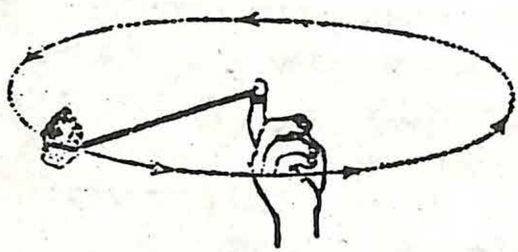
(xi) চলনের ফলে সমতলস্থ বিভিন্ন বিন্দুর সরণের পরিমাণও বিভিন্ন হয়।

(xii) প্রতিফলন রেখায় অবস্থিত সকল বিন্দুই স্থির।

1.9. ঘূর্ণনের ফলে ঘনবস্তুর আকার, আকৃতির কোনও পরিবর্তন হয় না :

চলনের ফলে যে ঘনবস্তুর আকার, আকৃতির কোনও পরিবর্তন হয় না এটা আমরা আগে দেখেছি। ঘূর্ণনের ফলেও যে এদের কোনও পরিবর্তন হয় না সেটাও দু-একটি সহজ পরীক্ষা দ্বারা দেখা যাক।

প্রথম পরীক্ষা : একটা ভারী ছোট বস্তু বা পাথরখণ্ডকে সুতা দিয়ে বেঁধে আঙ্গুলের সাহায্যে ঘোরালে সেটা বৃত্তাকার পথে আবর্তিত



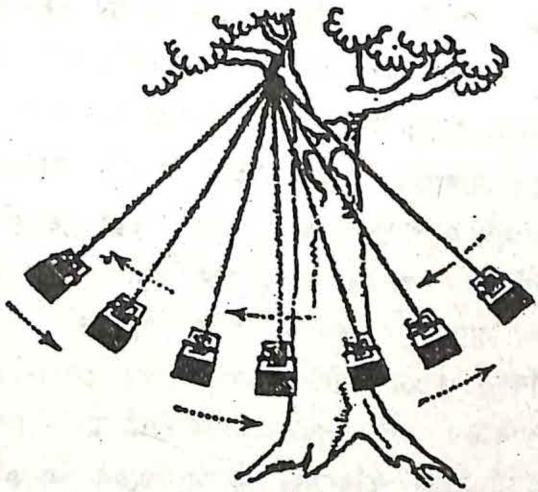
9নং চিত্র

হতে থাকে। এটা আমরা প্রত্যেকে নিজেরাই পরীক্ষা করে দেখতে পারি। বস্তুটির এই স্থান পরিবর্তনকে ঘূর্ণন বলে—কারণ এই গতির ফলে সর্বদাই বস্তুটির দিক পরিবর্তন হচ্ছে।

দ্বিতীয় পরীক্ষা : একটি গাছের ডালে একটি শক্ত দাড় ভাল করে বাঁধা হ'ল। দাড়ির দৈর্ঘ্য এমনভাবে ঠিক করে নিতে হবে, যাতে তার অপর প্রান্ত মাটিতে লেগে না যায়, মাটি থেকে খানিকটা উঁচুতে থাকে। একটি থান ইঁটের যে কোনও একটি পাশে কালো রঙ করে দাড়ির নিম্নপ্রান্তে ইঁটটি শক্ত করে বাঁধা হ'ল। ইঁটটিকে খানিকটা একদিকে টেনে নিয়ে ছেড়ে দিলে দেখা যাবে, ইঁটটি কিছুক্ষণ এপাশ ওপাশ দোলার পরে আস্তে আস্তে থেমে আসবে। যতক্ষণ দোলা চলতে থাকবে, ততক্ষণ ঐ কালো রঙ করা পাশটি দিক পরিবর্তন করছে—কখনো নিচের দিকে, কখনো বাঁদিকে একটু পাশে, কখনো ডানদিকে আর একটু পাশে। অর্থাৎ পাশটি দিক পরিবর্তন করছে।

আর এভাবে শুধু পাশটিই নয়, গোটা ইঁটটিই দিক পরিবর্তন করছে। অর্থাৎ ইঁটটির ঘূর্ণন হচ্ছে। এখানে বলে রাখা দরকার যে, বর্তমান ক্ষেত্রে ইঁটটির চলনও হচ্ছে। কোনও বস্তুর একই সঙ্গে দ্বিবিধ গতি থাকা সম্ভব। কিন্তু এখানে আমরা ঘূর্ণনের কথা বলছি বিশেষ করে। তার কারণ ঘূর্ণনই বর্তমানে আমাদের আলোচনার বিষয়বস্তু।

তাহলে ইঁটটির বেশ কিছুটা ঘূর্ণন হয়েছে বোঝা গেল। এবার ঘূর্ণন কালে ইঁটের যে কোন দুটি অবস্থানের তুলনা করতে হবে। মনে করা যাক, ইঁটটি টেনে নেবার আগে তার যে অবস্থান ছিল সেটাই প্রথম অবস্থান এবং পরের যে কোন একটি অবস্থান দ্বিতীয় অবস্থান। ইঁটটি যখন দ্বিতীয় অবস্থানে এল, তখন ওটাকে ধরে ফেলে দড়ি থেকে খুলে নিয়ে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, বেধ মেপে দেখা যাবে, প্রথম অবস্থানে

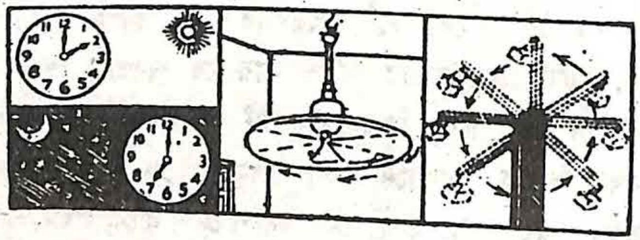


10নং চিত্র

যা ছিল এখনও ঠিক তাই আছে। আবার, ইঁটটির চেহারায় অন্য কোনও বৈশিষ্ট্য থেকে থাকতে পারে, যেমন একটা পিঠের কোনও অংশ হয়তো নিচু ছিল, হয়তো কোনও জায়গায় ইঁট প্রস্তুতকারকের সংক্ষিপ্ত নাম লেখা ছিল। যদি তেমন কোনও বৈশিষ্ট্য গোড়ায়

থেকে থাকে, তাহলে পরেও সেটা তেমনি আছে। অর্থাৎ আমরা সর্বতোভাবে বলতে পারি যে, ঘূর্ণনের ফলে ইঁটটির আকার বা আয়তনের কোনও পরিবর্তন হয়নি এবং তা হয় না।

দৈনন্দিন জীবনে আমরা বিভিন্ন বস্তুর ঘূর্ণন সচরাচর লক্ষ করে থাকি। যেমন গাড়ীর চাকার ঘূর্ণন, ঘড়ির কাঁটার ঘূর্ণন, বৈদ্যুতিক



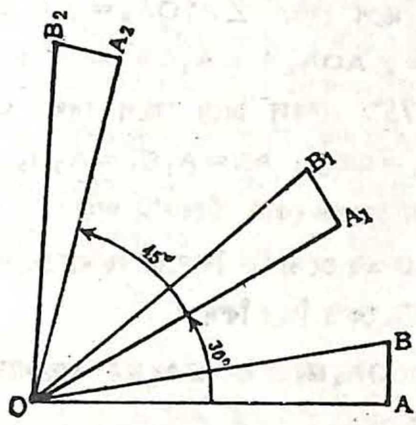
11নং চিত্র

পাখার ঘূর্ণন, ইত্যাদি। বিভিন্ন স্থানে মেলার সময় হয়তো তোমরা কেউ কেউ নাগরদোলায় চেপেছ। নিশ্চয়ই লক্ষ করে থাকবে যে, নাগরদোলার দোলনাগুলি যাতে তোমরা বসে থাক, তা অনবরত চক্রাকারে ঘুরে চলেছে। মাটির কোন নির্দিষ্ট স্থানকে যদি তুমি দোলনা থেকে লক্ষ করে থেকে থাক, তবে নিশ্চয়ই দেখেছ যে দোলনাটি একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর মাটির সেই স্থানকে অতিক্রম করে যায়। সুতরাং বোঝা যাচ্ছে, দোলনাটির প্রতি মুহূর্তে স্থান পরিবর্তন হচ্ছে বটে, কিন্তু একটা নির্দিষ্ট সময় অন্তর দোলনাটি পূর্ববর্তী স্থানে ফিরে আসছে। বস্তুর এরকম গতিই হচ্ছে ঘূর্ণনগতি।

[সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীসহ অন্যান্য গ্রহের আবর্তন, পৃথিবীর চারিদিকে চন্দ্রের আবর্তন, সবই ঘূর্ণনের প্রাকৃতিক উদাহরণ। সৌরজগতই কেবল নয়, বড় হয়ে তোমরা জানতে পারবে, ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র বস্তুর মধ্যেও এরূপ ঘূর্ণন ক্রিয়া বর্তমান। একটি অণুর পরমাণুগুলি তার কেন্দ্রকের চারিদিকে ক্রমাগত আবর্তন করে চলেছে।]

1.10. ঘূর্ণনের জ্যামিতিক ধারনা :

চিত্রের ন্যায় OAB একটি ত্রিভুজাকৃতি পাতলা কাঠের টুকরা নাও এবং O বিন্দুতে ছোট একটি পিন দিয়ে অপর কোন সমতলের উপর এমনভাবে আটকাও যাতে O বিন্দুর চারদিকে OAB ঘুরতে পারে। AOB এর চারপাশে সমতলের উপর পেন্সিল দিয়ে চিহ্নিত কর। এখন



12নং চিত্র

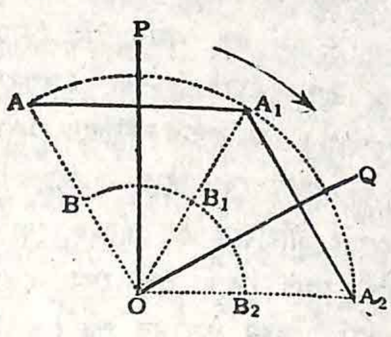
OA বাহুর উপর আস্তে ধাক্কা দিলে OAB ত্রিভুজটি O বিন্দুর চারিদিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত হবে। মনে কর, প্রথমত ত্রিভুজটি 30° কোণে আবর্তিত হয়ে OA_1B_1 অবস্থানে এল, OA_1B_1-এর চারিদিকে সমতলের উপর পেন্সিল দিয়ে দাগ দাও। পুনরায় একইভাবে একই দিকে ধাক্কা দাও। মনে কর, এবার 45° কোণে আবর্তিত হয়ে OA_2B_2 অবস্থানে এল। OA_2B_2-এর চারপাশে সমতলের উপর পেন্সিল দিয়ে দাগ দাও। যে বিন্দুর চারিদিকে OAB আবর্তিত হ'ল, তাকে আবর্তন বা ঘূর্ণন কেন্দ্র বলে। এখানে O ঘূর্ণন কেন্দ্র। বস্তুটি ঘূর্ণন কেন্দ্রের চারিদিকে যে পরিমাণ কোণে আবর্তিত হয়, তাকে আবর্তন বা ঘূর্ণন কোণ বলে। প্রথম ক্ষেত্রে ঘূর্ণন কোণ 30° এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে 45° প্রথম ঘূর্ণনের পর (অর্থাৎ

30° ঘূর্ণনের পর) OA-এর অবস্থান OA_1, OB-এর অবস্থান OB_1. সুতরাং বলা যেতে পারে, OA এবং OB, 30° কোণে ঘুরে যথাক্রমে OA_1 ও OB_1 অবস্থানে এল। চাঁদা দিয়ে মেপে দেখ, $\angle AOA_1 = \angle BOB_1 = 30°$; অনুরূপে, দ্বিতীয়বার ঘূর্ণনের পর (45° ঘূর্ণন) OA_1 ও OB_1 যথাক্রমে OA_2 এবং OB_2 অবস্থানে এসেছে। চাঁদা দিয়ে মেপে দেখ, $\angle A_1OA_2 = \angle B_1OB_2 = 45°$; সুতরাং $\angle AOA_2 = \angle AOA_1 + \angle A_1OA_2 = 30° + 45° = 75°$ অনুরূপে, $\angle BOB_2 = 75°$. স্কেল দিয়ে মেপে দেখ, $OA = OA_1 = OA_2$; $OB = OB_1 = OB_2$; $AB = A_1B_1 = A_2B_2$. সুতরাং ঘূর্ণনে বস্তুর আকৃতি বা আকারগত কোন পরিবর্তন ঘটেনি। লক্ষ কর, ঘূর্ণন কেন্দ্র O ভিন্ন OAB-এর প্রত্যেকটি বিন্দুরই স্থানান্তর ঘটেছে। সুতরাং ঘূর্ণন সাপেক্ষে ঘূর্ণন কেন্দ্র স্থির বিন্দু।

OAB, OA_1B_1 ও OA_2B_2 পরস্পরের সঙ্গে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাবে।

1.11. প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালী দ্বারা ঘূর্ণন ক্রিয়া :

কোন সমতলে পরস্পরচ্ছেদী দুটি সরলরেখায় দুবার ক্রমিক প্রতিফলনের ফলে যে স্থানান্তর প্রক্রিয়া সম্পন্ন হয়, একটু পরীক্ষা করলেই দেখা যায় সেটাও ঘূর্ণন।



13নং চিত্র

পরীক্ষা : মনে কর, কোন সমতলে CP ও OQ দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরল রেখা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। মনে কর, সমতলে যেকোন বিন্দু A প্রথমত OP সরলরেখায় প্রতিফলিত হয়ে A_1

অবস্থানে এল। পুনরায় OQ সরলরেখায় প্রতিফলিত হয়ে A_2 অবস্থানে এল। [কাগজে A বিন্দু কালি দিয়ে চিহ্নিত করে পর পর OP ও OQ সরলরেখায় ভাঁজ করলে A বিন্দুর অন্তিম অবস্থান A_2 বিন্দুতে A বিন্দুর কালির চিহ্ন পড়বে], অর্থাৎ A_2, A বিন্দুর অন্তিম অবস্থান। স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখ, $OA = OA_1 = OA_2$; সুতরাং O-কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে যে বৃত্ত অঙ্কন করা হবে, তা অবশ্যই A_1 ও A_2 বিন্দু দিয়ে যাবে, [বৃত্ত এঁকে দেখ]। O ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে A বিন্দুর ঘূর্ণনের ফলে A বিন্দুর অবস্থান ঐ বৃত্তের উপরেই হবে। আরও লক্ষ কর, ঘূর্ণন কোণ হ'ল $\angle AOA_2$. চাঁদা দিয়ে মেপে দেখ, $AOA_2 = 2\angle POQ$. সুতরাং বলা যায়, পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখাদ্বয় পরস্পর যত কোণে নত থাকে, ঘূর্ণন কোণ তার দ্বিগুণ হবে।

দ্রষ্টব্য : যেহেতু $OA = OA_1 = OA_2$, সুতরাং বলা যায় আবর্তনের ফলে বিন্দুটির যেকোন অবস্থানে বিন্দুটি ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে সমদূরত্ব বজায় রাখে।

OA এর উপর যেকোন বিন্দু নাও না কেন, আবর্তনের পর তা OA_2-এর উপর থাকবে। সুতরাং বলা যায়, আবর্তনের পর সমরেখ বিন্দুগুলির সমরেখতা ধর্মের কোন পরিবর্তন ঘটে না। উপরন্তু কোন বস্তু বা জ্যামিতিক চিত্রের প্রত্যেকটি বিন্দু সমপরিমাণ ঘূর্ণন কোণে আবর্তিত হয়ে থাকে। চিত্রে A বিন্দু $\angle AOA_2$ কোণে আবর্তিত হয়েছে। OA-এর উপরিস্থিত B বিন্দু, $\angle BOB_2$ কোণে আবর্তিত হয়েছে। যেহেতু B_2 অবশ্যই OA_2-এর উপর থাকবে, সুতরাং $\angle BOB_2 = \angle AOA_2$ হবে। এবার OA-এর উপর অপর যেকোন বিন্দু নিয়েও তা দেখানো যেতে পারে।

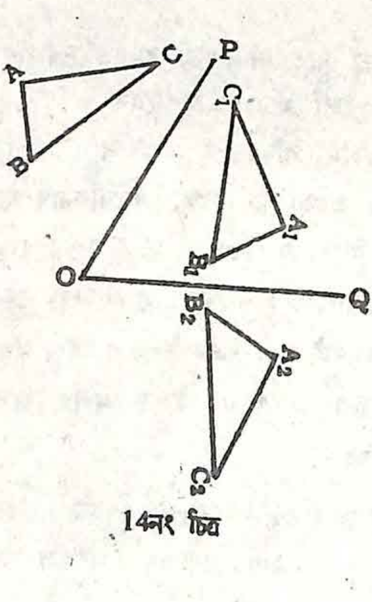
আবার A এবং B বিন্দুর মধ্যে যে দূরত্ব, ঘূর্ণনের পরনতুন অবস্থানে A_2 ও B_2-এর মধ্যেও সেই দূরত্ব বজায় থাকবে। স্কেল দিয়ে

মেপে দেখ, $AB = A_2B_2$; অর্থাৎ বলা যায়, ঘূর্ণনের ফলে দুটি বিন্দুর পারস্পরিক দূরত্বের কোন পরিবর্তন ঘটে না। উপরন্তু, A, B-এর অন্তর্বর্তী যেকোন বিন্দু ঘূর্ণনের পর A_2, B_2-এর অন্তর্বর্তী থাকবে।

1.12. ঘূর্ণনে কোণের মান বা তার দিগ্‌বিন্যাসের কোন পরিবর্তন ঘটে না :

তোমরা দেখেছ AOB ত্রিভুজাকৃতি বস্তুটি প্রথমত 30° কোণে আবর্তনের পর A_1OB_1 অবস্থানে এবং দ্বিতীয়বার 45° কোণে আবর্তনের পর A_2OB_2 অবস্থানে এসেছে। চাঁদা দিয়ে মেপে দেখ, $\angle AOB = \angle A_1OB_1 = \angle A_2OB_2$ হয়েছে। এ থেকে নিশ্চয়ই বুঝতে পারছ যে ঘূর্ণনের ফলে কোণের দিগ্‌বিন্যাস ও মান অপরিবর্তিত আছে।

1.13. প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালীর সাহায্যে ত্রিভুজের ঘূর্ণনের পরীক্ষা :



14নং চিত্র

একটি সাদা কাগজের উপর OP, OQ দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা নাও। ঐ সমতলে OP-এর যে পাশে OQ সরলরেখা অবস্থিত তার বিপরীত পাশে ABC একটি ত্রিভুজ নিয়ে, তার বাহুগুলি বরাবর বেশ করে কালি লাগিয়ে দাও। এবার কাগজটিকে OP সরলরেখা বরাবর ভাঁজ করে বেশ করে চেপে ধরলে OP-এর

যে পাশে OQ অবস্থিত সে পাশে ত্রিভুজটির ছাপ পড়বে। এর নাম দেওয়া যাক $A_1B_1C_1$. এটাই OP সরলরেখায় ABC ত্রিভুজের প্রতিফলন। অনুরূপে, OQ সরলরেখায় $A_1B_1C_1$-এর প্রতিফলন হ'ল $A_2B_2C_2$.

এবার O, A ; O, B ; O, C ; O, A_2 ; O, B_2 ; O, C_2 যুক্ত কর এবং চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখ $\angle AOA_2 = \angle BOB_2 = \angle COC_2 = \theta$ (মনে কর) [θ গ্রীক বর্ণমালার একটি অক্ষর, এর উচ্চারণ হ'ল 'থিটা'।]

তাহলে আমরা বলতে পারি যে, ABC ত্রিভুজটিকে O বিন্দু সাপেক্ষে ঘড়ির কাঁটার দিকে θ কোণ পরিমাণ ঘোরালেই $A_2B_2C_2$ ত্রিভুজটি পাওয়া যাবে। অর্থাৎ ABC ত্রিভুজটি সর্বতোভাবে $A_2B_2C_2$ ত্রিভুজের সঙ্গে মিশে যাবে। স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখ, $A_2B_2 = AB$, $B_2C_2 = BC$, $C_2A_2 = CA$ এবং চাদার সাহায্যে মেপে দেখ, $\angle A_2B_2C_2 = \angle ABC$, $\angle B_2C_2A_2 = \angle BCA$ এবং $\angle C_2A_2B_2 = \angle CAB$; চলন ও ঘূর্ণন এই উভয় গতির ফলেই ত্রিভুজটির আকার, আয়তন সম্পূর্ণ অপরিবর্তিত থাকে।

কথাটি শুধু ত্রিভুজ নয়, যে কোনও জ্যামিতিক চিত্র সম্বন্ধেই সত্য। চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি নিয়ে তোমরা অনুরূপভাবে পরীক্ষা করে এই সত্যটি ভালভাবে উপলব্ধি করতে পার। শুধু মনে রাখতে হবে যে, কোনও চলনের জন্য প্রয়োজন দুটি সমান্তরাল সরলরেখায় পর পর দুবার প্রতিফলন এবং ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজন দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখায় পর পর দুবার প্রতিফলন।

1.14. ঘূর্ণনের ধর্ম :

প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালীর সাহায্যে নিচে দেওয়া ঘূর্ণন ক্রিয়ার ধর্মগুলি তোমরা নিজেরাই পরীক্ষা করে দেখ :

(i) সমরেখ বিন্দুগুলি ঘূর্ণনের পরেও সমরেখ থাকে।

(ii) দুটি বিন্দুর অন্তর্বর্তী কোন বিন্দু, ঘূর্ণনের পরেও ঐ দুই বিন্দুর অন্তর্বর্তী থাকে।

(iii) ঘূর্ণনে বিভিন্ন বিন্দুর পারস্পরিক দূরত্বের কোণ পরিবর্তন ঘটে না।

(iv) ঘূর্ণনের ফলে কোন কোণের পরিমাণ বা তার দিগ্‌বিন্যাসের কোন পরিবর্তন ঘটে না। [এখানে বুঝিয়ে দিতে হবে যে একবার প্রতিফলনের ফলে কোণের মান অপরিবর্তিত থাকলেও দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন হয়। দ্বিতীয় বার প্রতিফলনের ফলে সেই পরিবর্তনটুকুও শুধরে যায়।]

(v) সামতলিক চিত্রের প্রতিটি বিন্দুর একই দিকে ঘূর্ণন হয়।

(vi) প্রতিটি বিন্দুর ঘূর্ণন কোণের মান সমান হয়।

(vii) ঘূর্ণনের ফলে ঘূর্ণন কেন্দ্র ভিন্ন সকল বিন্দুরই স্থানান্তর ঘটে। সুতরাং ঘূর্ণন কেন্দ্র একটি স্থির বিন্দু।

(viii) ঘূর্ণনে কোন স্থির সরলরেখা নেই।

অনুশীলনী ২

1. ঘূর্ণন কাকে বলে? দৈনন্দিন জীবনে সচরাচর দৃষ্ট কয়েকটি ঘূর্ণন ক্রিয়ার উদাহরণ দাও।

2. ঘূর্ণন কেন্দ্র ও ঘূর্ণন কোণ কাকে বলে? চিত্র সহযোগে ঘূর্ণনের জ্যামিতিক বর্ণনা দাও।

3. প্রতিফলন, চলন ও ঘূর্ণনের মধ্যে মূলগত পার্থক্য কি? চিত্র সহযোগে দেখাও।

4. পরীক্ষা করে দেখাও যে পরস্পরচ্ছেদী দুটি সরলরেখায় ক্রমিক প্রতিফলনে ঘূর্ণনের সৃষ্টি হয়

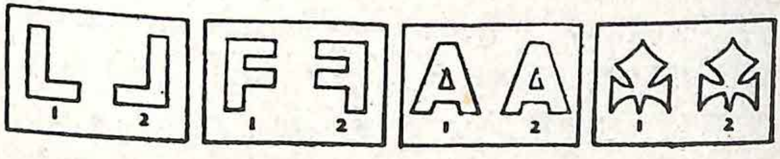
5. চিত্র অঙ্কন করে দেখাও যে, চলন বা ঘূর্ণনের ফলে কোণের মান বা দিগ্‌বিন্যাসের কোন পরিবর্তন ঘটে না।

6. প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালী দ্বারা চলন ও ঘূর্ণন ক্রিয়া দেখিয়ে দাও।

7. নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তগুলির সঙ্গে যুক্ত (i), (ii) ইত্যাদি নম্বরগুলি খাতায় লিখে যেগুলি সঠিক তার পাশে (✓) চিহ্ন এবং যেগুলি ভুল তার পাশে (×) চিহ্ন দাও এবং পরে ভুলগুলি শুদ্ধ করে লেখ ঃ

(i) ঘূর্ণনে একটি স্থির বিন্দু থাকে।
(ii) ঘূর্ণনে জ্যামিতিক চিত্রের দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে।
(iii) ঘূর্ণনে জ্যামিতিক চিত্রের আকৃতিগত কোন পরিবর্তন ঘটে না।
(iv) সমান্তরাল দুটি সরলরেখায় ক্রমিক প্রতিফলনে ঘূর্ণনের সৃষ্টি হয়।
(v) ঘূর্ণনে বিন্দুর সমরেখতা ধর্ম বজায় থাকে না।
(vi) ঘূর্ণনে সমতলস্থ প্রতিটি বিন্দুর ঘূর্ণন কোণ সমান হয়।
(vii) ঘূর্ণনের ফলে বিন্দুগুলির পারস্পরিক দূরত্বের পরিবর্তন ঘটে।
(viii) ঘূর্ণনে সকল বিন্দুর স্থানচ্যুতি ঘটে।
(ix) ঘূর্ণনে কোণের দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে না।
(x) প্রতিফলনে কোণের দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে না।
(xi) পরস্পরচ্ছেদী দুটি সরলরেখায় ক্রমিক প্রতিফলনে চলন হয়।
(xii) ঘূর্ণনের ফলে দুটি বিন্দুর পারস্পরিক দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকে।
(xiii) প্রতিফলনে সকল বিন্দুর স্থানচ্যুতি ঘটে।

8. নিম্নলিখিত চিত্রগুলির 1নং চিত্র থেকে 2নং চিত্র এক বা একাধিক কি কি রূপান্তরের ফলে পাওয়া যাবে লেখ। [চলন, ঘূর্ণন বা প্রতিফলনের সাহায্যে আমরা একটি জ্যামিতিক চিত্রকে নতুনভাবে পাই বলে ঐ প্রক্রিয়াগুলিকে রূপান্তর বলি এবং প্রাপ্ত চিত্রগুলিকে রূপান্তরিত চিত্র বলি।] প্রতিফলন হলে প্রতিফলন রেখা, চলন হলে চলনের দিক এবং ঘূর্ণন হলে ঘূর্ণন কেন্দ্র নির্ণয় করে দেখাও।



15নং চিত্র

9. প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালীর সাহায্যে দেখাও যে

(i) প্রতিফলনের ফলে রেখাংশের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয় না, কিন্তু দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন হয়।

(ii) চলনের ফলে রেখাংশের দৈর্ঘ্য বা দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(iii) ঘূর্ণনের ফলে রেখাংশের দৈর্ঘ্য বা দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(iv) প্রতিফলনের ফলে ত্রিভুজের আকার বা আকৃতির পরিবর্তন হয় না কিন্তু দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন হয়।

(v) চলনের ফলে ত্রিভুজের আকার, আকৃতি দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(vi) ঘূর্ণনের ফলে ত্রিভুজের আকার, আকৃতি দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(vii) প্রতিফলনের ফলে চতুর্ভুজের আকার বা আকৃতির পরিবর্তন হয় না, কিন্তু দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন হয়।

(viii) চলনের ফলে চতুর্ভুজের আকার, আকৃতি দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(ix) ঘূর্ণনের ফলে চতুর্ভুজের আকার, আকৃতি দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(x) প্রতিফলনের ফলে বৃত্তের আকার বা আকৃতি পরিবর্তন হয় না, কিন্তু দিগ্‌বিন্যাসের পরিবর্তন হয়।

(xi) চলনের ফলে বৃত্তের আকার, আকৃতি দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

(xii) ঘূর্ণনের ফলে বৃত্তের আকার, আকৃতি দিগ্‌বিন্যাস কিছুরই পরিবর্তন হয় না।

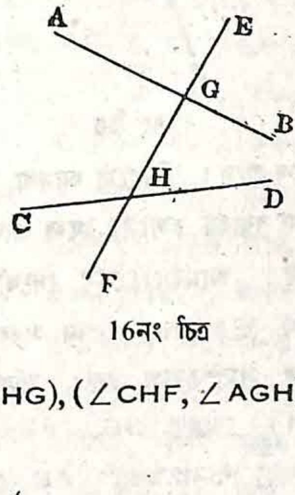
দ্বিতীয় অধ্যায়

কয়েকটি জ্যামিতিক ধর্মের যাচাই

2.1. বিভিন্ন প্রকারের সামতলিক চিত্রের জ্যামিতিক ধর্মগুলি জানা জ্যামিতি পাঠের একটি উদ্দেশ্য। বর্তমান অধ্যায়ে কয়েকটি ধর্ম চলন, ঘূর্ণন ও প্রতিফলনের সাহায্যে যাচাই করে দেখা হবে।

2.2. অনুরূপ কোণ :

মনে কর AB ও CD যেকোন দুটি সরলরেখাকে EF সরলরেখা যথাক্রমে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে (16নং চিত্র)। তাহলে নিচের প্রতি জোড়া কোণের একটিকে আর একটির অনুরূপ কোণ বলব :



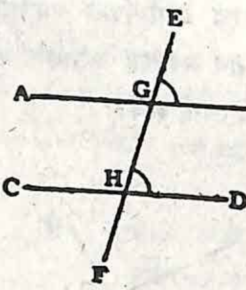
16নং চিত্র

($\angle$EGB, $\angle$GHD), ($\angle$AGE, $\angle$CHG), ($\angle$CHF, $\angle$AGH), ($\angle$FHD, $\angle$HGB).

2.3. যখন একটি সরলরেখা অপর দুটি সরলরেখাকে ছেদ করে তখন ঐ অপর সরলরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে, যদি একজোড়া অনুরূপ কোণ পরস্পর সমান হয়।

মনে কর, AB ও CD দুটি সরলরেখাকে EF সরলরেখা যথাক্রমে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং একজোড়া অনুরূপ কোণ $\angle$EGB ও $\angle$GHD সমান হয়েছে। যাচাই করে দেখ যে AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল।

চলনের সাহায্যে যাচাই : 17নং চিত্রটির উপর একটি কাগজ রেখে ∠EGB এ'কে ওটিকে কেটে নাও। কাগজের G বিন্দুটি চিত্রের H বিন্দুতে স্থাপন করে GE কিনারাটি HG বরাবর বসাও। দেখবে GB কিনারাটি HCএর সঙ্গে মিশে গেছে। এখানে যা করা হ'ল তা হচ্ছে চলন প্রক্রিয়া। অর্থাৎ EGB কোণকে EF সরলরেখা বরাবর চলন ক্রিয়া সম্পাদন করে G বিন্দুকে H বিন্দুতে আনা হ'ল। যেহেতু EF, GH ও EG একই সরলরেখা, সুতরাং EG, GH সরলরেখার উপর সমাপতিত হবে এবং ∠EGB= ∠GHD বলে GB সরলরেখা অবশ্যই HD সরলরেখার সঙ্গে মিশে যাবে। তাহলে আমরা বলতে পারি, GB সরলরেখা EF সরলরেখা বরাবর চলনের ফলে নতুন অবস্থান HD সরলরেখায় রূপান্তরিত হ'ল। আমরা পূর্বেই দেখেছি চলনের ফলে চলনের দিকের সরলরেখা ছাড়া অন্য কোন সরলরেখা নতুন অবস্থানে প্রথম অবস্থানের সঙ্গে সমান্তরাল হয়। সুতরাং GB ও HD পরস্পর সমান্তরাল হবে। যেহেতু GB, AB-এর অংশ এবং HD, CD-এর অংশ, সুতরাং সামগ্রিকভাবে AB ও CD সরলরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে।

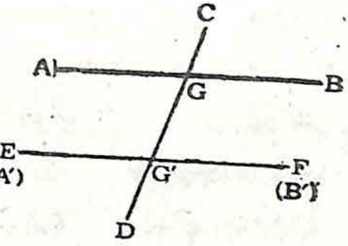


17নং চিত্র

2.4. দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখার উভয়েই অপর একটি তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।

মনে কর, AB ও CD দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। যাচাই করে দেখতে হবে যে AB ও CD উভয়ে অপর একটি তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।

চলনের সাহায্যে যাচাই : মনে কর, AB সরলরেখা অপর একটি তৃতীয় সরলরেখা EF-এর সমান্তরাল। দেখাতে হবে যে CD সরলরেখা EF সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।



18নং চিত্র

আমরা জানি, চলনের দিকের সরলরেখা ছাড়া অন্য কোন সরলরেখার চলনে, নতুন অবস্থান ও প্রাথমিক অবস্থান পরস্পর সমান্তরাল হয় এবং সরলরেখার উপরিস্থিত কোন বিন্দুও নতুন অবস্থানে সরলরেখার উপরেই অবস্থিত থাকে। কল্পনা অনুসারে, AB ও EF পরস্পর সমান্তরাল। তাহলে এমনভাবে চলন প্রক্রিয়া সম্পন্ন করা যাক, যার ফলে AB সরলরেখাস্থ C বিন্দুর CD সরলরেখা বরাবর সরণ হয় এবং AB এর নতুন অবস্থান যখন EF এর সঙ্গে মিশে যাবে, তখন G বিন্দুর নতুন অবস্থানও EF সরলরেখাস্থ একটি বিন্দু হবে। মনে করা যাক, সেই বিন্দুটি G'. প্রথম অবস্থানে, অর্থাৎ চলন ক্রিয়া সম্পন্ন হওয়ার আগে, G বিন্দুটি শুধু AB সরলরেখাস্থ ছিল তাই নয়, CD সরলরেখাতেও ছিল এবং আমরা জানি চলনের ফলে এই ধর্মের কোনও পরিবর্তন ঘটবে না। অর্থাৎ নতুন অবস্থানে G' বিন্দুটি, CD সরলরেখাস্থই থাকবে। তাহলে G' বিন্দু AB এর নতুন অবস্থান EF এবং CD সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু। অর্থাৎ CD এবং EF পরস্পরচ্ছেদী হওয়ায় পরস্পর সমান্তরাল হতে পারে না।

দ্রষ্টব্য : কাগজ কেটে এই জ্যামিতিক তথ্যটি নিজেরা সহজেই পরীক্ষা করতে পার। চিত্রটির উপর একটি পাতলা কাগজ রেখে তার উপর চিত্রটির হুবহু ছাপ এঁকে নাও। এখন AB বরাবর কাগজটির উপরের অংশ কেটে নাও। এবার কাটা কাগজটি মূল

চিত্রটির উপর এমনভাবে স্থাপন কর যাতে AB কিনারাটি EF-এর সঙ্গে এবং G বিন্দু G' বিন্দুর সঙ্গে মিশে যায়। দেখবে, CG অংশটি CD সরলরেখা বরাবর স্থাপিত হয়েছে। এর অর্থ হচ্ছে CG, অর্থাৎ সমগ্র CD সরলরেখা EF সরলরেখাকে G' বিন্দুতে ছেদ করেছে। পরস্পর ছেদ করার ফলে CD এবং EF সমান্তরাল হতে পারে না।

2.5. সর্বসমতা :

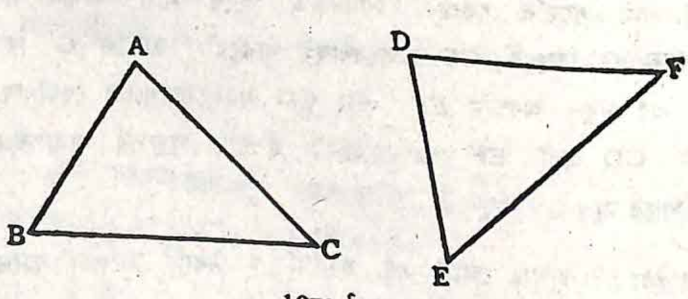
দুটি সামতলিক জ্যামিতিক চিত্রের একটিকে যদি চলন বা ঘূর্ণন বা এই দ্বিবিধ গতির সংমিশ্রণের সাহায্যে অপরটির সঙ্গে মিশিয়ে দেওয়া যায়, তবে চিত্রদ্বয়ের এই ধর্মটিকে সর্বসমতা বলা হয় এবং চিত্রদ্বয়কে সর্বসম চিত্র বলা হয়। সর্বসমতাকে ≅ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

মন্তব্য : চিত্র দুটি যদি বিপরীত দিগবিন্যাসযুক্ত হয়, তাহলে প্রতিফলনেরও সাহায্য নিতে হবে।

আমরা এর পর দুটি ত্রিভুজের সর্বসমতা সম্বন্ধে আলোচনা করব।

2.6. SAS সূত্র :

মনে কর ABC ও DEF দুটি ত্রিভুজের মধ্যে AB = DE, AC = DF



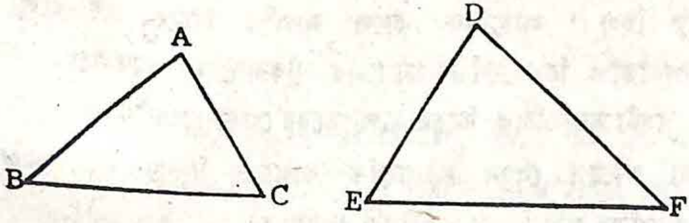
19নং চিত্র

এবং অন্তর্ভূত ∠BAC = অন্তর্ভূত ∠EDF. যাচাই করে দেখতে হবে যে △ABC ≅ △DEF.

পরীক্ষা ঃ প্রথমে একটি সহজ পরীক্ষার সাহায্যে সর্বসমতার এই ধর্মটি দেখানো হবে। ঠিক △ABC-এর মাপে একটি কাগজের টুকরা কেটে নেওয়া হ'ল। এবার ত্রিভুজাকৃতি কাগজটিকে △DEF-এর উপর এমনভাবে স্থাপন করা হ'ল যাতে কাগজের A বিন্দুটি D বিন্দুর উপর পড়ে। একটি আলপিনের সাহায্যে A বিন্দুটিকে D বিন্দুর উপর স্থির রেখে কাগজের টুকরাটিকে একটু এদিক ওদিক ঘুরিয়ে AB বাহুকে DE বাহু বরাবর স্থাপন কর। তাহলেই দেখবে কাগজের উপর ABC ত্রিভুজের ছাপটি সর্বতোভাবে △DEF-এর সঙ্গে মিশে গেছে।

মন্তব্য 1. এই পরীক্ষাটি তোমরা নিজেরা সহজেই করতে পার। তবে একটি বিষয়ে একটু সাবধান হলে কাজের সুবিধা হবে। কাগজের উপর ত্রিভুজের ছাপটি ঠিকমত তুলে কাগজটিকে একটু বড় মাপে কেটে নেবে। তাতে A বিন্দুকে D বিন্দুতে নিয়ে গিয়ে আলপিন বসানো এবং কাগজ ঘোরানো—এই দুয়েরই সুবিধা হবে।

মন্তব্য 2. সর্বসমতার উপরিলিখিত ধর্ম সম্বন্ধে সম্পূর্ণ নিঃসন্দেহ হওয়ার জন্য আরও দু-একটি পরীক্ষা করলে ভাল হয়। দেখবে উপরে যে শর্ত তিনটি দেওয়া আছে (AB=DE, AC=DF, ∠BAC=

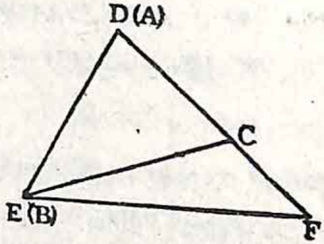


20নং চিত্র

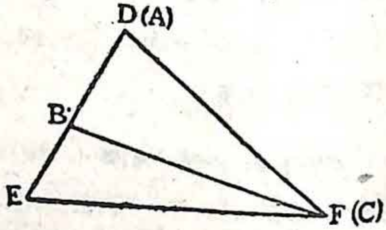
∠EDF) তার কোন একটির ব্যতিক্রম হলে উপরের পরীক্ষা করলেও ত্রিভুজ দুটিকে কিছুতেই মিশিয়ে দেওয়া যাবে না। যেমন,

যদি AC = DF না হয়ে AC < DF হ'ত, স্থানান্তরিত ABC ত্রিভুজটির স্থানান্তরের ফল হবে 21নং চিত্রের মত।

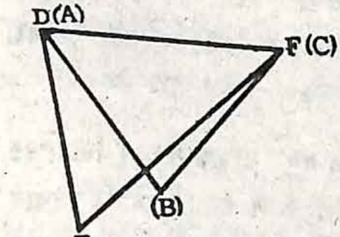
আবার যদি AB < DE হয়, তাহলে রূপান্তরের পর অবস্থা দাঁড়াবে 22 নং চিত্রের মত।



21নং চিত্র



22নং চিত্র



23নং চিত্র

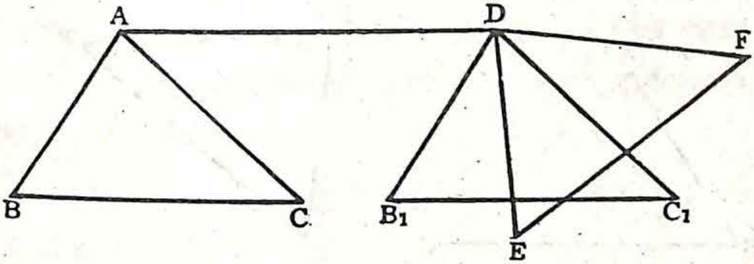
∠BAC < ∠EDF হলেও স্থানান্তরের পর অবস্থা দাঁড়াবে 23 নং চিত্রের মতই।

মন্তব্য 3. SAS সূত্রের সত্যতা প্রদর্শনের উপরে বর্ণিত উপরিপাত পদ্ধতিই আগে সর্বাধিক প্রচলিত ছিল। আধুনিক কালে আপত্তি উঠেছে এই বলে যে, এই পদ্ধতিতে ত্রিভুজাকৃতি কাগজের টুকরাটিকে সমতলচ্যুত করতে হয়। সেটা সামতলিক চিত্রের রূপান্তরের ক্ষেত্রে বাঞ্ছনীয় নয়। আরও আপত্তি আছে; যেমন ত্রিভুজাকৃতি কাগজও ত্রিভুজ নয়, ঘনবস্তু। এসব আপত্তির জন্য নিচের পরীক্ষাটি দরকার।

2.7. চলন ও ঘূর্ণনের সাহায্যে SAS সূত্রের যাচাই :

আগের মত ABC ও DEF ত্রিভুজ দুটির মধ্যে AB = DE

AC = DF, ∠BAC = ∠EDF (19 নং চিত্র)। যাচাই করে দেখতে হবে যে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম।



24নং চিত্র

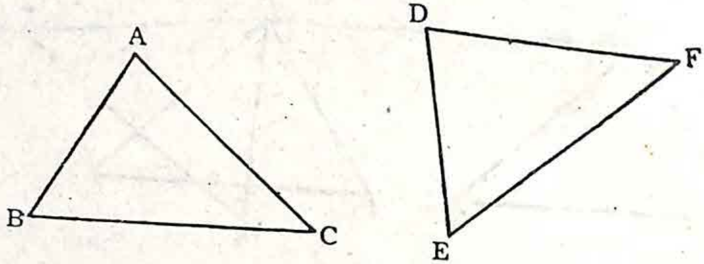
পরীক্ষা : A, D যুক্ত কর। ABC ত্রিভুজটির AD সরলরেখা বরাবর ঠিক AD পরিমাণ চলন সম্পাদন করা হ'ল। এর ফলে A বিন্দু D বিন্দুতে মিশে যাবে। এই চলনের ফলে ABC ত্রিভুজের রূপান্তর হ'ল। মনে করা যাক, রূপান্তরিত ত্রিভুজটি DB_1C_1, এই ΔDB_1C_1-এর D বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঠিক $\angle B_1DE$ পরিমাণ ঘোরাতে হবে। তাহলেই দেখবে DB_1C_1 ত্রিভুজটি, অর্থাৎ ABC ত্রিভুজটি Δ DEF এর সঙ্গে সম্পূর্ণভাবে মিশে গেছে।

দ্রষ্টব্য : প্রদত্ত শর্তের কোনও একটির ব্যতিক্রম ঘটলে দেখবে যে, এই পরীক্ষাতেও দুটি ত্রিভুজকে কিছুতেই সর্বতোভাবে মিশিয়ে দেওয়া যাচ্ছে না।

মন্তব্য : SAS সূত্রটিতে S দ্বারা Side (বাহু) এবং A দ্বারা Angle (কোণ) বোঝানো হয়েছে। A দুটি S-এর মাঝখানে থাকায় বুঝতে হবে কোণটি অন্তর্ভুক্ত কোণ অর্থাৎ দুটি বাহু এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান হলে, ত্রিভুজ দুটি সর্বসম। এই সর্তটিকে বাংলায় বাহু—কোণ—বাহুও বলা হয়।

2.8. AAS সূত্র :

মনে কর, ABC ও DEF দুটি ত্রিভুজের মধ্যে

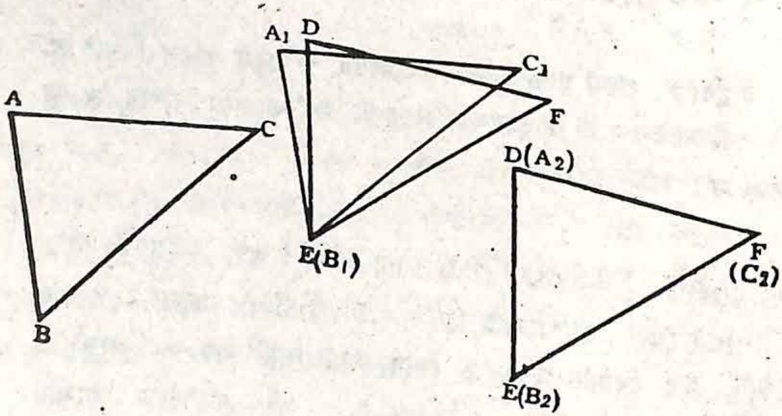


25 নং চিত্র

∠ABC = ∠DEF, ∠BCA = ∠EFD এবং AB = DE, যাচাই করে দেখতে হবে △ABC ≅ △DEF.

2.9. চলন ও ঘূর্ণনের সাহায্যে AAS সূত্রের যাচাই :

BE-এর দিকে BE মানের একটি চলন সম্পন্ন করা হ'ল।



26নং চিত্র

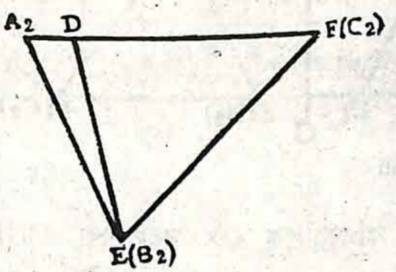
এই চলনের ফলে B বিন্দু E বিন্দুতে মিশে যাবে। $\triangle ABC$-এর নতুন অবস্থান হ'ল A_1EC_1 বা $A_1B_1C_1$. এবার B_1 তথা E-কে ঘূর্ণন কেন্দ্র নিয়ে $\triangle A_1EC_1$, অর্থাৎ $\triangle A_1B_1C_1$ এর উপর ঘড়ির কাঁটার দিকে $\angle A_1ED$ পরিমাণ ঘূর্ণন সম্পন্ন কর। তাহলেই দেখবে নতুন অবস্থানে $A_1B_1C_1$ ত্রিভুজটি $\triangle DEF$-এর সঙ্গে সর্বোতোভাবে মিশে গেছে। অর্থাৎ ত্রিভুজ দুটি সর্বসম বা

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

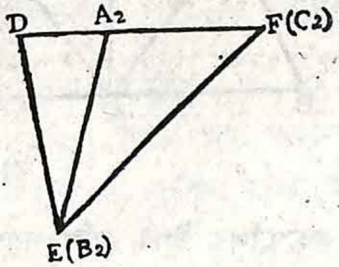
মন্তব্য : লক্ষ করতে হবে যে, প্রদত্ত তিনটি শর্তের একটিরও ব্যতিক্রম হলে, একই প্রকার চলন-ঘূর্ণন করেও কিন্তু ত্রিভুজ দুটিকে কিছুতেই মিশিয়ে দেওয়া যাবে না।

$\angle ABC > \angle DEF$ হলে, চলন-ঘূর্ণনের ফলে চূড়ান্ত অবস্থান হবে 27 নং চিত্রের মত।

$\angle ABC < \angle DEF$ হলে, চলন-ঘূর্ণনের ফলে চূড়ান্ত অবস্থান হবে 28 নং চিত্রের মত।

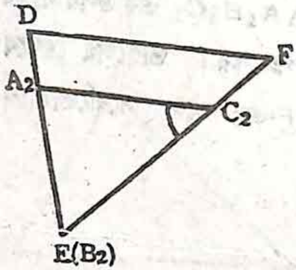


27নং চিত্র

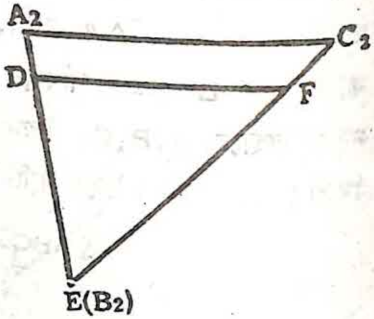


28 নং চিত্র

BC < EF হলে, হবে 29 নং চিত্রের মত এবং
BC > EF হলে, হবে 30নং চিত্রের মত।



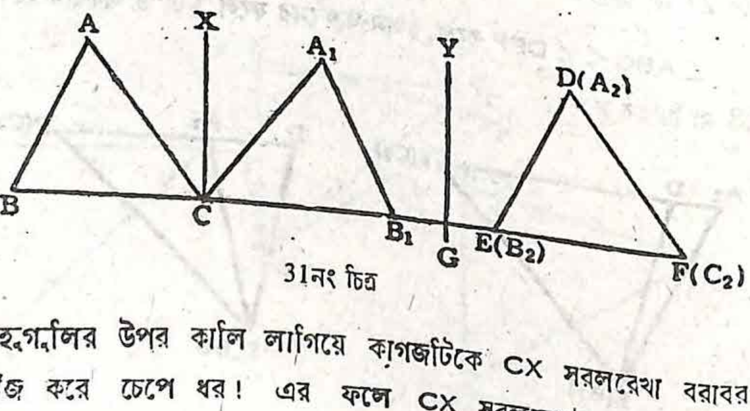
29নং চিত্র



30নং চিত্র

2.10. প্রতিফলন বা কাগজ ভাঁজ প্রণালীর সাহায্যে SAS, AAS সূত্রের যাচাই :

কাগজের উপর ABC ও DEF ত্রিভুজ দুটি এমনভাবে অঙ্কন কর যাতে BC এবং EF বাহু একই সরলরেখায় হয়। এবার BCEF সরলরেখার উপর C বিন্দুতে CX লম্ব আঁক। এবার △ABC-এর



31নং চিত্র

বাহুগুলির উপর কালি লাগিয়ে কাগজটিকে CX সরলরেখা বরাবর ভাঁজ করে চেপে ধর। এর ফলে CX সরলরেখার অপর পাশে △ABC এর যে ছাপ উঠবে সেটাই CX সরলরেখায় △ABC এর প্রতিফলন। প্রতিফলিত চিত্রটির নাম দাও A_1B_1C. B_1 বিন্দুটি

BQEF সরলরেখার উপর অবস্থিত হবে। এবার B_1E রেখাংশকে G বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত কর। সমদ্বিখণ্ডক GY, G বিন্দুতে BCEF--এর উপর লম্বও হ'ল। $\Delta A_1B_1C_1$-এর বাহুগুলির উপর কালি মাখিয়ে কাগজটিকে GY সরলরেখা বরাবর ভাঁজ করে চেপে ধরলে দেখবে ΔA_1B_1C-এর ছাপটি ΔDEF-এর সঙ্গে সর্বতোভাবে মিশে গেছে। এই ছাপটির নাম দাও $\Delta A_2B_2C_2$. এটি ΔA_1B_1C-এর GY সরলরেখায় প্রতিফলন এবং মূল ত্রিভুজ ABC-এর BCEF সরলরেখায় BE দূরত্বের পরিমাণ চলনের ফল। এই চলন বা দুটি সমান্তরাল সরলরেখায় পর পর দুবার প্রতিফলনের ফলে ΔABC, ΔDEF-এর সঙ্গে সর্বতোভাবে মিশে গেল। অর্থাৎ

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF.$$

দ্রষ্টব্য : এই পদ্ধতি **SAS** এবং **AAS** উভয় সূত্র সম্বন্ধে সমানভাবে প্রযোজ্য।

2. এ অনুচ্ছেদে ত্রিভুজ দুটির বিশেষ অবস্থান বেছে নেওয়া হয়েছে। কিন্তু যেকোন অবস্থানের জন্যই প্রতিফলনের সাহায্য নেওয়া যাবে। যদি ত্রিভুজ দুটির দিগ্‌বিন্যাস একই হয়, তাহলে দুবার এবং বিপরীত দিগ্‌বিন্যাস হলে একবার বা তিনবার প্রতিফলন প্রয়োগ করতে হবে। পরবর্তীকালে তোমরা যদি অতিরিক্ত গণিত পড়, তাহলে এ সম্বন্ধে আরো বিস্তারিত জানতে পারবে।

2.11. বৃত্তের সর্বসমতা :

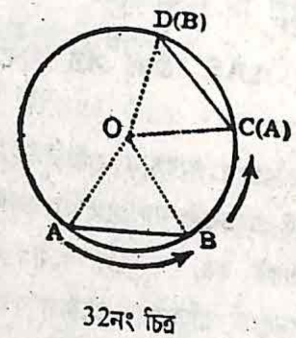
দুটি বৃত্তের একটিকে যদি চলন, ঘূর্ণন, প্রতিফলন বা এদের সংযুক্তির ফলে অপরটির সঙ্গে সম্পূর্ণ মিশিয়ে দেওয়া যায়, তাহলে বৃত্ত দুটিকে সর্বসম বলে। সহজেই বোঝা যায়, সর্বসম বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ সমান।

2.12. সর্বসম বৃত্তে (অথবা একই বৃত্তে) সমান সমান জ্যাগুলি সমান সমান চাপ ছিন্ন করে এবং তারা কেন্দ্রে সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে।

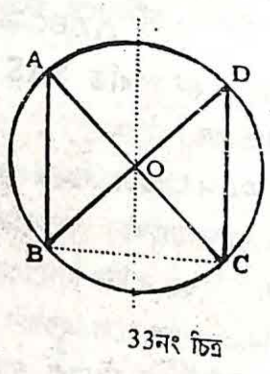
(i) ঘূর্ণনের সাহায্যে যাচাই (একই বৃত্তে) ঃ

মনে কর, O কোন বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD এই বৃত্তের দুটি সমান জ্যা। ঘূর্ণনের সাহায্যে আমরা যাচাই করে দেখব যে, AB ও CD চাপদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান এবং AB ও CD কেন্দ্রে সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করেছে, অর্থাৎ ∠AOB = ∠COD.

OA, OB, OC, OD যুক্ত কর। তাহলে OAB ও OCD দুটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হ'ল। এখন বৃত্তটির কেন্দ্র O কে ঘূর্ণন কেন্দ্র ধরে চিত্রটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ∠AOC পরিমাণ ঘোরাও (35 নং চিত্র)।



32নং চিত্র



33নং চিত্র

তাহলেই দেখবে △OAB সর্বতোভাবে △OCD এর সঙ্গে মিশে গেছে এবং তারই ফলে চাপ AB = চাপ CD এবং

∠AOB = ∠COD হয়েছে।

এই দুটি তথ্যই আমরা দেখাতে চেয়েছিলাম।

(ii) প্রতিফলনের সাহায্যে যাচাই (একই বৃত্তে) ঃ

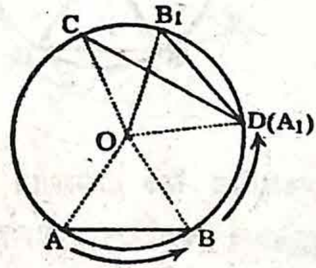
O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে জ্যা AB = জ্যা DC. আমরা প্রতিফলনের সাহায্যে যাচাই করে দেখব চাপ AB = চাপ DC এবং ∠AOB = ∠DOC.

33নং চিত্রটিকে একটি তৈলাক্ত কাগজে এঁকে নিয়ে O বিন্দু দিয়ে এমন ভাবে ভাঁজ কর যে B বিন্দু যেন C বিন্দুর উপর পড়ে (ভাঁজ রেখা BC রেখাংশের লম্ব-সমদ্বিখণ্ডক হবে)। তাহলে দেখা যাবে A বিন্দু D বিন্দুর উপর পড়েছে এবং বৃত্তের একটি অংশ অপর অংশের সঙ্গে মিশে গেছে। অর্থাৎ AB চাপ প্রতিফলিত হয়ে DC চাপের সঙ্গে এবং ∠AOB, ∠DOC এর সঙ্গে মিশে গেছে। কাজেই আমরা বলতে পারি, চাপ AB=চাপ DC এবং ∠AOB= ∠DOC।

দ্রষ্টব্য : AB=DC এই প্রদত্ত শর্তের ব্যতিক্রম ঘটলে উপরের তথ্য দুটির কোনটিই সত্য হবে না।

34নং চিত্রে AB<DC।

এখন যদি O কে ঘূর্ণন কেন্দ্র নিয়ে চিত্রটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ∠AOD পরিমাণ ঘোরানো যায় তবে △OAB-এর নতুন অবস্থান হবে $\triangle OA_1B_1$ এবং দেখা যাবে



34নং চিত্র

$$\text{চাপ } AB = \text{চাপ } A_1B_1 < \text{চাপ } DC$$

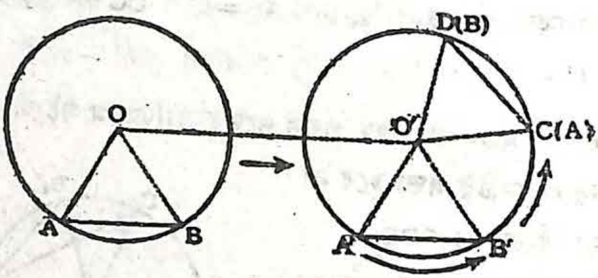
$$\text{এবং } \angle AOB = \angle A_1OB_1 < \angle COD$$

(iii) চলন ও ঘূর্ণনের সংযুক্তির সাহায্যে যাচাই (সর্বসম বৃত্তে) :

মনে কর, দুটি সর্বসম বৃত্তের কেন্দ্র যথাক্রমে O এবং O, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে CD দুটি সমান জ্যা। যাচাই করে দেখতে হবে যে চাপ AB=চাপ CD এবং ∠AOB= ∠CO D.

OO′ যুক্ত কর। এক টুকরা কাগজের উপর OA, OB, AB

সমেত প্রথম বৃত্তটির ছাপ এঁকে নাও। পরিধি বরাবর বৃত্তাকার কাগজ টুকরাটি কেটে নাও। এবার তোমার স্কেলটিকে এমনভাবে স্থাপন কর যাতে সেটি পাশাপাশি দুটি বৃত্তকেই নিচের দিকে ঠিক একটি করে বিন্দুতে বাইরের দিক থেকে ছুঁয়ে থাকে। একটু চেষ্টা করলেই



35নং চিত্র

স্কেলটিকে ঠিক এমনভাবে স্থাপন করতে পারবে। এবার কাগজের বৃত্তাকার টুকরাটিকে প্রথম বৃত্তের উপর এমনভাবে স্থাপন কর যাতে চিত্র দুটি সম্পূর্ণ মিশে যায়। এর ফলে দেখবে, স্কেলটি কাগজের বৃত্তাকার টুকরাটিকেও একটি বিন্দুতে ছুঁয়ে আছে।

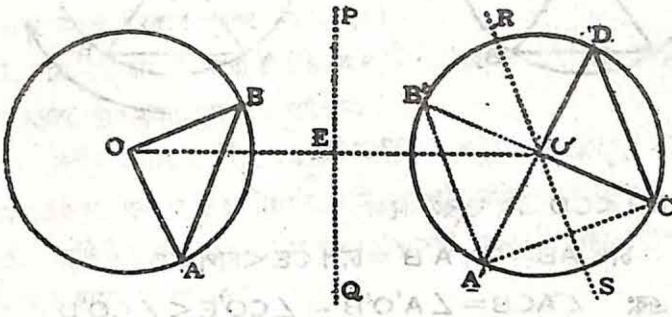
এবার সাবধানে কাগজের টুকরাটিকে OO′ বরাবর সরিয়ে নাও, যাতে কাগজের O বিন্দু O′ বিন্দুর সঙ্গে মিশে যায়। সরাবার সময় লক্ষ রাখতে হবে কাগজটি যেন সব সময়েই স্কেলকে ছুঁয়ে থাকে। কাগজের যে বিন্দুটি স্কেলটিকে ছুঁয়ে আছে সেই বিন্দুটিই সব সময় স্কেলটিকে ছুঁয়ে থাকলে খুব ভাল হয় এবং তার ফলে যে স্থান পরিবর্তন ঘটবে, সেটা হবে বিশুদ্ধ চলন। এ সম্পর্কে সাবধান হবার জন্যে প্রথম অবস্থানে স্কেলের সঙ্গে কাগজের ঐ বিন্দুটি একটি কালির ফুটকি দিয়ে চিহ্নিত করে রাখা ভাল। এই চলনের ফলে △AOB-এর নতুন অবস্থান হবে △O′A′B এবার O′ বিন্দুকে ঘূর্ণন কেন্দ্র নিয়ে চিত্রটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ∠A′O′C পরিমাণ ঘোরালেই

$\Delta O'A'B'$, $\Delta Q'CD$ এর সঙ্গে সম্পূর্ণ মিশে যাবে ; অর্থাৎ প্রথম বৃত্তের AB জ্যা দ্বিতীয় বৃত্তের CD জ্যা-এর সঙ্গে মিশে যাবে।

$\therefore$ চাপ AB = চাপ CD

এবং $\angle AOB = \angle CO'D$.

(iv) প্রতিফলনের সাহায্যে যাচাই (সর্বসম বৃত্তে) :



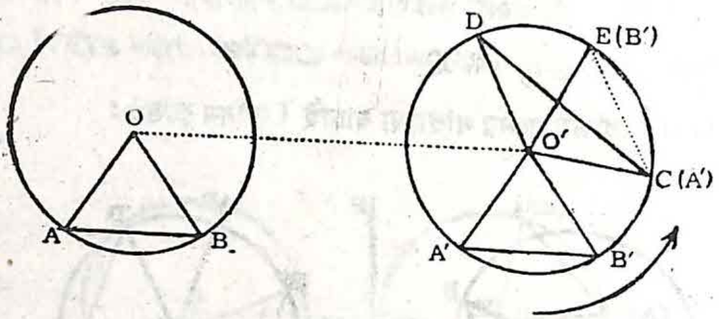
36নং চিত্র

O এবং O' কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত দুটি সর্বসম। O কেন্দ্রীয় বৃত্তের জ্যা AB = O' কেন্দ্রীয় বৃত্তের জ্যা CD. প্রতিফলনের সাহায্যে যাচাই করে দেখব, চাপ AB = চাপ CD এবং $\angle AOB = \angle CO'D$. উপরের চিত্রটিকে (36নং চিত্র) তৈলাক্ত কাগজে এঁকে নিয়ে OO' রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক PQ সরলরেখায় প্রতিফলিত কর (PQ সরলরেখা বরাবর ভাঁজ কর)। তাহলে দেখা যাবে O কেন্দ্রীয় বৃত্তটি O' কেন্দ্রীয় বৃত্তের সঙ্গে মিশে গেছে। মনে কর, A ও B বিন্দুর প্রতিফলন হ'ল যথাক্রমে A' ও B'. এবার A'C রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক RS সরলরেখায় প্রতিফলিত করলে (RS সরলরেখা বরাবর দ্বিতীয় ভাঁজ করলে) দেখা যাবে A' বিন্দু C বিন্দুর সঙ্গে এবং B' বিন্দু D বিন্দুর সঙ্গে মিশে গেছে। কাজেই আমরা বলতে পারি

চাপ AB = চাপ A'B' = চাপ CD

এবং $\angle AOB = \angle A'O'B' = \angle CO'D$.

মন্তব্য ঃ এখানেও প্রদত্ত শর্তের ব্যতিক্রম ঘটলে তথ্যদ্বয় সত্য হবে না। নিচের চিত্রটি দেখ—



37নং চিত্র

এখানে AB < CD এবং তারই ফলে

চাপ AB = চাপ A′B′ = চাপ CE < চাপ CD

এবং $\angle AOB = \angle A'O'B' = \angle CO'E < \angle CO'D$

আগের মত এই তথ্যগুলিও যাচাই করে দেখবে।

2.13. উপরোক্ত জ্যামিতিক ধর্মটি বিপরীতক্রমেও সত্যি হয়ে থাকে, অর্থাৎ সর্বসম বৃত্তে (অথবা একই বৃত্তে) যে সকল জ্যা সমান সমান চাপ ছিন্ন করে বা কেন্দ্রে সমান সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে তারা পরস্পর সমান।

মনে কর, O কোন বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD ঐ বৃত্তে দুটি এরূপ জ্যা যাতে চাপ AB = চাপ CD. যাচাই করে দেখতে হবে যে জ্যা AB = জ্যা CD. তোমরা দেখেছ (32নং চিত্র) যে, একটি বিশেষ রূপান্তরের ফলে চাপ সমেত OAB জ্যামিতিক চিত্রটি চাপ সমেত OCD জ্যামিতিক চিত্রের সঙ্গে মিশে যায়। এখানে শর্তের বিভিন্নতা সত্ত্বেও ঐ একই রূপান্তর ঘটালে দেখতে পাবে যে, জ্যা AB = জ্যা CD.

আবার শর্তের আরও পরিবর্তন করে যদি ধরা যায় $\angle AOD = \angle COD$, তাহলেও ঐ একই রূপান্তরের ফলে জ্যামিতিক চিত্র দুটি মিশে যাবে, অর্থাৎ বোঝা যাবে জ্যা AB = জ্যা CD

সর্বসম বৃত্তের ক্ষেত্রেও ঐ আগের মত রূপান্তর প্রয়োগ করলে দেখা যাবে যে, চাপ AB=চাপ CD হলে জ্যা AB=জ্যা CD, এবং ∠AOB=∠CO′D হলেও জ্যা AB=জ্যা CD হবে।

অনুশীলনী 3

1. চলনের সাহায্যে দেখাও যে, যখন একটি সরলরেখা অপর দুটি সরলরেখাকে ছেদ করে, তখন ঐ অপর সরলরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে, যদি একজোড়া অনুরূপ কোণ পরস্পর সমান হয়।

2. চলন ক্রিয়ার সাহায্যে দেখাও যে দুটি সরলরেখার উভয়েই অপর একটি তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।

3. সর্বসম জ্যামিতিক চিত্র বলতে কি বোঝ? দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখায় প্রতিফলনের সাহায্যে দুটি রেখাংশ বা দুটি কোণের সর্বসমতা দেখাও।

4. দুটি ত্রিভুজের সর্বসম হবার প্রথম নিয়মটি লেখ। চলন, প্রতিফলন বা ঘূর্ণনের সাহায্যে তা দেখাও।

5. দুটি ত্রিভুজের সর্বসম হবার দ্বিতীয় নিয়মটি লেখ। চলন, প্রতিফলন বা ঘূর্ণনের সাহায্যে তা দেখাও।

6. কখন দুটি বৃত্ত পরস্পর স ম হয়? চলন, ঘূর্ণন ও প্রতিফলনের সাহায্যে দেখাও যে সর্বসম বৃত্তে সম মান জ্যাগুলি সমান সমান চাপ ছিন্ন করে এবং তারা কেন্দ্রে সমান সমান সম্মু কোণ উৎপন্ন করে।

7. ঘূর্ণন ও প্রতিফলনের সাহায্যে দেখাও যে একই বৃত্তে যে সকল জ্যা সমান সমান চাপ ছিন্ন করে বা কেন্দ্রে সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে তারা পরস্পর সমান।

8. প্রতিফলনের সাহায্যে দেখাও যে বৃত্তের ব্যাস বৃত্তক দুটি সর্বসম অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে

9. যে কোনও একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC আঁক। মেপে তার ভূমি BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। BC এর মধ্যবিন্দু D বার কর। উৎপন্ন △ABD ও △ACD পরস্পর সর্বসম হবে কি?

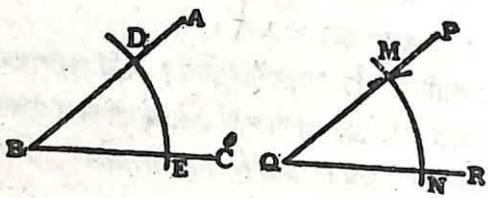
[ইঙ্গিত : AD সরলরেখায় প্রতিফলিত কর]

তৃতীয় অধ্যায়

বিবিধ অঙ্কন

3.1. একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান কোণ অঙ্কন :

ABC একটি নির্দিষ্ট কোণ। এর সমান করে আর একটি কোণ অঙ্কন করতে হবে।



38নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী : মনে করা যাক ABC কোণের সমতলে QR যে কোন একটি সরলরেখা। ABC কোণের শীর্ষবিন্দু B-কে কেন্দ্র করে যে কোন ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। ধরা যাক বৃত্তচাপটি BA ও BC-কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করল। এখন QR সরলরেখার Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে পূর্বের ব্যাসার্ধ নিয়ে অপর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক বৃত্তচাপটি QR-কে N বিন্দুতে ছেদ করল। এখন N বিন্দুকে কেন্দ্র করে ED-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। ধরা যাক এই বৃত্তচাপটি পূর্বের বৃত্তচাপকে M বিন্দুতে ছেদ করল। স্কেলের সাহায্যে QM যুক্ত করে QMকে P পর্যন্ত বর্ধিত করা হ'ল। তাহলে ∠PQRই প্রদত্ত ∠ABC-এর সমান হ'ল। চাঁদা দিয়ে মেপে দেখা যাবে ∠PQR = ∠ABC.

অনুশীলনী 4

1. চাঁদার সাহায্যে 60° একটি কোণ অঙ্কন করে চাঁদার সাহায্য না নিয়ে তার সমান অপর একটি কোণ অঙ্কন কর।

2. চাঁদার সাহায্যে একটি সমকোণ অঙ্কন করে তাকে সমদ্বিখণ্ডিত কর। এখন সমকোণের অর্ধেকের সমান করে চাঁদার সাহায্য ছাড়াই অপর একটি কোণ অঙ্কন কর এবং চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখ এই কোণটির মান কত ?

3. স্কেলের সাহায্যে যেকোন একটি ত্রিভূজ অঙ্কন কর। ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমান করে একই বিন্দুতে পর পর তিনটি কোণ অঙ্কন কর। চাঁদার সাহায্যে মেপে বল কোণ তিনটির সমস্টি কত ?

4. চাঁদার সাহায্যে 120° একটি কোণ অঙ্কন করে চাঁদা ছাড়াই তার সমান অপর একটি কোণ অঙ্কন কর।

3.2. ত্রিভুজের শ্রেণী বিভাগ :

বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজ অঙ্কনের পূর্বে ত্রিভুজের বিভিন্ন শ্রেণীবিভাগ সম্বন্ধে তোমাদের জানা প্রয়োজন।

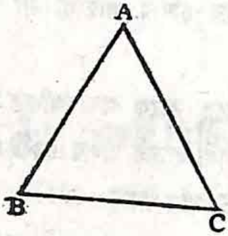
তিনটি রেখাংশ দ্বারা গঠিত বন্ধ সামতলিক চিত্রকে ত্রিভুজ বলে।

ত্রিভুজের তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ আছে। তিনটি কৌণিক বিন্দুকে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু বলা হয়ে থাকে। বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের শ্রেণীবিভাগ করা হয়ে থাকে।

বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার : সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং বিষমবাহু ত্রিভুজ।

সমবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান হয়, তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।

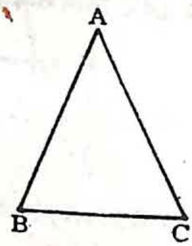
39নং চিত্রে ABC সমবাহু ত্রিভুজের AB=BC=CA। মনে রাখবে, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের মানও সমান হয় এবং প্রতি কোণের মান হয় 60°। অর্থাৎ ∠A=∠B=∠C=60°। চাঁদার সাহায্যে কোণ তিনটি মেপে এই তথ্যটি পরীক্ষা করে দেখ।



39নং চিত্র

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান হয়, তাকে **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** বলে।

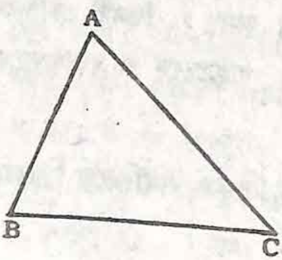
40নং চিত্রে ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB=AC। মনে রাখবে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ও সমান হয়। অর্থাৎ ∠B=∠C। চাঁদার সাহায্যে এই তথ্যটিও পরীক্ষা করে দেখ।



40নং চিত্র

বিষমবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই পরস্পর অসমান, তাকে **বিষমবাহু ত্রিভুজ** বলে।

41নং চিত্রে ABC বিষমবাহু ত্রিভুজ। বিষমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণও পরস্পর অসমান হয়। এটাও চাঁদার সাহায্যে মেপে পরীক্ষা করে দেখ।



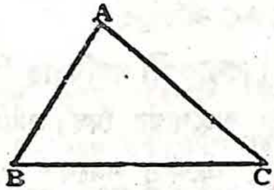
41নং চিত্র

কোণভেদেও ত্রিভুজকে তিনভাগে ভাগ করা হয়ে থাকে। তাদের নাম হল সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ, স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং সমকোণী ত্রিভুজ।

সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

42নং চিত্রে ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। এর প্রত্যেকটি কোণই সূক্ষ্মকোণ।

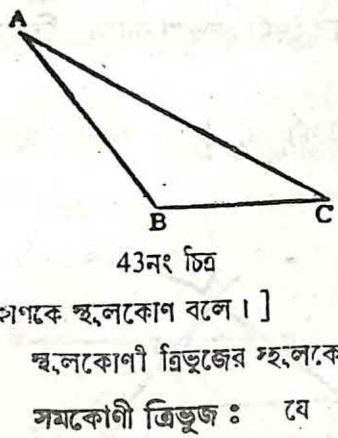
[তোমরা জান, 90° অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলে।]



42নং চিত্র

মনে রাখবে, সমবাহু ত্রিভুজ একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ; কারণ এর প্রতিটি কোণের মান 60°, যা 90° অপেক্ষা ছোট।

স্থূলকোণী ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের যেকোন একটি কোন স্থূলকোণ, তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে।



43নং চিত্র

43নং চিত্রে ABC স্থূলকোণী ত্রিভুজের ∠B স্থূলকোণ।

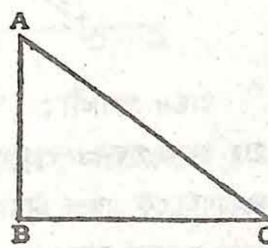
[তোমরা জান, 90° অপেক্ষা বৃহত্তর এবং 180° অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে স্থূলকোণ বলে।]

স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ ভিন্ন অপর কোণদ্বয় সূক্ষ্মকোণ।

সমকোণী ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের যেকোন একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

44নং চিত্রে ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B সমকোণ।

[তোমরা জান, যে কোণের মান 90° তাকে সমকোণ বলে।]



44নং চিত্র

সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ভিন্ন অপর কোণদ্বয় সূক্ষ্মকোণ।

অতিভুজ ঃ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে।

44নং চিত্রে ABC সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ∠B এর বিপরীত বাহু AC অতিভুজ।

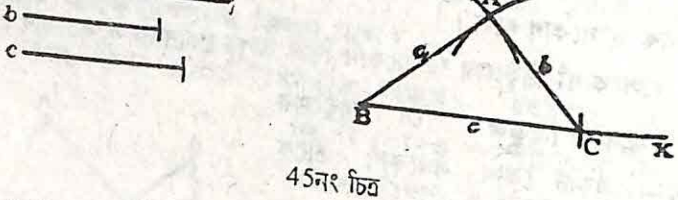
[**সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ঃ** সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান হলে, তাকে **সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** বলে। এক্ষেত্রে সমকোণ ভিন্ন অপর কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটির মান $45°$ হয়ে থাকে।]

বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজকে মোট এই ছয় প্রকারে ভাগ করা হয়ে থাকে।

ত্রিভুজ অঙ্কন

3.3. কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে ; ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c দেওয়া আছে ; ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



45নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী ঃ BX যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। BX থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে BC অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। এখন B বিন্দুকে কেন্দ্র করে প্রদত্ত c বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল এবং C বিন্দুকে কেন্দ্র করে প্রদত্ত b বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। ধরা যাক বৃত্তচাপদ্বয়

পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করল। স্কেলের সাহায্যে AB ও AC যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABC ত্রিভুজটিই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হ'ল।

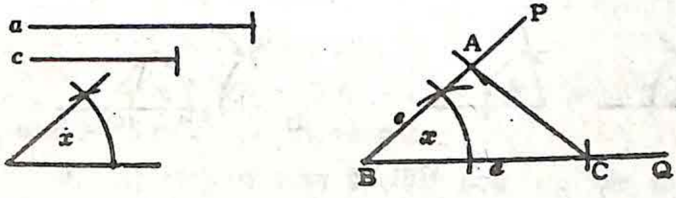
স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখ BC বাহু $=a$, AC বাহু $=b$ এবং AB বাহু $=c$.

দ্রষ্টব্য : এরূপ ত্রিভুজ অঙ্কনের সময় প্রদত্ত রেখাংশ তিনটির মানও দেওয়া থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে BC এর দৈর্ঘ্য মাপ মত ঠিক করতে হবে এবং বৃত্তচাপগুলি আঁকার সময় প্রদত্ত মাপ মত ব্যাসার্ধ নিতে হবে।

[সাধারণত ABC ত্রিভুজের A, B, C কোণের বিপরীত বাহুকে যথাক্রমে, a, b, c দ্বারা সূচিত করা হয়ে থাকে।]

3.4. কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণটি দেওয়া আছে ; ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

a, c দুটি নির্দিষ্ট বাহুর দৈর্ঘ্য এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে হবে যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত a, c বাহুর সমান হয় এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণটি প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান হয়।



46নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী : BQ যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। BQ থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে BC অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। এখন BC এর B বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$ এর সমান করে $\angle$CBP অঙ্কন করা হ'ল। BP থেকে প্রদত্ত c বাহুর সমান করে BA অংশ কেটে নেওয়া হ'ল

এবং AC যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABC ত্রিভুজটিই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে যার BC বাহু $= a$, AB বাহু $= c$ এবং $\angle ABC = \angle x$.

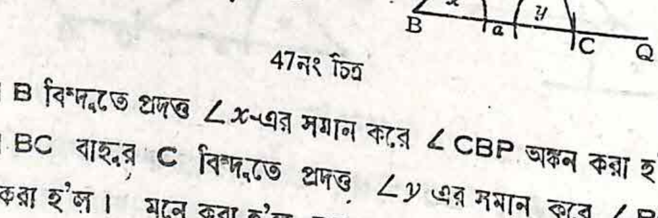
স্কেল ও চাঁদা দিয়ে মেপে বাহু ও কোণের মান পরীক্ষা কর।

[এক্ষেত্রেও বাহুর দৈর্ঘ্যের ও কোণের নির্দিষ্ট মান দেওয়া থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে স্কেলের সাহায্যে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখাংশ এঁকে এবং চাঁদার সাহায্যে কোণ অঙ্কন করে পূর্বের ন্যায় ত্রিভুজ অঙ্কন করতে হবে।]

3.5. কোন ত্রিভুজের একটি বাহু এবং বাহুসংলগ্ন কোণদ্বয় দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

ত্রিভুজের যেকোন একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং a বাহু সংলগ্ন দুটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ দেওয়া আছে। এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে হবে, যার একটি বাহু প্রদত্ত a বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হয় এবং a বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয়ের মান যথাক্রমে $\angle x$ ও $\angle y$ হয়।

অঙ্কন প্রণালী : BQ যেকোন একটি সরলরেখা নেওয়া হ'ল। BQ থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে BC অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। BC



47নং চিত্র

বাহুর B বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান করে $\angle CBP$ অঙ্কন করা হ'ল। আবার BC বাহুর C বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle y$ এর সমান করে $\angle BCR$ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা হ'ল, BP ও CR পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করল। তাহলে ABC ত্রিভুজটিই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হ'ল, যার BC বাহু $= a$, $\angle ABC = \angle x$, $\angle ACB = \angle y$.

স্কেল ও চাঁদা দিয়ে মেপে বাহু ও কোণের মান পরীক্ষা কর।

[ত্রিভুজটির বাহু এবং সংলগ্ন কোণদ্বয়ের নির্দিষ্ট মান দেওয়া থাকলে, স্কেল ও চাঁদার সাহায্যে পরিমাপ মত বাহু ও কোণদ্বয় অঙ্কন করে পূর্বের ন্যায় ত্রিভুজ অঙ্কন করবে।]

অনুশীলনী 5

1. ত্রিভুজ কাকে বলে? বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজ কত প্রকার ও কি কি? প্রতি প্রকারের চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও।

2. সমবাহু ত্রিভুজকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলা যেতে পারে কি? যদি যায়, যুক্তি দাও। বিপরীতক্রমে কি হবে বল।

3. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ কাকে বলে? কখন এটিকে সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলা যেতে পারে? চিত্র অঙ্কন করে দেখাও।

4 4·5 সেমি, 6 সেমি ও 7·5 সেমি বাহু বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করে ত্রিভুজের কোণগুলি পরিমাপ কর। ত্রিভুজটি কিরূপ ত্রিভুজ হ'ল উল্লেখ কর।

5 ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3·5 সেমি ও 4·2 সেমি এবং তাদের অন্তর্ভূত কোণের মান 60° ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

6. ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 8·2 সেমি, এবং বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয়ের মান 60° ও 45° ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

7 5·5 সেমি বাহু বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ত্রিভুজটির কোণগুলির মান চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখ।

8. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 4·8 সেমি এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

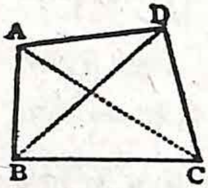
9. একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 6·5 সেমি এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের মান 45°। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং ত্রিভুজটি কি ধরনের ত্রিভুজ হল বল।

10. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 3 সেমি ও 4 সেমি। সমকোণী ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং স্কেল দিয়ে মেপে অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

11. কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 4·2 সেমি এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি 100°; ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

3.6. চতুর্ভুজের শ্রেণীবিভাগ :

চতুর্ভুজ : চারটি রেখাংশ দ্বারা গঠিত বন্ধ সামতলিক চিত্রকে চতুর্ভুজ বলে। চতুর্ভুজের চারটি কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু আছে। 48নং চিত্রে ABCD চতুর্ভুজের A, B, C, D চারটি কৌণিক বিন্দু। চতুর্ভুজের চারটি বাহু আছে। এখানে ABCD চতুর্ভুজের বাহু চারটি হচ্ছে AB, BC, CD, DA.



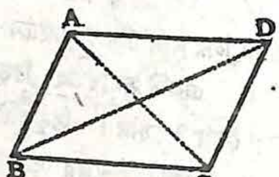
48নং চিত্র

যেকোন দুটি বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে চতুর্ভুজের কর্ণ বলে। চতুর্ভুজের দুটি কর্ণ। এখানে AC ও BD দুটি কর্ণ।

বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের সংজ্ঞা চিত্রসহ নিম্নে প্রদত্ত হ'ল :

সামান্তরিক : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি সমান্তরাল, তাকে সামান্তরিক বলে।

49নং চিত্রে AB ∥ DC, AD ∥ BC ;
সুতরাং ABCD একটি সামান্তরিক।
AC ও BD সামান্তরিকের দুটি কর্ণ।

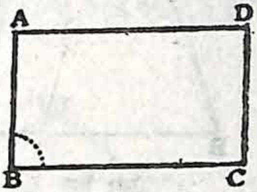


49নং চিত্র

দ্রষ্টব্য : সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি ও বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সমান হয়ে থাকে। তার মানে AD = BC, AB = DC ; ∠BAD = ∠BCD, ∠ABC = ∠ADC আরও জেনে রাখ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

আয়তক্ষেত্র : যে সামান্তরিকের একটা কোণ সমকোণ তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।

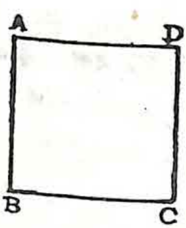
50নং চিত্রে ABCD সামান্তরিকের ∠B সমকোণ। সুতরাং ABCD একটা আয়তক্ষেত্র।



50নং চিত্র

দ্রষ্টব্য ঃ সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে প্রত্যেকটি কোণই সমকোণ হবে। সুতরাং আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণই সমকোণ। সংজ্ঞা থেকে এটা সুস্পষ্ট যে, প্রত্যেক আয়তক্ষেত্রই একটি সামান্তরিক, কিন্তু প্রত্যেক সামান্তরিক আয়তক্ষেত্র নয়। আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলি সমান্তরাল ও সমান এবং কোণগুলি সমকোণ। উপরের আয়তক্ষেত্রে স্পষ্টতঃই AB ∥ DC ও AB = DC, AD ∥ BC ও AD = BC, ∠DAB = ∠ABC = ∠BCD = ∠CDA = 1 সমকোণ।

বর্গক্ষেত্র ঃ যে আয়তক্ষেত্রের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান, তাকে বর্গক্ষেত্র বলে।



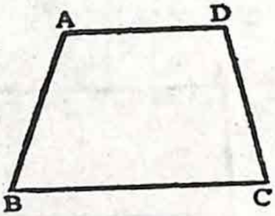
51নং চিত্র

51নং চিত্রে ABCD আয়তক্ষেত্রের AB = BC ; সুতরাং ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। স্পষ্টতঃ AB = BC = CD = DA এবং ∠DAB = ∠ABC = ∠BCD = CDA = 1 সমকোণ।

দ্রষ্টব্য ঃ আয়তক্ষেত্রের বিশেষ অবস্থায় বর্গক্ষেত্র সৃষ্টি হয় বলে, বর্গক্ষেত্রও একটি সামান্তরিক। সুতরাং বলা যেতে পারে যে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রে সামান্তরিকের সব ধর্মগুলিও বজায় থাকবে।

ট্রাপিজিয়াম ঃ যে চতুর্ভুজের কেবল একজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল, তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।

52নং চিত্রে ABCD চতুর্ভুজের AD ∥ BC. সুতরাং ABCD একটি ট্রাপিজিয়ম।

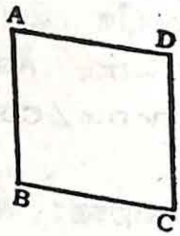


52নং চিত্র

ট্রাপিজিয়মের অসমান্তরাল বাহু-দ্বয়কে তির্যক বাহু বলে। ABCD ট্রাপিজিয়মে AB ও DC বাহুদ্বয় তির্যক বাহু।

রম্বস : যে চতুর্ভুজের বাহুগুলি পরস্পর সমান, কিন্তু কোণগুলি সমকোণ নয়, তাকে রম্বস বলে।

53নং চিত্রে ABCD চতুর্ভুজের AB=BC=CD=DA ; কিন্তু কোন কোণই সমকোণ নয়। সুতরাং ABCD একটি রম্বস।



53নং চিত্র

দ্রষ্টব্য : তোমরা পরে শিখবে যে রম্বসও একটি সামান্তরিক। রম্বসের কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের মান 90°.

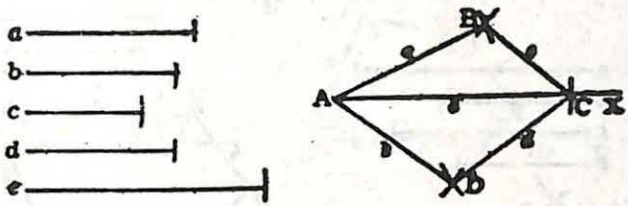
চতুর্ভুজের বিভিন্ন শ্রেণীবিভাগ সম্বন্ধে তোমাদের বলা হ'ল। প্রত্যেকটি সংজ্ঞা চিত্রসহ ভাল ভাবে শিখে রাখবে।

চতুর্ভুজ অঙ্কন

3.7. একটি চতুর্ভুজের চারিটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, চতুর্ভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

a, b, c, d চতুর্ভুজের চারিটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং e একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য। এমন একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন করতে হবে, যার চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য, প্রদত্ত চারটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হয় এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য প্রদত্ত কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমান হয়।

অঙ্কন প্রণালী : AX যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। AX থেকে প্রদত্ত কর্ণের দৈর্ঘ্য e-এর সমান করে AC অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। AC রেখাংশের A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে প্রদত্ত



54নং চিত্র

a ও c বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AC-এর একই পাশে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে B বিন্দুতে ছেদ করল। আবার A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে প্রদত্ত b ও d বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AC-এর অপর পাশে আরও দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে কর, এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করল। এখন A, B ; A, D ; B, C ও C, D যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABCD চতুর্ভুজই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ হ'ল।

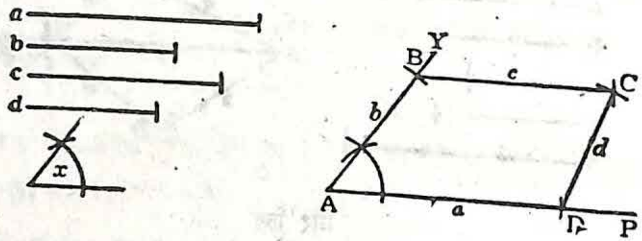
∴ অঙ্কনানুসারে, (স্কেল দিয়ে মেপে দেখ) ABCD চতুর্ভুজের AB বাহু $=a$, AD বাহু $=b$, BC বাহু $=c$, CD বাহু $=d$ এবং কর্ণ AC $=e$.

[দ্রষ্টব্য : (i) চতুর্ভুজের চারটি বাহু এবং কর্ণের দৈর্ঘ্যের নির্দিষ্ট মান দেওয়া থাকলে, স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ মত বাহুগুলি অঙ্কন করে, পূর্বের ন্যায় চতুর্ভুজটি আঁকিবে।

(ii) নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কনের জন্য প্রদত্ত কর্ণ কোন্ দুটি শীর্ষ-বিন্দুকে যুক্ত করেছে তার উল্লেখ প্রয়োজন। উপরের অঙ্কনে AC কর্ণকে e ধরা হয়েছে। BD কর্ণ e হলে চিত্র অন্যরূপ হ'ত।]

3.8. একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং একটি কোণ দেওয়া আছে ; চতুর্ভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

a, b, c, d চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং a ও b এর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে ; চতুর্ভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



55নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী : AP যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। AP থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে AD অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। AD রেখাংশের A বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান করে $\angle$DAY অঙ্কন করা হ'ল। AY থেকে প্রদত্ত b বাহুর সমান করে AB অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। এখন B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে প্রদত্ত c ও d-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করল। এখন B, C ও C, D যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ হ'ল।

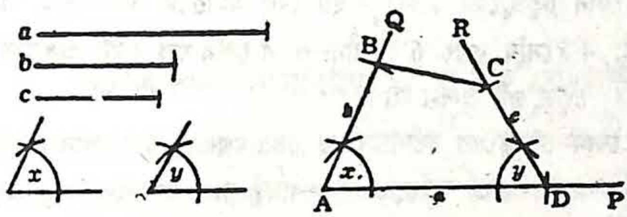
স্কেল ও চাঁদা দিয়ে মেপে দেখ যে ABCD চতুর্ভুজের AD বাহু $= a$, AB বাহু $= b$, BC বাহু $= c$, CD বাহু $= d$ এবং $\angle BAD = \angle x$.

[দ্রষ্টব্য : চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং কোণের নির্দিষ্ট মান দেওয়া থাকলে, স্কেল ও চাঁদার সাহায্যে বাহু ও কোণ অঙ্কন করে, পূর্বের ন্যায় চতুর্ভুজটি অঙ্কন করবে।]

3.9. একটি চতুর্ভুজের যেকোন তিনটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দুটি দেওয়া আছে ; চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর।

চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং a ও b এর অন্তর্ভুক্ত কোণ

$\angle x$, a ও c এর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



56নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী : AP যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। AP থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে AD অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। AD বাহুর A ও D বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$ ও $\angle y$-এর সমান করে যথাক্রমে $\angle DAQ$ ও $\angle ADR$ অঙ্কন করা হ'ল। এখন AQ থেকে প্রদত্ত b দৈর্ঘ্যের সমান করে AB অংশ এবং DR থেকে প্রদত্ত c দৈর্ঘ্যের সমান করে DC অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। B, C যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABCD চতুর্ভুজটি উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ হ'ল।

স্কেল ও চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখ AD বাহু $= a$, AB বাহু $= b$, CD বাহু $= c$; a ও b বাহুর অন্তর্ভুক্ত $\angle BAD = \angle x$ এবং a ও c বাহুর অন্তর্ভুক্ত $\angle CDA = \angle y$.

[দ্রষ্টব্য : চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের নির্দিষ্ট মান দেওয়া থাকলে, স্কেল ও চাঁদার সাহায্যে বাহু তিনটি এবং কোণদ্বয়ের পরিমাণ মত অঙ্কন করে নিয়ে ; পূর্বের ন্যায় চতুর্ভুজটি অঙ্কন করবে।]

অনুশীলনী 6

1. চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও :

চতুর্ভুজ, সামান্তরিক, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, ট্রাপিজিয়াম ও রম্বস।

2. ABCD চতুর্ভুজের AB, BC, CD ও DA বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি, 5·2 সেমি, 5·4 সেমি, 5·6 সেমি এবং AC কর্ণের দৈর্ঘ্য 7·1 সেমি। চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর।

3. কোন চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6·8 সেমি, 4 সেমি, 4·2 সেমি, 4·5 সেমি এবং 6·8 সেমি ও 4 সেমি বাহু দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণের মান 55°। চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর।

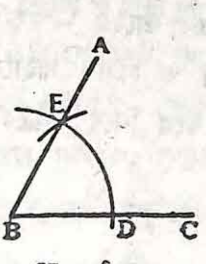
4. কোন চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5·2 সেমি, 6·8 সেমি ও 3·1 সেমি এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের মান যথাক্রমে 75° এবং 65°, চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর।

5. ABCD চতুর্ভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য নিম্নরূপ: AB=4·2 সেমি BC=3·8 সেমি, CD=4 সেমি এবং DA=2·9 সেমি এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য=6 সেমি। চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। AB, BC, CD, DA বাহু চারটিকে যথাক্রমে E, F, G, H বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত কর। E, F ; F, G ; G, H এবং H, E যুক্ত কর। এই বাহুগুলির মধ্যে সম্পর্ক কি ? তা থেকে EFGH চতুর্ভুজটি সম্বন্ধে তুমি কি সিদ্ধান্ত করতে পার ?

কয়েকটি প্রয়োজনীয় অঙ্কন

3.10. স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 60° কোণ অঙ্কন :

BC যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোন ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক, বৃত্তচাপটি BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করল। এখন D বিন্দুকে কেন্দ্র করে পূর্বের ব্যাসার্ধ (অর্থাৎ BD-এর সমান ব্যাসার্ধ) নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক, এই বৃত্তচাপটি পূর্বের বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করল। এখন B, E যুক্ত করে BE কে A পর্যন্ত বর্ধিত করা হ'ল। তাহলে ∠ABC এর মাপ 60° হবে।



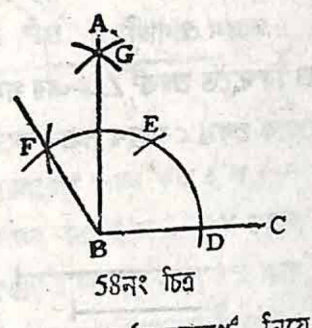
57নং চিত্র

চাঁদা দিয়ে মেপে পরীক্ষা কর।

[দ্রষ্টব্য : ∠ABC-কে সমদ্বিখণ্ডিত করলে প্রতি কোণের মান 30° হবে এবং সমান চার ভাগে ভাগ করলে প্রতি কোণের মান 15° হবে।]

3.11. স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 90° ও 120° কোণ অঙ্কন :

BC যেকোন একটি সরলরেখা নেওয়া হ'ল। BC এর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোন ব্যাসার্ধ নিয়ে একটা প্রায়-অর্ধবৃত্তাকার চাপ অঙ্কন করা হ'ল, যা BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল যা পূর্বের বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে। আবার E বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর, যা প্রথম বৃত্তচাপকে F বিন্দুতে ছেদ করে। E ও F-কে কেন্দ্র করে পূর্বের ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। মনে করা যাক, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করল।



58নং চিত্র

B, G যুক্ত করে BG-কে A পর্যন্ত বর্ধিত করা হ'ল। তাহলে ∠ABC = 90° হবে।

আবার B, F-কে যুক্ত করে বর্ধিত করা হ'ল। তাহলে ∠FBC = 120° হবে।

উভয়ক্ষেত্রে চাঁদা দিয়ে মেপে কোণের মান পরীক্ষা করে দেখ।

[দ্রষ্টব্য : ∠ABC = 90°-কে সমদ্বিখণ্ডিত করলে প্রতি কোণের মান 45° হবে।

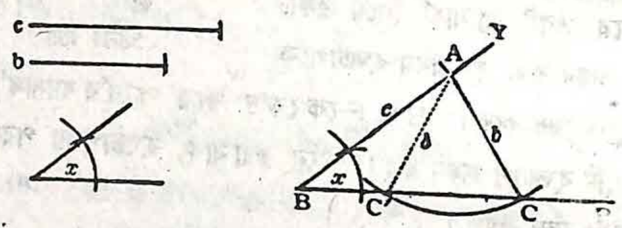
তোমরা উপরের অঙ্কনগুলি থেকে 75° ও 135° মাপের কোণ অঙ্কন করতে পার কিনা চেষ্টা করে দেখ তো।]

বিভিন্ন শর্তে কয়েকটি ত্রিভুজ অঙ্কন

3.12. ত্রিভুজের দুটি বাহু এবং তাদের যেকোন একটি বাহুর বিপরীত কোণ দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

c, b দুটি বাহু এবং b বাহুর বিপরীত কোণ $\angle x$ দেওয় আছে। এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে হবে যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত বাহুদ্বয়ের সমান হয় এবং b বাহুর বিপরীত কোণ প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান হয়।

অঙ্কন প্রণালী ঃ BP যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। B বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান করে $\angle$PBY অঙ্কন করা হ'ল। BY থেকে প্রদত্ত c বাহুর সমান করে BA অংশে কেটে নেওয়া হ'ল। এখন A-কে



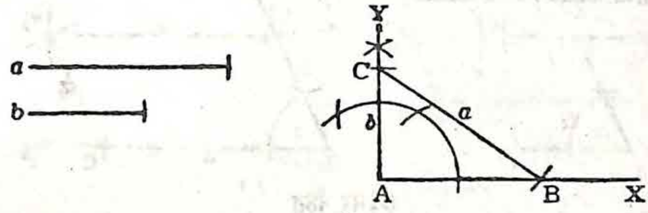
59নং চিত্র

কেন্দ্র করে প্রদত্ত b বাহুর সমান ব্যাসার্ধ দিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। মনে করা যাক, বৃত্তচাপ BP-কে যথাক্রমে C′ ও C বিন্দুতে ছেদ করল। এখন A, C বা A, C′ যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABC বা ABC′ উদ্দিষ্ট হল, যার AB বাহু $=c$, AC বা AC′ বাহু $=b$ এবং AC বা AC′-এর ত্রিভুজ বিপরীত কোণ $=\angle$ABC বা $\angle$ABC $=\angle x$.

[দ্রষ্টব্য ঃ b বাহুর দৈর্ঘ্য খুব ছোট (A হতে BC-এর উপর লম্ব দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ছোট) হলে A বিন্দুকে কেন্দ্র করে যে বৃত্তচাপ আঁকিত হবে তা BP-কে ছেদ করবে না।]

3.13. একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার অতিভুজ এবং অপর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে।

মনে কর a অতিভুজ এবং অপর যেকোন বাহুর দৈর্ঘ্য b দেওয়া আছে। সমকোণী ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



60নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী : AX যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। A বিন্দুতে কম্পাসের সাহায্যে XAY সমকোণ অঙ্কন করা হ'ল। AY থেকে প্রদত্ত b বাহুর সমান করে AC অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। C-কে কেন্দ্র করে অতিভুজ a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা হ'ল, বৃত্তচাপ AX-কে B বিন্দুতে ছেদ করল। এখন B, C যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABC ত্রিভুজই উদ্দিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ হ'ল, যার $\angle ABC = 90°$ এবং সমকোণের বিপরীত বাহু BC = অতিভুজ a; অপর বাহু AC = b.

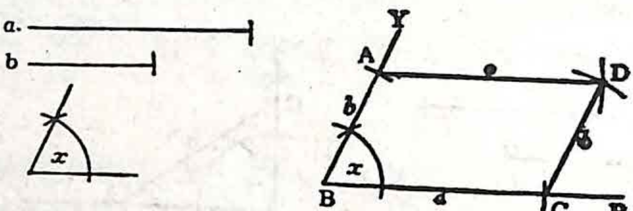
বিভিন্ন শর্তে কয়েকটি চতুর্ভুজ অঙ্কন

3.14. কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে ; সামান্তরিকটি অঙ্কন কর।

a, b দুটি সন্নিহিত বাহু এবং $\angle x$ তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ; সামান্তরিকটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন প্রণালী : BP যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন কর হ'ল।

BP থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে BC অংশ কেটে নাও। BC-এর B বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান করে $\angle$CBY অঙ্কন করা হ'ল। BY থেকে প্রদত্ত b বাহুর সমান করে BA অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। এখন A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে



61নং চিত্র

দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করল। এখন A, D ও C, D যুক্ত করা হ'ল। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক হ'ল; কারণ BC$=$AD$=a$, AB$=$CD$=b$ এবং AB ও BC-এর অন্তর্ভুক্ত $\angle$ABC$=\angle x$.

[দ্রষ্টব্য : B বিন্দুতে সমকোণ ($=90°$) অঙ্কন করলে ABCD সামান্তরিকটি আয়তক্ষেত্রে পরিণত হবে।]

অনুশীলনী 7

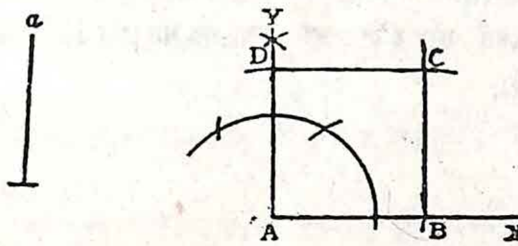
1 কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7·5 সেমি ও 3·5 সেমি এবং একটি কোণের মান 60°. সামান্তরিকটি অঙ্কন কর।

2. কোন আয়তক্ষেত্রের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সেমি ও 4 সেমি। আয়তক্ষেত্রটি অঙ্কন কর।

3. কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু AB ও AD-এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সেমি এবং 6·5 সেমি এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 7 সেমি। সামান্তরিকটি অঙ্কন কর।

3.15. একটি নির্দিষ্ট বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র অঙ্কন কর।

a একটি নির্দিষ্ট বাহু। a-এর সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করতে হবে।



62নং চিত্র

অঙ্কন প্রণালী : AX যেকোন একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হ'ল। AX থেকে প্রদত্ত a বাহুর সমান করে AB অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। AB-এর A বিন্দুতে BAY একটি সমকোণ অঙ্কন করা হ'ল। AY থেকে a বাহুর সমান করে AD অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। আবার B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে a বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা যাক, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করল। এখন B, C ও C, D যুক্ত কর। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র হ'ল, যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত a দৈর্ঘ্যের সমান।

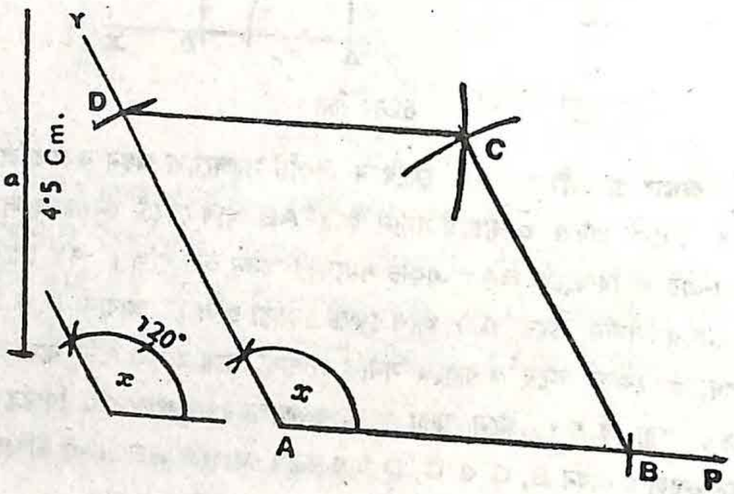
অনুশীলনী 8

1. 4·6 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অংকন কর।
2. বর্গক্ষেত্রের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 5·8 সেমি। বর্গক্ষেত্রটি অঙ্কন কর।

[ইঙ্গিত : বর্গক্ষেত্রের কর্ণ বর্গক্ষেত্রের কোণগুলিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ কোণগুলির মান 45° হয়।]

3.16. রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 4·5 সেমি এবং একটি কোণের মান 120° ; রম্বসটি অঙ্কন কর।

অঙ্কন প্রণালী ঃ প্রথমত স্কেল থেকে 4·5 সেমি মাপের একটি সরলরেখা a অঙ্কন করা হ'ল এবং কম্পাসের সাহায্যে 120° মাপের $\angle x$ অঙ্কন করা হ'ল।



63নং চিত্র

AP যেকোন সরলরেখা থেকে প্রদত্ত a (4·5 সেমি) বাহুর সমান করে AB অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। A বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x = 120°$-এর সমান করে ∠BAY অঙ্কন করা হ'ল। আবার AY থেকে a(4·5 সেমি) দৈর্ঘ্যের AD অংশ কেটে নেওয়া হ'ল। এখন B এবং D বিন্দুকে কেন্দ্র করে প্রতি ক্ষেত্রে 4·5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হ'ল। মনে করা হ'ল, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করল। B, C ও C, D যুক্ত কর। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস হ'ল, যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 4·5 সেমি এবং ∠BAD = 120°.

অনুশীলনী 9

1. কোন রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5·2 সেমি এবং একটি কোণের মান 75°. রম্বসটি অঙ্কন কর।

2. 6·5 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি রম্বস অঙ্কন কর, যার একটি কোণের মান 60°; রম্বসের কর্ণদ্বয় অঙ্কিত করে তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের মান চাঁদার সাহায্যে নির্ণয় কর।

3. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সেমি ও 5·5 সেমি। রম্বসটি অঙ্কন কর।

[ইঙ্গিত : রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

উত্তরমালা

অনুশীলনী 1

3 AB ও A′B′ সমান ও সমান্তরাল, BC ও B′C′ সমান ও সমান্তরাল, CA ও C′A′ সমান ও সমান্তরাল চলনের ধর্ম অনুসারে।

অনুশীলনী 4

2. 45° 3. 180°

অনুশীলনী 5

4. সমকোণী ত্রিভুজ 7. প্রতিটি কোণের মান 60° 9. সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ 10. 5 সেমি।

অনুশীলনী 6

5. EF=GH এবং FG=HE। EFGH চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

অনুশীলনী 9

2. 90°

NO......34284......G.P./G-VII(B) 97

Price Rs. 23.00